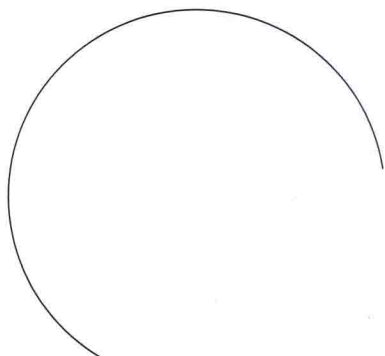
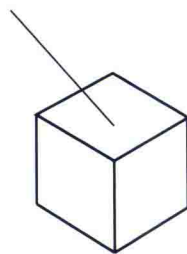


上海市教育委员会教学研究室科研项目
项目编号 JX09JC01201605

INNOVATIVE
TEACHING DESIGN
OF MATHEMATICS
BASED ON KEY
COMPETENCIES



基于核心素养的
数学创新
教学设计



杨浦区数学学科高地

杨浦区“创智课堂”教学实践研究

宝山区高中数学研究团队（一）

杨浦区王国江数学名师工作室

主编：王国江 副主编：张倬霖

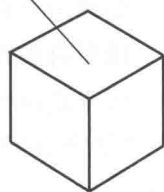


上海社会科学院出版社
SHANGHAI ACADEMY OF SOCIAL SCIENCES PRESS

上海市教育委员会教学研究室科研项目
项目编号 JX09JC01201605

INNOVATIVE
TEACHING DESIGN
OF MATHEMATICS
BASED ON KEY
COMPETENCIES

基于核心素养的
数学创新
教学设计



杨浦区数学学科高地

杨浦区“创智课堂”教学实践研究

宝山区高中数学研究团队（一）

杨浦区王国江数学名师工作室

主编：王国江 副主编：张倬霖



上海社会科学院出版社
SHANGHAI ACADEMY OF SOCIAL SCIENCES PRESS

图书在版编目(CIP)数据

基于核心素养的数学创新教学设计 / 王国江主编. —上海:
上海社会科学院出版社, 2018

ISBN 978-7-5520-2389-3

I. ①基… II. ①王… III. ①中学数学课—教学设计
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 166147 号

基于核心素养的数学创新教学设计

主 编 / 王国江

副 主 编 / 张倬霖

责任编辑 / 何红燕

封面设计 / 郁心蓝

出版发行 / 上海社会科学院出版社

上海顺昌路 622 号 邮编 200025

电话总机 021-63315900 销售热线 021-53063735

<http://www.sassp.org.cn> E-mail: sassp@sass.org.cn

照 排 / 北京市林海印刷厂服务部

印 刷 / 上海天地海设计印刷有限公司

开 本 / 787mm×1092mm 1/16 开

印 张 / 16

字 数 / 335 千字

版 次 / 2018 年 10 月第 1 版 2018 年 10 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5520-2389-3/G·765

定价: 69.80 元

版权所有 翻印必究

序

近年来,基础教育的最热门的话题之一可能就是“核心素养”了,教育部2017年颁布的《普通高中数学课程标准》数学学科“六大核心素养”的概念界定也逐渐明晰,培养学生的核心素养具体到数学学科上是一件重要的事.新高中数学课程标准的课程目标指出:通过高中数学课程的学习,学生能获得进一步学习以及未来发展必需的数学基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验;提高从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力;逐步学会用数学的眼光观察世界,发展数学抽象、直观想象素养;用数学的思维分析世界,发展逻辑推理、数学运算素养;用数学的语言表达世界,发展数学建模、数据分析素养;增强创新意识和数学应用能力.随之带来的就是我们的数学教学设计也要适应教育改革的要求.

本书主编是杨浦区教师进修学院高中数学教研员,数学特级教师、正高级教师王国江老师,副主编是上海市行知中学高级教师、教研组长、首席教师张倬霖老师,他们领衔的团队承担上海市教委教研室的重大项目、数学名师工作室、数学高地,围绕培养学生核心素养这一主线,将“核心素养落实到课堂”作为建设目标,组织编写《基于核心素养的数学创新教学设计》一书,以此去推动区域学校积极探索课堂教学的改革.

本书以“创智课堂”建设为切入点,通过师生关系的重建、教与学方式的变革、课堂文化的营造、学生潜能的开发,建设以激活学生的潜力和思维活力的课堂为依据的教学设计.不断去改变教学方式,改进教学过程,改善教学氛围,改善师生关系;引导学生以自主、合作、探究的方式进行学习;拓展学生的学习空间、改进学生的学习过程,使学生知识迁移的能力,预测、观察和解释能力,推理能力,批判性思维和创造性思维能力等得到充分发展.

本书以“创智课堂”教学实践为固着点,试图解决教师培养学生创新素养的意识和能力不足的问题,解决学生创新素养培育与学业质量同步提升的问题.众多一线教师将他们多年来关于“教学设计”的探索和思考呈现出来,并用教学实践、教育科研等多种角度来诠释他们对新《普通高中数学课程标准》的理解.本书则是数学学科教师在“数学核心素养”理念的探索和研究上所取得成果的一种呈现.

本书的主要特色:一是具有实践性和可操作性;二是突出应用性和创新性.依据上海教材的课时要求,编者精心设计、全面考虑,是很接地气之作,又有上海的教授、特级教师等教育专家的精彩点评,为本书添色.我想本书可作为数学教师一份参考资料,启迪教师的教学智慧,对提升教师的教学水平和研究能力是有一定帮助的.

同济大学数学科学学院教授、教学中心主任 靳全勤

2018年8月20日

前言

正如“战场上,不打不准备之战”,“课堂上,不上不备课之课”,备课并不是要把教材背熟,而是要设法看到数学思维过程,强调数学素养、强调过程教学.那么如何备好课?数学的备课问题,用专业的术语讲,就是数学教学设计问题,这里的“创新”设计,一是基于2017年公布的《高中数学课程标准》要求为依据;二是基于上海市教研室“基于数学学科核心素养的创智课堂教学实验研究”项目为切入点.本书目的在于,试图把教师从繁重的收集查阅资料、书写教案中解脱出来.教师通过本书洞察数学教学设计的本质,从操作层面上体会数学教学设计的理念、思路、操作技术及理论依据;感悟什么是数学教学,什么是数学基本课型的教学设计.这是体现数学学科核心素养的教学设计的接地气之作,也是教师的市级、区级、校级公开课的成果,更是教师们长期教学实践积累的结晶,值得我们关注并不断创新.

我们知道数学教学系统由教师、学生、教学目标和教学内容组成,在这一系统中,学生是主体,教师起着主导作用,教学目标预示着教学方向和蓝图,而教学内容设计则起着基础平台的作用.因为教学总是借助于一定数学教学内容展开的,在数学教与学中,设计是一种基本要素,它影响着数学教学,也能促进学生的学习.

本书主要是上海市杨浦区与上海市行知中学的数学学科带头人、首席教师、区骨干教师,按照上海教材课时要求撰写的教学设计,每节课由教学目标、教学重点与难点、教学方法与教学手段、教学流程设计、教学过程、课堂反思、板书设计、教学设计说明、专家点评等组成.力求体现基础性、时代性、创新性、典型性和可接受性.在教学过程中,教师应在新旧知识之间架设好认知的“桥梁”,创设问题情境,激发学生的学习兴趣 and 求知欲望,揭示问题解决的思想方法,使学生易学、想学、要学.

本书每篇教学设计均有专家点评:同济大学数学教授、博导靳全勤老师,上海大学数学系主任、上海市领军人才王卿文教授,上海师范大学施斌主任,上海市行知中学特级教师、特级校长陈振华校长,上海市晋元高级中学特级教师、正高级教师王华书记,交大附中特级教师曹建华副校长、曾国光副校长,杨浦区教师进修学院特级教师、正高级教师王国江老师,上海市行知中学高级教师、数学教研组长、首席教师张倬霖等老师做了精彩的、客观的、建设性的点评.

人生有涯知无涯,无论是作为科学的数学一部分,还是作为教学设计,探索和创新都是无止境的.如果本书能为中学数学教学提供认知的新视角,赋予数学教学与传播新认识,使读者有所收获的话,这便是我们的目的与用心所在了.

主编 王国江 副主编 张倬霖

2018年8月17日

目 录

高一年级上学期

子集与推出关系	上海市行知中学	张建国	003
一元二次不等式的解法(第一课时)	上海市市东中学	蔡敏姬	007
基本不等式及其应用(第一课时)	同济大学第一附属中学	李 珍	015
一元二次型不等式恒成立问题初探	上海市行知中学	陈建华	022
函数关系的建立(第一课时)	上海市行知中学	张倬霖	030
函数的奇偶性	上海市行知中学	高振严	037
函数的基本性质(4)——零点	上海市民星中学	唐费颖	044
二次函数在闭区间上的最值问题	复旦大学附属中学	张 哲	050
幂函数的性质与图像	复旦大学附属中学	施柯杰	053
函数综合例题应用	上海市行知中学	严卫东	058

高一年级下学期

两角和与差的运用	上海市市东中学	陆剑红	069
正弦定理(第一课时)	上海市同济中学	顾琳婕	078
正弦定理(第一课时)	上海市行知中学	朱 华	084
余弦定理(第一课时)	上海市复旦实验中学	袁 青	092
数学与音乐——函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图像与性质(第一课时)	上海市民星中学	唐费颖	100
反正弦函数	上海市控江中学	张菁璐	108

高二年级上学期

等比数列的前 n 项和(第一课时)	上海市行知中学	吴艳军	117
数列的最值初步研究	上海市市东中学	浦静滢	123
向量的数量积(第一课时)	上海市少云中学	张 谊	130
向量的应用(第一课时)	上海市行知中学	宋园园	135
用平面向量分解定理探究一类几何问题	同济大学第一附属中学	王蕙萱	141

高二年级下学期

直线的方程(第一课时)	上海市中原中学	厉善	153
椭圆的标准方程	复旦大学附属中学	肖恩利	159
双曲线的标准方程	上海市行知中学	张怡	165
二次曲线和圆锥曲线	上海交通大学附属中学	杨逸峰	172
用复数模的几何意义解决曲线问题	上海财经大学附属中学	吴妹	177

高三年级

球面距离	上海市杨浦高级中学	方耀华	189
排列组合中分类与分步的几何例探究	上海理工大学附属中学	徐正旺	198
线性规划的可行域	同济大学第一附属中学	吴颖	205
一道高考试题的研究——坐标变换对椭圆共轭直径的研究	上海市同济中学	赵海鸣	214

初三年级

百分比的意义(第一课时)	上海市控江中学附属民办学校	李浩	223
圆的面积	上海市控江中学附属民办学校	倪宏	230
二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像(第一课时)	上海市包头中学	杨织民	236
附录1 子集与推出关系 课前指引			243
附录2 子集与推出关系 课堂评价			245
附录3 中外历史上的方程求解			246

子集与推出关系

上海市行知中学 张建国

高一年级 上学期

一、教学目标

1. 理解集合间具有包含关系两集合间的推出关系.
2. 掌握用集合的包含关系进行推理的方法.
3. 经历对集合间推出关系的发现过程, 培养抽象概括能力.

二、教学重点

1. 理解子集和推出关系的本质, 学会用集合的包含关系进行推理的方法.

三、教学难点

1. 掌握用集合的包含关系进行推理的方法.

四、教学方法

1. 引导式教学方法.

五、教学流程设计



子集与推出关系

上海市行知中学 张建国

一、教学目标

1. 理解集合间具有包含关系的充要条件是这些集合的性质具有推出关系.
2. 掌握用集合的包含关系进行推理的方法.
3. 经历用集合知识解决逻辑推理问题的过程.
4. 养成独立思考的习惯,提高分析问题、解决问题的能力,锻炼抽象概括能力和逻辑思维能力.

二、教学重点

理解子集和推出关系的本质,学会用集合的包含关系进行推理的方法.

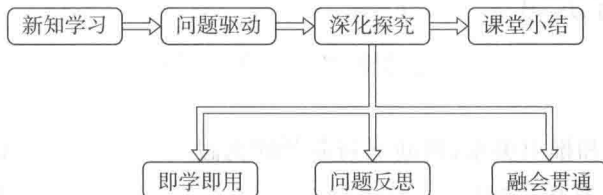
三、教学难点

掌握用集合的包含关系进行推理的方法.

四、教学方法

学导式教学方法.

五、教学流程设计



六、教学过程

(一) 课前预习

根据课前学案,与学生们共同理解“集合间具有包含关系的充要条件是这些集合中元素的公共属性的性质具有推出关系”.

(二) 新课讲授

1. 建立子集与推出关系的联系

设 $A = \{a | a \text{ 具有性质 } \alpha\}$, $B = \{b | b \text{ 具有性质 } \beta\}$, 则 $A \subseteq B$ 与 $\alpha \Rightarrow \beta$ 等价.

上述等价性可以理解为:

集合的包含关系	命题的推出关系	条件关系
$A \subseteq B$	$\alpha \Rightarrow \beta$	α 是 β 的充分条件
$A \supseteq B$	$\alpha \Leftarrow \beta$	α 是 β 的必要条件
$A = B$	$\alpha \Leftrightarrow \beta$	α 是 β 的充要条件

2. 及时巩固

例 1 判断命题 $\alpha: x=1, \beta: x^2=1$ 之间的推出关系.

分析: 记 $A = \{x | x=1\}, B = \{x | x^2=1\}$.

因为 $A = \{1\}, B = \{1, -1\}$, 所以 $A \subseteq B$, 从而 $\alpha \Rightarrow \beta$.

例 2 判断集合 $A = \{n | n=2k, k \in \mathbf{Z}\}, B = \{n | n \text{ 的个位数是 } 2, n \in \mathbf{Z}\}$ 之间的关系.

分析: 设命题 $\alpha: n=2k (k \in \mathbf{Z}),$ 命题 $\beta: n$ 是个位数是 2 的整数.

因为命题 $\alpha: n=2k (k \in \mathbf{Z}),$ 即 n 是偶数,

所以 $\beta \Rightarrow \alpha$, 从而 $B \subseteq A$.

3. 加深受受

例 3 利用子集和推出关系, 判断下列命题的真假.

(1) 如果 $a > 2$, 那么 $a \geq 2$. ()

(2) 如果 $ab \neq 0$, 那么 $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$. ()

分析: 关于(1).

学生: (易错点) 假!

教师: 用子集与推出关系可以解释.

分析: 关于(2).

说明:

1. 课前下发学案, 学生在温故知新中预习新知, 为本节课的学习打好基础.

2. 师生讨论后得出结论.

3. 借助题目使学生进一步理解子集与推出关系的联系.

4. 例 3、例 4 进一步加深学生体会“利用子集的包含关系”解释“命题的推出关系”.

学生: $ab \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0$ 且 $b \neq 0$ 之后, 可以用子集和推出关系解释.

教师: 正确.

例 4 已知非空集合 A, B , 则命题 $\alpha: x \in A \cap B$ 是命题 $\beta: x \in A \cup B$ 的().

- (A) 充分条件 (B) 必要条件
(C) 充要条件 (D) 既非充分也非必要条件

思考: 若本题改为“已知非空集合 A, B , 则命题 $\alpha: x \notin A \cap B$ 是命题 $\beta: x \notin A \cup B$ 的_____条件.

学生: “ $\notin$ ”会导致无从下手, 思维混乱.

教师: 由子集与推出关系可知, 直接从推出角度思考问题比较困难时, 可以从集合角度研究!

说明: 在判断“命题的推出关系”出现困难时, 我们可以借助于“子集的包含关系”的帮助, 抓住它们的内在联系, 是我们解题的关键.

4. 灵活应用

例 5 设 $\alpha: 1 \leq x \leq 3, \beta: m+1 \leq x \leq 2m+4, m \in \mathbf{R}, \alpha$ 是 β 的充分条件, 求 m 的取值范围.

学生: 设 $A = \{x | 1 \leq x \leq 3\}, B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m+4\}$.

因为 α 是 β 的充分条件, 所以 $A \subseteq B$.

可得 $\begin{cases} m+1 \leq 1, \\ 3 \leq 2m+4, \end{cases}$ 解得 $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$.

教师: 若 α 是 β 的必要条件则如何? (此处学生易忽略 β 为空集的可能性)

(三) 课堂反馈

根据课堂所发的学案, 对教学情况进行检测和评价.

(四) 类比深化

根据本节课所学内容, 类比以下结论:

设 $A = \{a | a \text{ 具有性质 } \alpha\}, B = \{b | b \text{ 具有性质 } \beta\}$, 则

集合的包含关系	命题的推出关系	条件关系
$A \subseteq B$	$\alpha \Rightarrow \beta$ 且 $\beta \not\Rightarrow \alpha$	α 是 β 的充分非必要条件
$B \subseteq A$	$\beta \Rightarrow \alpha$ 且 $\alpha \not\Rightarrow \beta$	α 是 β 的必要非充分条件

5. 通过学生讨论, 教师做适当指引, 得出结论.

6. 视学生的实际情况再决定教学内容.

7. 利用学案辅助, 由学生自主完成.

思考:在例5中,若 α 是 β 的充分非必要条件,则 m 的取值范围是多少?

七、教学设计说明

子集和推出关系主要探讨集合的包含关系与命题的推出关系之间的联系,在之前已经学习了集合的有关内容、四种命题形式和充分必要条件之后继续学习,将集合与命题加以沟通,融为一体,有助于学生更深刻地领会子集概念和命题关系,提高综合运用的能力。

本节内容的理论性较强,不建议学生死记硬背,需要从本质上理解、领悟从而灵活运用。所以本节课的教学设计要注意以下几点:

1. 怎么提出这个课题而又不觉得突兀? 本课从复习集合与命题的相关知识引出集合与命题练习的探讨,然后以实例进行巩固,目的在于让学生真正理解子集和推出关系。(见附录1)

2. 将引例与主要知识以列表的形式呈现,学习理论性较强的知识,学生经常会出现困难,因此,把知识以列表的形式呈现,有助于记忆和理解。

3. 以学生多思考、多交流为中心,促进学生主动学习,在教学的各个环节中,以学生为主体,引导学生动脑思考,鼓励学生提出问题、寻找联系、发现结论、尝试运用。

4. 融入数学史的学习,借子集与推出关系向学生们介绍集合论的创始人康托尔,让学生觉得数学并没有那么枯燥。

八、教学反思

本节课的内容比较抽象,学生理解略显吃力,对某些题目的处理可以再细致一些,例如“已知非空集合 A, B ,则命题 $\alpha: x \notin A \cap B$ 是命题 $\beta: x \notin A \cup B$ 的_____条件。”在学生思考之后,教师点评时如果能运用互为逆否命题的思考方法,会更有利于学生的理解。

另外,本节课学生若做好预习工作会更加理想,因此教师可以事先设计预习方案,有助于课堂效率的提高。

课堂评价见附录2。

九、专家点评

很多高中学生在学到命题这一节的时候都有这样的疑惑:为什么命题与集合是编写在一个章节的? 本节内容给出了很好的诠释。在学习的过程中,我们应该注意知识与知识之间并不是孤立的,它们之间往往有着密切的联系。本节课建立起了“集合”与“命题”的内在联系,对于优化和提升学生的思维品质有着极大的帮助,可以让学生非常真切地感受到数学的和谐与统一之美,同时也激发了学生学习数学的兴趣,提高学生分析解决问题的能力。

一元二次不等式的解法(第一课时)

上海市市东中学 蔡敏姬

一、教学目标

(一) 知识与技能

1. 知道可以通过将一元二次不等式转化为一元一次不等式组进行求解,体会转化与归类的数学思想.
2. 掌握从一元二次函数的图像中寻找一元二次不等式解集的方法,熟悉解一元二次不等式的一般步骤.
3. 深刻理解“三个二次”的关系,体会数形结合的思想方法.

(二) 过程与方法

通过函数图像探究一元二次不等式与相应函数、方程的联系,获得一元二次不等式的解法.

(三) 情感、态度与价值观

1. 通过研究函数、方程与不等式之间的内在联系,使学生认识到事物是相互联系、相互转化的,树立辩证的世界观.
2. 激发学生学习数学的热情,培养学生勇于探索、勇于创新的精神,同时体会事物之间普遍联系的辩证思想.

二、教学重点与难点

(一) 教学重点

一元二次不等式的解法,“三个二次”(一元二次方程、一元二次不等式和一元二次函数)之间的关系.

(二) 教学难点

“三个二次”(一元二次方程、一元二次不等式和一元二次函数)之间的关系.

理解并掌握利用一元二次函数的图像确定一元二次不等式解集的方法——图像法,其本质就是要能利用数形结合的思想方法认识方程的解,不等式的解集与函数图像上对

应点的横坐标的内在联系.由于初中没有专门研究过此类问题,高一学生比较陌生,要真正掌握有一定的难度,所以是本节课的难点.

三、教学方法与教学手段

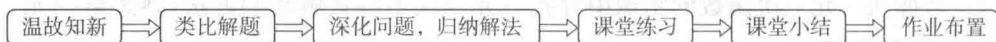
(一) 教学方法

以学生为中心,问题为驱动,引导探究,启发式教学.

(二) 教学手段

多媒体辅助教学.

四、教学流程设计



五、教学过程

(一) 温故知新

1. 回顾一元一次不等式的解法

教师:我们上节课学习了一元一次不等式的解法,学习过程中我们探索了两种方法,它们分别是什么呢?

学生:利用不等式性质求解(代数法)和利用一元一次函数的图像求解(几何法).

教师:代数法的本质是?

学生:利用不等式的基本性质对不等式进行变形.

教师:那么大家认为几何法的本质是?

学生:数形结合,从图像角度来解决不等式的解集问题.

教师:利用几何法求解不等式的步骤是什么?

学生:求根—作图—确定解集.

教师:在探索几何法的过程中,我们发现一元一次方程、一元一次不等式与一元一次函数三者之间有着密切的联系.利用这种集中反映在相应一元一次函数的图像上的联系我们快速准确地求出一元一次不等式的解集,发现和体会了数形结合思想为我们求解不等式带来的便利.

说明:

1. 通过回顾一元一次不等式的解法,为接下来引出一元二次不等式的解法作铺垫.

2 引入一元二次不等式的概念

教师:今天我们来探讨另外一类不等式的解法,叫一元二次不等式.首先我们来看一下一元二次不等式的概念:

只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是二次的整式不等式叫一元二次不等式.它的一般形式是 $ax^2+bx+c>0(a\neq 0)$ 或 $ax^2+bx+c<(a\neq 0)$.

教师:对一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0(a\neq 0)$,如何求解? 这就是我们今天要探索的问题.(板书课题:一元二次不等式的解法)

(二) 类比解题

例 1 请同学们探索一元二次不等式 $x^2-3x-4<0$ 的解集.

学生解:原不等式因式分解为 $(x-4)(x+1)<0$.

$$\text{于是} \begin{cases} x-4>0, \\ x+1<0, \end{cases} \quad \text{①} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x-4<0, \\ x+1>0. \end{cases} \quad \text{②}$$

由①,得 $x>4$ 且 $x<-1$,所以 x 无解;

由②,得 $x<4$ 且 $x>-1$,即 $x\in(-1,4)$.

于是这两个解集的并集 $(-1,4)$ 即为不等式 $x^2-3x-4<0$ 的解集.

教师:同学们在这里利用两个因式异号,准确地进行了分类讨论,将一元二次不等式转化成两个一元一次不等式组,利用不等式性质求得了这两个不等式组的解,从而得到了这个一元二次不等式的解集.还有其它方法吗?

小组讨论,总结解题思路.

解法二:将不等式与二次函数 $y=x^2-3x-4$ 联系:

① 找到图像与 x 轴的交点 -1 和 4 ,

即 $y=0$ 时方程 $x^2-3x-4=0$ 的两根.

② 画出函数 $y=x^2-3x-4$ 的图像,如图 1-1 所示.

③ $x^2-3x-4<0$ 即 $y<0$,所以对
应于图像在 x 轴下方部分的 x 的取值范围.由图可知, x 的取值范围是 $-1<x<4$.

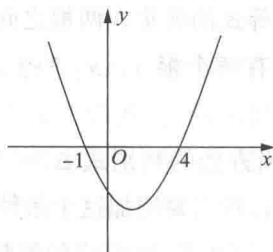


图 1-1

教师:在这种解法中,同学们将不等式 $x^2-3x-4<0$ 与对应的二次函数 $y=x^2-3x-4$ 联系起来,通过观察二次函数的图像,计算图像与 x 轴交点的横坐标,从而得出该不等式的解集.

2. 这里同学们大部分都使用代数解法来解决,对于借助数形结合思想来解决问题的意识还不够强烈,需要在接下来的教学中适当引导,增强学生使用数形结合的意识.

教师:同时我们发现,将不等式改为 $x^2 - 3x - 4 > 0$,也完全可以借助这种数形结合的方法来求得解集.

教师:那我们接下来就深入探讨用数形结合方法求解一元二次不等式.

(三) 深化问题, 归纳解法

例2 对于二次函数 $y = -3x^2 + 5x + 2$, 当 x 取何值时, $y = 0, y > 0, y < 0$?

小组讨论, 对比代数和几何两种解法, 并投影展示.

解法一: 分解成两个因式, 转化为一元一次不等式组求解.

解法二: 第一步: 通过解方程, 求出 $y = -3x^2 + 5x + 2$ 与 x 轴的两个交点, $(-\frac{1}{3}, 0)$ 和 $(2, 0)$.

第二步: 画出图像, 如图 1-2 所示.

第三步: 观察图像, 得出结论.

当 $y = 0$ 时, $x = -\frac{1}{3}$ 或 $x = 2$;

当 $y > 0$, 即 $-3x^2 + 5x + 2 > 0$ 时, $-\frac{1}{3} < x < 2$;

当 $y < 0$, 即 $-3x^2 + 5x + 2 < 0$

时, $x < -\frac{1}{3}$ 或 $x > 2$.

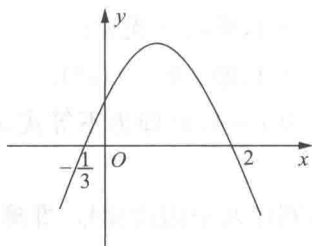


图 1-2

教师: 通过以上两个例题我们发现, 解一元二次不等式与对应的一元二次函数图像有关. 我们请同学总结一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 或 $ax^2 + bx + c < 0 (a \neq 0)$ 的一般解法.

学生: 画出函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像, 找到对应方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根 x_1, x_2 ; 对比不等式, 取 x 轴上方或者下方的图像对应的范围, 得到不等式的解集在两根之间或者两根之外.

教师: 对应方程一定有两个根 x_1, x_2 吗? 有两根的话, 这两根一定有大小吗?

学生: 不是的, 只有当方程的判别式 $\Delta > 0$ 时, 方程才会有两个不相等的实数根 x_1, x_2 . 所以要增加这个条件.

教师: 对于不等式 $ax^2 + b + c > 0$, 它的解集在两根之间还是两根之外?

3. 通过例题, 让同学们感受使用因式分解转化为一元一次不等式组不一定方便, 引导学生从图形角度解决问题.