

科学新悦读文丛

有 脑 力 之 人 钻 研 之 学 问

数学 不 简单

从《最强大脑》发现
思维乐趣

吴悦辰
编著

Mathematical
Games



中国工信出版集团



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

数学 不 简单

从《最强大脑》发现
思维乐趣



吴悦辰
编著

人民邮电出版社
北京

图书在版编目(CIP)数据

数学不简单：从《最强大脑》发现思维乐趣 / 吴悦辰编著. — 北京：人民邮电出版社，2019.2
(科学新悦读文丛)
ISBN 978-7-115-49982-0

I. ①数… II. ①吴… III. ①数学—思维方法—普及读物 IV. ①01-0

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第253168号

内 容 提 要

“数学是上帝用来书写宇宙的文字”蕴含在生活中的各个角落，越靠近它，你就越能体会到它的不简单之处。本书精选了《最强大脑》节目中的热门项目，详细剖析了这些烧脑问题背后的数学知识并加以扩展。数字华容道的排列问题，立体一笔画的解链，迷宫中的拓扑知识，繁花规图案的摆线方程，数独的设计与求解……这一系列有趣的问题不仅可以加深你对数学的了解，还能开发智力、活跃大脑。

本书适合喜欢数学的读者阅读。

◆ 编 著 吴悦辰

责任编辑 刘 朋

责任印制 陈 犇

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷

◆ 开本：700×1000 1/16

印张：9.25

2019年2月第1版

字数：105千字

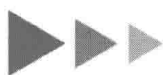
2019年2月河北第1次印刷

定价：39.00元

读者服务热线：(010)81055410 印装质量热线：(010)81055316

反盗版热线：(010)81055315

广告经营许可证：京东工商广登字 20170147号



目 录

第一章 数字华容道.....	9
重排十五.....	10
“14~15”游戏.....	14
重排九宫.....	15
华容道.....	16
第二章 立体一笔画.....	20
平面图形一笔画.....	21
数学史上的一个错误.....	23
罗密欧急见朱丽叶.....	26
多面体一笔画.....	26
蜘蛛与蚂蚁的比赛.....	27
哈密顿周游世界问题.....	28
棋盘上的马步哈密顿回路.....	34
第三章 迷宫中的数学.....	37
我国的迷宫.....	38
如何走迷宫.....	40
迷宫的拓扑结构.....	42
计算机解迷宫.....	44
迷宫与人工智能.....	46



扑克迷宫	48
立体迷宫简介	49
 第四章 繁花规中的曲线	52
内摆线	54
公共汽车的门	57
外摆线	60
内外摆线是一家	61
摆线	63
惠更斯的摆线时钟	64
速降线	65
 第五章 魔方与数学	67
魔方简史	68
魔方与群论	69
上帝之数	75
 第六章 数独和拉丁方	79
数独简介	81
“世上最难数独”	82
数独的数学问题	84
欧拉方阵	87
空间中的正交拉丁方	90
六阶幻方之王	92
 第七章 幻立方与反幻方	95
什么是幻立方	96
连续摆线法	97

七阶完美幻立方的构造	99
偶数阶幻立方示例	101
反幻方	103
 第八章 泰森多边形	105
肥皂泡的启示	106
Voronoi 图的构造	107
Voronoi 图的应用实例	108
 第九章 巴克球模型	110
正四棱锥方程	112
十三球问题	113
 第十章 质数和密码	117
传统密码示例	119
福尔摩斯巧破密码案	123
公钥密码的孕育	127
RSA 密码体系	129
 第十一章 分形之美	132
什么是分形	133
分数维数	135
J 集和 M 集	138
分形数列	141
 附录一 同余数的基本概念	145
附录二 答案	147
参考文献	148

数学 不 简单

从《最强大脑》发现
思维乐趣



吴悦辰
编著

人民邮电出版社
北京

图书在版编目 (C I P) 数据

数学不简单 : 从《最强大脑》发现思维乐趣 / 吴悦辰编著. — 北京 : 人民邮电出版社, 2019.2
(科学新悦读文丛)
ISBN 978-7-115-49982-0

I. ①数… II. ①吴… III. ①数学—思维方法—普及读物 IV. ①O1-0

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第253168号

内 容 提 要

“数学是上帝用来书写宇宙的文字”蕴含在生活中的各个角落,越靠近它,你就越能体会到它的不简单之处。本书精选了《最强大脑》节目中的热门项目,详细剖析了这些烧脑问题背后的数学知识并加以扩展。数字华容道的排列问题,立体一笔画的解链,迷宫中的拓扑知识,繁花规图案的摆线方程,数独的设计与求解……这一系列有趣的问题不仅可以加深你对数学的了解,还能开发智力、活跃大脑。

本书适合喜欢数学的读者阅读。

◆ 编 著 吴悦辰

责任编辑 刘 朋

责任印制 陈 犇

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路11号

邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn

网址 <http://www.ptpress.com.cn>

大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷

◆ 开本: 700 × 1000 1/16

印张: 9.25

2019年2月第1版

字数: 105千字

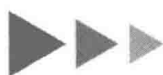
2019年2月河北第1次印刷

定价: 39.00 元

读者服务热线: (010)81055410 印装质量热线: (010)81055316

反盗版热线: (010)81055315

广告经营许可证: 京东工商广登字 20170147 号



前言

《最强大脑》是江苏卫视借鉴德国节目 *Super Brain* 推出的国内首档大型科学类真人秀节目，专注于传播脑科学知识，倡导脑力竞技，自 2014 年第一季开播以来便备受关注。

《最强大脑》节目组推出的一系列竞技项目，着重考察选手的六大能力：观察力、空间想象力、计算能力、推理能力、记忆力和创造力。不少竞技项目都蕴含着丰富的数学知识。为此，笔者选择了一些项目，来介绍它们的数学背景及数学思想。

要问数学是什么，我们可以给出许多不同的答案，诸如数学是定义、公理、定理、公式、法则等的集合，数学是关于数和形的科学，数学是符号游戏，数学是思维体操，等等。不过，上述每一种说法都有它的局限性。数学是一门抽象学科，具有多重性和复杂性，它源于人们对生活的思考，以解决实际难题。

拜占庭哲学家普罗克洛斯说过：“数学是这样一种东西：她提醒你有无形的灵魂，她赋予她所发现的真理以生命；她唤起心神，澄净智能；她给我们的内心思想添辉；她涤尽我们有生以来的蒙昧与无知。”所以，数学是一种文化，一门充满了人文科学风采和自然哲学味道的崇高科学。

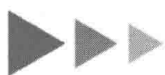
在当今时代，大到卫星导航、无人驾驶，小到移动支付、人

脸识别，它们的背后无不闪烁着数学的光彩，所以说“数学不简单”是真的不简单。愿读者们能真心地喜欢数学，品味数学，欣赏数学，应用数学。数学让大脑更灵活，让思维更敏捷，让生活更美好！

最后，要感谢本书的编辑李宁，没有她的鼓励与支持，我这近八旬的老者实难完成本书。

吴悦辰

2018年10月于湖北



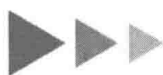
目 录

第一章 数字华容道.....	9
重排十五.....	10
“14~15”游戏.....	14
重排九宫.....	15
华容道.....	16
第二章 立体一笔画.....	20
平面图形一笔画.....	21
数学史上的一个错误.....	23
罗密欧急见朱丽叶.....	26
多面体一笔画.....	26
蜘蛛与蚂蚁的比赛.....	27
哈密顿周游世界问题.....	28
棋盘上的马步哈密顿回路.....	34
第三章 迷宫中的数学.....	37
我国的迷宫.....	38
如何走迷宫.....	40
迷宫的拓扑结构.....	42
计算机解迷宫.....	44
迷宫与人工智能.....	46



扑克迷宫	48
立体迷宫简介	49
 第四章 繁花规中的曲线	52
内摆线	54
公共汽车的门	57
外摆线	60
内外摆线是一家	61
摆线	63
惠更斯的摆线时钟	64
速降线	65
 第五章 魔方与数学	67
魔方简史	68
魔方与群论	69
上帝之数	75
 第六章 数独和拉丁方	79
数独简介	81
“世上最难数独”	82
数独的数学问题	84
欧拉方阵	87
空间中的正交拉丁方	90
六阶幻方之王	92
 第七章 幻立方与反幻方	95
什么是幻立方	96
连续摆线法	97

七阶完美幻立方的构造.....	99
偶数阶幻立方示例.....	101
反幻方.....	103
 第八章 泰森多边形.....	105
肥皂泡的启示.....	106
Voronoi 图的构造	107
Voronoi 图的应用实例	108
 第九章 巴克球模型.....	110
正四棱锥方程.....	112
十三球问题.....	113
 第十章 质数和密码.....	117
传统密码示例.....	119
福尔摩斯巧破密码案.....	123
公钥密码的孕育.....	127
RSA 密码体系.....	129
 第十一章 分形之美.....	132
什么是分形.....	133
分数维数.....	135
J 集和 M 集	138
分形数列.....	141
 附录一 同余数的基本概念.....	145
附录二 答案.....	147
参考文献	148



第一章

数字华容道

2018 年元月 5 日,《最强大脑》第五季开幕!第一期第一轮就展开了百人大战,竞赛项目是“数字华容道”。

在分成 16 个小方格的盒子里装着 15 块标有数字的小方块,还留下一个空格。按任意顺序把小方块放进盒子里,空格确定在右下角。要求通过移动,把它们按照自然顺序一一排好。图 1-1 是初始状态的一个例子,图 1-2 是要求达到的终局状态。

2	1	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

图 1-1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

图 1-2

在同一初始状态下,百位选手展开了激烈的角逐,最先完成并正确无误的选手得以晋级。



重排十五

数字华容道又名重排十五，是一个流传已久的单人智力游戏。这款游戏有两个基本问题：一是如何去解，二是是否一定有解。

这个游戏的主流玩法是降阶法（如图 1-3 所示），先还原 1,2,3,4,5,9,13 这 7 枚棋子，把它们分别安置在第一行和第一列上。

1	2	3	4
5	12	10	
9	8	14	7
13	11	15	6

图 1-3

第二步是把 6,7,8,10,14 这 5 枚棋子安置在第二行和第二列的自然顺序位置上（如图 1-4 所示）。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10		11
13	14	15	12

图 1-4

现在，只剩下 11,12,15 这 3 枚棋子和右下角的 1 个空格了。这时会出现两种情况，一是 11,12,15 顺时针排列（不管空格在何处），二是 11,12,15 逆时针排列（也不管空格在何处）。如果是第一种情况，那么最多再走两步就可以到达终局了，如图 1-5 所示。如果是第二种情况，则对不起，你摊上大事了！即使你让临近的 10、14 两枚棋子一起参与进来，想尽法子，到何年何月也不可能达到终局。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

图 1-5

下面用数学方法回答：重排十五什么时候是可解的，什么时候是不可解的。先看下面几个定义。

定义 1：由 $1, 2, \dots, n$ 组成的一个有序数组称为一个 n 级排列。

例如，2431 是一个四级排列，45321 是一个五级排列。

定义 2：在一个排列中，如果一对数的前后位置与大小顺序相反，即前面的数大于后面的数，那么它们就称为一个逆序。一个排列中逆序的总数就称为这个排列的逆序数。

例如 2431 中，21,43,41,31 是逆序，2431 的逆序数就是 4；类似地，45321 的逆序数是 9。

定义 3：逆序数为奇数的排列称为奇排列，相应地，逆序数为偶数的排列称为偶排列。

显然，任一排列都只有这两种可能。

现在回到重排十五上来，15 枚棋子放在 16 个空格中。按从左到右、从上到下的顺序（空格不计）排成一行，因此也构成了一个排列，如图