



普通高等教育“十三五”规划教材

结构力学

杨迪雄 主编



科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材

结 构 力 学

杨迪雄 主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书根据教育部高等学校力学教学指导委员会制定的《结构力学课程教学基本要求》编写。全书共 9 章，包括绪论、平面杆件体系的几何构造分析、静定结构的受力分析、虚功原理与结构位移计算、力法、位移法、移动荷载作用下结构的影响线、矩阵位移法及结构动力分析基础。自第 2 章起各章附有习题并给出了参考答案。

本书可作为高等学校力学、土木工程、水利工程、航空航天工程、船舶与海洋工程等专业结构力学课程的教材，也可供工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学 / 杨迪雄主编. —北京：科学出版社，2019.1

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-03-060004-2

I. ①结… II. ①杨… III. ①结构力学—高等学校—教材 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 288655 号

责任编辑：朱晓颖 任俊 朱灵真 / 责任校对：王萌萌

责任印制：张伟 / 封面设计：迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京虎彩文化传播有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2019 年 1 月第一 版 开本：787×1092 1/16

2019 年 1 月第一次印刷 印张：21 3/4

字数：541 000

定价：69.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　　言

本书根据教育部高等学校力学教学指导委员会制定的《结构力学课程教学基本要求》编写。全书共 9 章，内容包括绪论、平面杆件体系的几何构造分析、静定结构的受力分析、虚功原理与结构位移计算、力法、位移法、移动荷载作用下结构的影响线、矩阵位移法及结构动力分析基础。前 7 章适用于 48 学时的结构力学课程教学，全书适用于 72 学时的教学。

本书传承了大连理工大学在结构力学课程教学中的知识体系和风格特色，特别注重结构力学的基本理论、基本概念、基本分析方法和工程应用。此外，在本书编写过程中也参考了大量的国内外优秀教材，扬长避短，与时俱进，力求使内容适当更新，并反映数字化、信息化的时代潮流。本书的特色主要体现在：①加强趣味性与可读性，增加了结构力学的发展历史和重要人物的简介；②推陈出新，更换了机动法作超静定力影响线等内容，剔除渐近分析法（如力矩分配法）等内容；③增强教材内容的工程性，增加了应用背景介绍；④从历史观、方法论、审美观和创造性思维的角度审视结构力学，力争融知识、能力、素质教育于一体。

全书由杨迪雄主编。参加本书编写工作的主要有：杨迪雄（第 1 章、第 7 章）、谷俊峰（第 2 章、第 3 章）、杨雷（第 4 章）、杨飏（第 5 章、第 9 章）、陈景杰（第 6 章）、胡小飞（第 8 章）。

在本书编写过程中，程耿东院士、洪明教授和杨春秋教授给予了热情的支持与鼓励，并提出了许多有益的建议，在此深表谢忱。

本书得到大连理工大学教务处教材出版基金的资助，也得到大连理工大学运载工程与力学学部工程力学系的大力支持。承蒙西安理工大学张俊发教授、同济大学陈建兵教授审阅了全部书稿，并提出了宝贵的修改意见，在此致以衷心的感谢！

诚挚欢迎读者批评指正。

编　者

2018 年 7 月

主要符号表

A	面积
a	振幅
b	宽度
c	支座广义位移、黏滞阻尼系数
C	阻尼矩阵
c_r	临界阻尼系数
d	结间距离
E	弹性模量
f	拱高、频率
F	力、广义力
F_P	集中荷载
F_H	水平推力
F_x, F_y	水平 (x)、垂直 (y) 方向的分力
F_N	轴力
F_{Nx}, F_{Ny}	轴力在水平 (x)、垂直 (y) 方向的分力
F_S	剪力
F_S^L, F_S^R	截面左、右的剪力
F_S^F	固端剪力
F_E	弹性力
F_I	惯性力
F_D	阻尼力
F_R	广义反力、反力合力
\bar{F}^e	局部坐标系下单元杆端力向量
F^e	整体坐标系下单元杆端力向量
\bar{F}_P^e	局部坐标系下单元固端力向量
G	剪切模量
h	高度
i	弯曲线刚度
I	截面惯性矩
I	单位矩阵
k	刚度系数、切应力分布不均匀系数
\bar{k}^e	局部坐标系下单元刚度矩阵
k^e	整体坐标系下单元刚度矩阵

K	结构刚度矩阵
<i>l</i>	长度、跨度
<i>m</i>	质量、分布弯矩
\bar{m}	线分布质量
M	质量矩阵
<i>M</i>	力矩、力偶矩、弯矩
M^F	固端弯矩
<i>n</i>	超静定次数
<i>p</i>	均布荷载集度
P ^e	单元结点荷载向量
P	结构结点荷载向量
<i>q</i>	均布荷载集度
<i>R</i>	半径
<i>r</i>	半径、反力影响系数
<i>S</i>	静矩
<i>t</i>	时间、温度
<i>T</i>	周期
T	坐标转换矩阵
<i>U</i>	应变能
<i>u</i>	水平位移
<i>v</i>	竖向位移、挠度、速度
<i>w</i>	竖向位移
<i>W</i>	功、计算自由度、重量、弯曲截面系数
<i>W</i> _e	外虚功
<i>W</i> _i	内虚功
<i>X</i>	广义未知力、广义多余未知力
Y	位移幅值向量、主振型向量、主振型矩阵
<i>y</i>	位移
<i>y</i>	几何坐标、物理坐标
$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$	速度
$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$	加速度
<i>Z</i>	影响线量值
α	线膨胀系数、初始相位角
β	动力系数
Δ	广义未知位移
Δ	位移向量

Δ^e	单元杆端位移向量
δ	柔度系数、位移影响系数
ε	线应变
η	正则坐标、广义坐标、振型坐标
μ	泊松比
κ	曲率
φ	角位移、弦转角
γ_0	平均切应变
θ	截面转角、干扰力频率
ξ	阻尼比
ξ	单元定位向量
ρ	材料密度
ω	圆频率
Π	总势能

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 结构力学的研究对象和任务	1
1.1.1 研究对象	1
1.1.2 任务	2
1.2 结构的计算简图	3
1.2.1 结构体系的简化	3
1.2.2 杆件的简化	3
1.2.3 结点的简化	4
1.2.4 支座的简化	4
1.2.5 材料性质的简化	5
1.2.6 荷载的简化	5
1.3 杆系结构和荷载的分类	6
1.3.1 杆系结构的分类	6
1.3.2 荷载的分类	7
1.4 结构力学的发展简史	7
1.4.1 能量原理和能量方法	8
1.4.2 力法和位移法	9
1.4.3 矩阵位移法和有限元法	10
第 2 章 平面杆件体系的几何构造分析	13
2.1 几何构造分析的几个概念	13
2.1.1 自由度和约束	13
2.1.2 瞬变体系与常变体系	15
2.1.3 瞬铰	16
2.2 平面几何不变体系的基本组成规则	16
2.2.1 二元体规则	17
2.2.2 两刚片规则	17
2.2.3 三刚片规则	17
2.3 平面杆件体系的计算自由度	21
2.3.1 刚片体系的计算自由度	22
2.3.2 铰接体系的计算自由度	24
2.3.3 混合体系的计算自由度	25
2.4 体系的几何构造与静定性	25

习题	26
第3章 静定结构的受力分析	29
3.1 单跨静定梁	29
3.1.1 单跨静定梁及其内力	29
3.1.2 荷载与内力之间的关系	30
3.1.3 分段叠加法	32
3.2 多跨静定梁	34
3.3 静定平面桁架	38
3.3.1 桁架的特点和分类	38
3.3.2 结点法	39
3.3.3 截面法	42
3.3.4 结点法和截面法的联合应用	43
3.4 静定平面刚架	45
3.4.1 刚架的特点	45
3.4.2 支座反力的计算	45
3.4.3 刚架的内力分析及内力图的绘制	48
3.4.4 静定刚架弯矩图的快速绘制	55
3.5 静定组合结构	57
3.6 三铰拱	62
3.6.1 三铰拱的支座反力和内力计算	62
3.6.2 三铰拱的合理轴线	67
3.7 静定结构的一般性质	70
习题	72
第4章 虚功原理与结构位移计算	78
4.1 结构位移计算概述	78
4.1.1 结构位移的概念	78
4.1.2 结构位移计算的目的	79
4.2 变形体的虚功原理	79
4.2.1 刚体体系的虚功原理	79
4.2.2 变形体虚功原理的应用条件	80
4.2.3 变形体虚功方程	81
4.2.4 虚力原理和虚位移原理	83
4.3 结构位移计算的单位荷载法	84
4.4 荷载作用下的位移计算	87
4.4.1 荷载引起的位移的计算公式	87
4.4.2 各类结构的位移公式	88
4.4.3 荷载作用下的位移计算举例	88

4.5 图乘法	93
4.5.1 图乘法及其应用条件	94
4.5.2 应用图乘法的几个具体问题	95
4.5.3 图乘法计算示例	97
4.6 温度变化时的位移计算	100
4.7 线弹性结构的互等定理	102
4.7.1 功的互等定理	102
4.7.2 位移互等定理	103
4.7.3 反力互等定理	104
4.7.4 位移反力互等定理	105
习题	105
第 5 章 力法	109
5.1 超静定次数的确定	109
5.1.1 超静定结构的静力平衡特征和几何构造特征	109
5.1.2 超静定次数和多余约束力个数的确定	110
5.2 力法的基本概念	111
5.2.1 力法的基本未知量、基本体系和基本方程	111
5.2.2 多次超静定结构的力法分析	114
5.2.3 力法典型方程	115
5.3 超静定刚架和排架的计算	117
5.4 超静定桁架和组合结构的计算	123
5.5 对称结构的计算和半边结构	126
5.5.1 选取对称的基本体系	128
5.5.2 利用对称性取半边结构	131
5.6 两铰拱和无铰拱	135
5.6.1 力法求解两铰拱	135
5.6.2 力法求解无铰拱	139
5.7 支座移动和温度变化时的内力计算	142
5.7.1 支座移动时的计算	142
5.7.2 温度变化时的计算	144
5.8 超静定结构的位移计算	146
5.9 超静定结构计算结果的校核	150
5.9.1 平衡条件的校核	151
5.9.2 变形条件的校核	151
习题	152
第 6 章 位移法	156
6.1 位移法的基本概念	156

6.1.1	关于位移法的简例	156
6.1.2	位移法的基本未知量和基本方程	158
6.1.3	位移法计算刚架的基本思路	159
6.1.4	位移法基本未知量的确定	159
6.2	等截面直杆的转角位移方程	162
6.2.1	由杆端位移求杆端内力	163
6.2.2	由荷载求固端内力	165
6.3	无侧移刚架的计算	167
6.3.1	基本未知量的选取	167
6.3.2	基本方程的建立	168
6.4	有侧移刚架的计算	170
6.5	对称结构的计算	176
6.6	位移法的基本体系	178
6.6.1	建立位移法的基本体系	179
6.6.2	位移法基本方程	179
6.6.3	建立位移法基本方程的具体过程	181
6.6.4	位移法典型方程	182
6.7	势能原理与位移法	183
6.7.1	势能驻值原理	183
6.7.2	等截面直杆的线弹性应变能	184
6.7.3	势能原理与位移法平衡方程	186
6.8	瑞利-里茨法	189
6.9	超静定结构的特性	191
	习题	192
第 7 章	移动荷载作用下结构的影响线	196
7.1	移动荷载和影响线的概念	196
7.2	静力法作简支梁内力影响线	198
7.3	结点荷载下梁和桁架的内力影响线	201
7.3.1	结点荷载作用下梁的内力影响线	201
7.3.2	桁架轴力影响线	203
7.4	机动法作静定内力影响线	206
7.5	影响线的应用	211
7.5.1	求各种荷载作用产生的影响量	211
7.5.2	求荷载的最不利位置	212
7.5.3	临界位置的判定——针对影响线为多边形的情况	213
7.5.4	临界位置的判定——针对影响线为三角形的情况	216
7.6	机动法作超静定内力影响线	219

习题	224
第 8 章 矩阵位移法	228
8.1 矩阵位移法的基本原理	228
8.2 单元刚度矩阵	229
8.2.1 局部坐标系下的单元刚度矩阵	229
8.2.2 单元刚度矩阵的性质	231
8.3 单元刚度矩阵的坐标转换	232
8.3.1 整体坐标系下的单元刚度矩阵	232
8.3.2 连续梁的单元刚度矩阵	235
8.3.3 轴力杆件的单元刚度矩阵	237
8.4 结构的整体刚度矩阵	239
8.4.1 单元、结点编号	239
8.4.2 整体刚度矩阵集成的直接刚度法	240
8.4.3 支承条件的引入	242
8.4.4 整体刚度矩阵的性质	243
8.4.5 铰结点的处理	243
8.5 等效结点荷载	244
8.5.1 矩阵位移法的基本方程	244
8.5.2 单元等效结点荷载	244
8.5.3 结构等效结点荷载	246
8.6 计算步骤和算例	248
8.6.1 桁架分析算例	249
8.6.2 刚架分析算例	252
8.6.3 组合结构分析算例	258
8.6.4 忽略轴向变形时矩形刚架的矩阵位移法	262
习题	264
第 9 章 结构动力分析基础	267
9.1 结构动力分析的特点和动力自由度	267
9.1.1 结构动力分析的特点	267
9.1.2 动力荷载的分类	267
9.1.3 体系的动力自由度	269
9.2 单自由度体系的自由振动	271
9.2.1 自由振动微分方程的建立	272
9.2.2 自由振动微分方程的解	273
9.2.3 结构的自振周期	274
9.3 单自由度体系的强迫振动	276
9.3.1 简谐荷载下的动力反应——共振现象	277

9.3.2 一般动力荷载下的动力反应——杜哈梅积分.....	280
9.3.3 几种常见动力荷载下的动力反应.....	282
9.4 阻尼对振动的影响	285
9.4.1 有阻尼单自由度体系的自由振动	285
9.4.2 有阻尼单自由度体系的强迫振动	288
9.5 多自由度体系的自由振动	292
9.5.1 刚度法	292
9.5.2 柔度法	297
9.5.3 主振型的正交性	299
9.6 多自由度体系的强迫振动	300
9.6.1 简谐荷载作用下的无阻尼强迫振动	300
9.6.2 振型叠加法	303
9.7 无限自由度体系的振动	308
习题	311
参考文献	315
附录 平面结构分析矩阵位移法 MATLAB 程序	316
索引	328

第1章 绪论

人类自古以来建造了各种建筑物和构筑物，如埃及的金字塔，法国境内的加尔德引水桥，中国的万里长城、都江堰、赵州桥、故宫等。随着科学技术的进步，人们对于结构设计的规律以及结构的强度、刚度和稳定性逐渐有了认识，进而根据经验和实验，从不自觉到自觉地形成了专门的结构力学科学，并广泛应用于工程实践。

就基本原理和方法而言，结构力学是与理论力学、材料力学同时发展起来的，所以结构力学在发展的初期是与理论力学和材料力学融合在一起的。19世纪初，由于新兴工业的发展，人们开始设计各种大规模的工程结构，对于这些结构的设计，要做较精确的分析和计算。因此，工程结构的分析理论和分析方法开始独立出来，至19世纪中叶，结构力学开始成为一门独立的学科。进入20世纪以来，由于新材料、新结构、新理论、新方法的不断涌现，结构力学学科的内涵不断深化、范围不断扩展，已发展成为包括结构静力学、动力学、稳定理论、计算结构力学、智能材料结构、结构控制和健康监测等诸多分支的学科群，它的应用范围已经拓展至土木工程、水利工程、船舶工程、机械工程、航空航天工程等领域。事实上，结构力学一直是力学理论与工程实践紧密联系的桥梁和纽带，它是一门既古老、又常青、又与时俱进、又不断发展的应用力学学科。

1.1 结构力学的研究对象和任务

1.1.1 研究对象

建筑物、构筑物或其他工程对象中承受和传递荷载而起骨架作用的部分称为工程结构，简称为结构。例如，房屋建筑中的梁柱体系，水工建筑物中的大坝和闸门，公路和铁路桥梁、隧道、涵洞，船舶、汽车、飞机、载人飞船中的受力骨架等，都是工程结构的典型例子（图1-1）。

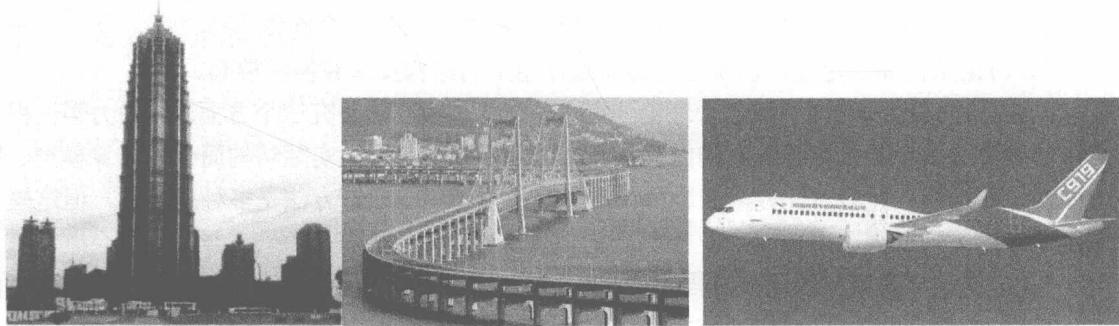


图1-1 建筑、桥梁和飞机

结构的受力特性和承载能力与其几何特征具有十分密切的联系。根据几何特征，结构可分为三类。

(1) 杆系结构——由若干杆件相互连接而成。杆件的几何特征是横截面尺寸要比长度小得多。梁、拱、桁架、刚架是杆系结构的典型形式。

(2) 板壳结构——也称为薄壁结构(图 1-2(a)、(b))。它的几何特征是厚度远小于长度和宽度。房屋建筑中的楼板和壳体屋盖、飞机和轮船的外壳等均属于板壳结构。

(3) 实体结构——也称三维连续体结构，其几何特征是结构的长、宽、高三个方向的尺度大小相仿。重力式挡土墙(图 1-2(c))和水工建筑中的重力坝等均属于实体结构。

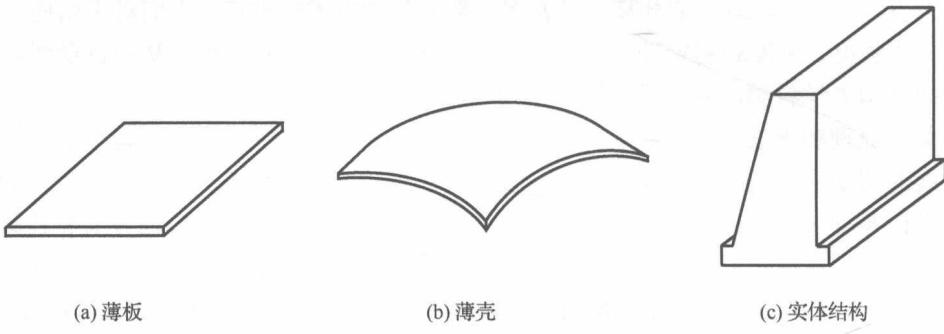


图 1-2

狭义的结构往往指的是杆系结构，而通常所说的结构力学是指杆系结构力学。

结构力学与理论力学、材料力学、弹塑性力学具有密切的关系。理论力学着重讨论质点(系)、刚体(系)机械运动的基本规律，抓主舍次，忽略物体的变形效应，常将物体视为质点或刚体。其余三门力学着重考察物体的变形效应，讨论结构及其构件的强度、刚度、稳定性和动力反应等问题，其中材料力学以单个杆件为主要研究对象，结构力学以杆系结构为主要研究对象，弹塑性力学以实体结构和板壳结构为主要研究对象。

1.1.2 任务

结构力学是研究结构的合理形式(如梁、桁架、刚架、拱等)，以及在外力和其他外界因素作用下结构的内力、变形、动力反应和稳定性等方面规律性的学科。研究目的是使结构满足安全性、适用性和经济性的要求。具体地说，结构力学的基本任务包括以下几个方面。

- (1) 讨论结构的组成规律、受力性能和合理形式，以及结构计算简图的合理选择。
- (2) 讨论结构内力和变形的计算方法，进行结构强度和刚度的验算。
- (3) 讨论结构的稳定性，以及在动力荷载作用下的结构反应和振动控制。

结构力学问题的研究手段包含理论分析、数值计算和实验研究三个方面。结构力学课程重点讲述理论分析和数值计算方面的内容。在结构分析中，首先把实际结构简化成计算模型，称为结构计算简图；然后对计算简图进行计算。结构力学中的计算方法是多种多样的，但这些方法都要考虑下列三类基本方程。

- (1) 力系的平衡方程或运动方程。
- (2) 变形的几何连续方程(或称为协调方程)。
- (3) 应力与变形间的物理方程(或称为本构方程)。

结构力学的基本解法是直接运用上述三类基本方程进行计算分析，可称为平衡-几何-本构方法。这些解法如果采用虚功或能量形式来表述，则称为能量方法。

过去的结构分析问题比较简单，都是依靠解析方法和“手算”解决的。随着电子计算机的出现和普及，大量的复杂工程分析与设计问题主要依靠“电算”。“电算”提高了结构力学解决问题的能力，同时对结构力学提出了新的要求，即“电算”方法必须适应“电算”的特点。因此，一些与结构计算机分析密切相关的内客，如能量原理、矩阵位移法、有限元法、离散元法、无网格法、等几何分析、结构分析软件、结构优化设计等，已在结构力学中占据越来越重要的地位。在结构力学学科领域，能量原理、数值计算方法和程序软件等形成了一个新的分支学科——计算结构力学。它是借助计算机采用数值方法解决结构力学问题的一个分支学科。

1.2 结构的计算简图

工程结构通常是很复杂的，完全按照实际情况进行力学分析既不可能，也无必要。因此，在对结构进行力学分析计算之前，利用简化和假设的手段，略去不重要的细节，突出其本质和基本特点，将实际结构用一个抽象和简化了的图形来代替，这种图形称为结构的计算简图，也称为力学模型。一般而言，结构分析中，首先把实际结构简化成力学模型（计算简图），然后对计算简图建立数学模型、计算模型与程序进行计算，最后将计算结果运用于工程分析、设计和施工，此过程如图 1-3 所示，其中建立方程和求解方程是两个关键环节。与结构分析密切相关的模型确认与验证是学术界关注的重要研究课题，它要求结构力学的理论方法都应得到物理实验的验证和工程实践的检验。



图 1-3

计算简图的建立是力学计算的基础，极为重要。结构计算简图的建立原则如下。

- (1) 符合实际——计算简图既要反映实际结构的主要受力和变形特点，又要使计算结果安全可靠。
- (2) 便于计算——分清主次，略去细节，忽略次要因素，使分析计算过程方便且简单。

构建计算简图时，需要在多方面进行简化，下面简要地说明建立杆系结构计算简图的简化要点。

1.2.1 结构体系的简化

杆系结构可分为平面杆系结构和空间杆系结构。一般结构实际上都是空间结构，各部分相互连接成为一个空间整体，以承受各个方向可能出现的荷载。但在多数情况下，工程结构常可以忽略一些次要的空间约束而将实际结构分解为平面结构，使计算得以简化。本书主要讨论平面结构的计算问题。当然，也有一些结构具有明显的空间特征而不宜简化成平面结构。

1.2.2 杆件的简化

杆件的截面尺寸（宽度、厚度）通常比杆件长度小得多，截面上的应力可根据截面的内力（弯矩、轴力、剪力）来确定。因此，在计算简图中，杆件用其轴线表示，杆件之间的连接区用结点表示，杆长用结点间的距离表示。而荷载的作用点也表示到轴线上。

1.2.3 结点的简化

杆件的相互连接处称为结点。结点通常简化为以下两种理想类型。

(1) **铰结点**。被连接的杆件在结点处不能相对移动,但可相对转动,即可以传递力,但不能传递力矩。这种理想情况,在实际工程中很难实现。木屋架的结点比较接近于铰结点(图 1-4(a)、(b))。

(2) **刚结点**。被连接的杆件在结点处既不能相对移动,又不能相对转动;既可以传递力,也可以传递力矩。现浇钢筋混凝土结点通常属于这类情形(图 1-5(a)、(b))。

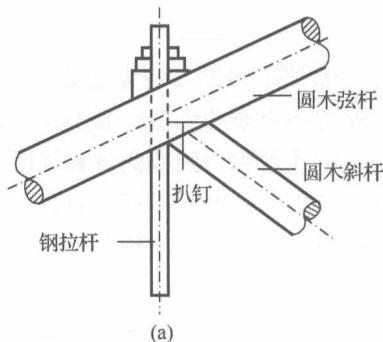


图 1-4

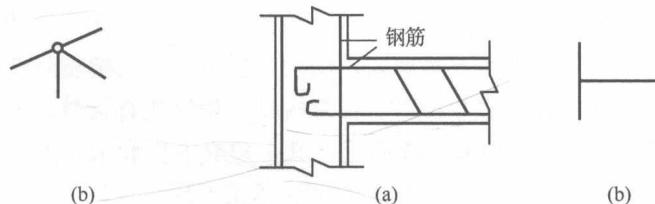


图 1-5

1.2.4 支座的简化

结构与基础的连接处简化为支座。按其受力特征,一般简化为以下四种类型。

(1) **活动铰支座**。被支承的部分可以转动和水平移动,不能竖向移动(图 1-6(a))。活动铰支座能提供的反力只有竖向反力 F_y 。在计算简图中用一根竖向支杆表示(图 1-6(b))。桥梁结构中所用的辊轴支座及摇轴支座,是活动铰支座的实例。

(2) **固定铰支座**。被支承的部分可以转动,不能移动(图 1-7(a))。固定铰支座能提供两个反力 F_x 、 F_y ,在计算简图中用两根相交的支杆表示(图 1-7(b))。

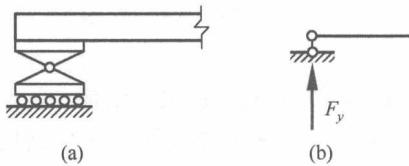


图 1-6

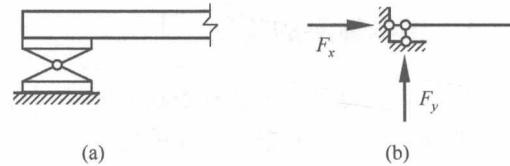


图 1-7

(3) **滑动支座**。滑动支座也称为定向支座。被支承的部分不能转动,但可沿一个方向平行滑动(图 1-8(a))。滑动支座能提供反力矩 M 和一个反力 F_y 。在计算简图中用两根平行支杆表示(图 1-8(b))。

(4) **固定支座**。被支承的部分完全被固定(图 1-9(a))。固定支座能提供三个反力: F_x 、 F_y 、 M 。在计算简图中,固定支座可按图 1-9(b)表示。