

计算机科学中的

数学

信息与智能时代的必修课

Mathematics
for Computer Science

[美] Eric Lehman

[美] F. Thomson Leighton 著

[美] Albert R. Meyer

唐李洋 刘杰 谭昶 金博 等译

谷歌与麻省理工学院联合发布



中国工信出版集团



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

计算机科学中的数学

信息与智能时代的必修课

[美] Eric Lehman

[美] F. Thomson Leighton 著

[美] Albert R. Meyer

唐李洋 刘杰 谭昶 金博 马海平 朱琛 译

Mathematics
for Computer Science

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书原为麻省理工学院计算机科学与工程专业的数学课程讲义，谷歌技术专家参与编写，涵盖计算机科学涉及的全部基础数学知识，包括形式逻辑符号、数学证明、归纳、集合与关系、图论基础、排列与组合、计数原理、离散概率、递归等，特别强调数学定义、证明及其应用方法。本书因具有系统、完整，以及有趣、易读等明显优势，现已被全球 IT 技术相关从业者及准从业者奉为主臬、广泛传阅，在人工智能日益普及的全新信息时代，更是大放异彩。

本书适合计算机相关专业学生及从业人员作为数学入门教材，亦可作为统计、机器学习、数据挖掘等课程的宝贵资料。

图书在版编目 (CIP) 数据

计算机科学中的数学：信息与智能时代的必修课/ (美) 埃里克·雷曼 (Eric Lehman), (美) F.汤姆森·莱顿 (F. Thomson Leighton), (美) 艾伯特·R.迈耶 (Albert R. Meyer) 著; 唐李洋等译. —北京: 电子工业出版社, 2019.4

书名原文: Mathematics for Computer Science

ISBN 978-7-121-35533-2

I. ①计... II. ①埃... ②F... ③艾... ④唐... III. ①计算机科学—数学基础 IV. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 259545 号

策划编辑: 张春雨

责任编辑: 刘 舫

印 刷: 三河市良远印务有限公司

装 订: 三河市良远印务有限公司

出版发行: 电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱

邮编: 100036

开 本: 787×980 1/16

印张: 52

字数: 1198 千字

版 次: 2019 年 4 月第 1 版

印 次: 2019 年 4 月第 1 次印刷

定 价: 168.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题, 请向购买书店调换。若书店售缺, 请与本社发行部联系, 联系及邮购电话: (010) 88254888, 88258888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式: 010-51260888-819, faq@phei.com.cn。

译者序

计算机科学与数学是密不可分的。不论是计算机本身的数值计算、逻辑推理、符号处理等，还是计算机程序中应用到的数学思想和算法，数学在计算机科学中仿佛灵魂一般地存在。另一方面，随着机器学习、人工智能、大数据等新兴技术的飞速发展以及计算性能的飞跃性提升，计算机为数学算法、模型及方法论的实践化提供了更丰富的空间和可能。《计算机科学中的数学：信息与智能时代的必修课》便是计算机科学和数学相关领域的最佳入门图书。

《计算机科学中的数学：信息与智能时代的必修课》是谷歌工程师 Eric Lehman，与麻省理工学院的两教授 F. Thomson Leighton 和 Albert R. Meyer 合著的教科书，也是麻省理工学院计算机专业本科公开课的讲义。建议读者在研读本书的同时学习这门课程，网址是 <https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-042j-mathematics-for-computer-science-fall-2010/>。

本书的翻译历经译者们一年多的辛勤付出和共同努力，经过仔细校验、核对和最终审核，竭力保证翻译的准确性。在翻译风格上，本书竭力忠于原著，尽可能地传达作者的原意。另外，本书遵循知识共享 Creative Commons Attribution-ShareAlike 3.0 协议，许可使用协议的网址为 <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>。

衷心感谢参与翻译工作的老师和同学们，他们是：唐李洋（第 1~4 章）、朱琛（第 5~8 章初译）、刘杰（第 9~13 章初译）、金博（第 14~16 章初译）、谭昶和马海平（第 17~22 章初译），全书翻译、检验和统稿由唐李洋完成。还要感谢电子工业出版社的张春雨、刘舫老师的最后审校。

由于时间仓促，加之水平有限，书中难免会有错误，敬请广大读者不吝赐教。

唐李洋

2019 年 2 月

译者简介

唐李洋

女，博士，毕业于合肥工业大学管理科学与工程系。现就职于中国电子科技集团公司第三十八研究所，曾游学美国，数据挖掘与大数据分析研究经验颇丰，在相关领域重要国际期刊及会议发表论文数篇。译有《高可用 MySQL》（第 1 版和第 2 版）、《R 高性能编程》、《大数据猩球：海量数据处理实践指南》、《流式架构：Kafka 与 MapR Streams 数据流处理》等图书。

刘杰

男，博士，南开大学教授、博士生导师。研究领域包括机器学习与数据挖掘方面的理论方法研究，以及面向信息抽取、网络挖掘、对话生成等问题的应用研究。在机器学习、数据挖掘领域重要国际期刊及会议发表论文多篇。担任中国计算机学会中文信息技术专家委员会、中国计算机学会大数据专家委员会、人工智能学会机器学习专家委员会等多个专家委员会委员及通讯委员。相关成果获得天津市科技进步二等奖两项。

谭昶

男，博士，毕业于中国科学技术大学计算机应用与技术系。现任科大讯飞股份有限公司大数据研究院执行院长兼智慧城市事业群副总裁，中国计算机学会公共政策委员会执行委员及大数据专家委员会委员。负责科大讯飞公司智慧城市、计算广告和个性化推荐等方向的大数据核心技术研发及应用推广工作，在大数据技术、个性化推荐方面有着多年的研究和实践经验。

金博

男，博士，大连理工大学教授。致力于数据挖掘、大数据分析、创新管理、商务智能等领域的科学研究。主持和参与多项国家级和省部级课题，在相关领域重要国际期刊及会议上发表论文 60 余篇，并担任数据挖掘领域三大顶级会议 KDD、ICDM、SDM 的程序委员会委员，是 ACM、IEEE 和 CCF 高级会员。

马海平

女，博士，毕业于中国科学技术大学计算机科学与技术系。现就职于科大讯飞股份有限公司，担任大数据研究院研究主管，从事数据挖掘与人工智能算法以及计算广告和个性化教育等领域的研究工作。在国际知名期刊和学术会议发表论文 7 篇，合著出版著作《Spark 机器学习进阶实战》《Spark 核心技术与高级应用》。

朱琛

男，硕士，毕业于中国科学技术大学，百度资深数据挖掘工程师。现就职于百度人才智库 (Talent Intelligence Center)，从事人力资源智能化研究，致力于用 AI 为 HR 赋能。研究方向包括文本数据挖掘、社交网络分析、图数据挖掘。在国际顶尖会议与期刊杂志发表论文十余篇，申请专利十余项，曾担任数个国际顶级会议 (KDD、SDM 等) 程序委员会委员。

目录

第 I 部分 数学证明

引言.....	3
0.1 参考文献.....	4
第 1 章 什么是证明.....	5
1.1 命题.....	5
1.2 谓词.....	8
1.3 公理化方法.....	8
1.4 我们的公理.....	9
1.4.1 逻辑推理.....	9
1.4.2 证明的模式.....	10
1.5 证明蕴涵.....	10
1.5.1 方法#1.....	11
1.5.2 方法#2: 证明逆反命题.....	12
1.6 证明“当且仅当”.....	13
1.6.1 方法#1: 证明两个语句相互蕴涵.....	13
1.6.2 方法#2: 构建 iff 链.....	13
1.7 案例证明法.....	14
1.8 反证法.....	15
1.9 数学证明的优秀实践.....	16
1.10 参考文献.....	18
1.1 节习题.....	18
1.5 节习题.....	21

1.7 节习题	21
1.8 节习题	23
第 2 章 良序原理	26
2.1 良序证明	26
2.2 良序证明模板	27
2.2.1 整数求和	27
2.3 质因数分解	29
2.4 良序集合	29
2.4.1 不一样的良序集合 (选学)	30
2.2 节习题	31
2.4 节习题	38
第 3 章 逻辑公式	40
3.1 命题的命题	41
3.1.1 NOT, AND 和 OR	41
3.1.2 当且仅当	42
3.1.3 IMPLIES	42
3.2 计算机程序的命题逻辑	44
3.2.1 真值表计算	45
3.2.2 符号表示	46
3.3 等价性和有效性	47
3.3.1 蕴涵和逆否	47
3.3.2 永真性和可满足性	48
3.4 命题代数	49
3.4.1 命题范式	49
3.4.2 等价性证明	50
3.5 SAT 问题	53
3.6 谓词公式	54
3.6.1 量词	54
3.6.2 混合量词	55
3.6.3 量词的顺序	56
3.6.4 变量与域	56
3.6.5 否定量词	57

3.6.6 谓词公式的永真性	57
3.7 参考文献	58
3.1 节习题	59
3.2 节习题	61
3.3 节习题	65
3.4 节习题	68
3.5 节习题	69
3.6 节习题	71
第 4 章 数学数据类型	79
4.1 集合	79
4.1.1 常用集合	80
4.1.2 集合的比较和组合	80
4.1.3 幂集	81
4.1.4 集合构造器标记	82
4.1.5 证明集合相等	82
4.2 序列	83
4.3 函数	84
4.3.1 域和像	84
4.3.2 函数复合	86
4.4 二元关系	86
4.4.1 关系图	87
4.4.2 关系的像	89
4.5 有限基数	90
4.5.1 有限集有多少个子集	91
4.1 节习题	92
4.2 节习题	96
4.4 节习题	97
4.5 节习题	105
第 5 章 归纳法	107
5.1 一般归纳法	107
5.1.1 一般归纳法的规则	108
5.1.2 举例说明	108

5.1.3	归纳法证明的模板	109
5.1.4	一般归纳法的简洁写法	110
5.1.5	更复杂的例子	111
5.1.6	错误的归纳证明	113
5.2	强归纳法	115
5.2.1	强归纳法的规则	115
5.2.2	斐波那契数列	116
5.2.3	质数的乘积	117
5.2.4	找零问题	118
5.2.5	堆盒子游戏	119
5.3	强归纳法、一般归纳法和良序法的比较	120
5.1	节习题	121
5.2	节习题	131
第 6 章	状态机	136
6.1	状态和转移	136
6.2	不变性原理	137
6.2.1	沿对角线移动的机器人	137
6.2.2	不变性原理的定义	139
6.2.3	示例：《虎胆龙威》	141
6.3	偏序正确性和终止性	143
6.3.1	快速求幂	143
6.3.2	派生变量	145
6.3.3	基于良序集合的终止性（选学）	146
6.3.4	东南方向跳跃的机器人（选学）	146
6.4	稳定的婚姻	147
6.4.1	配对仪式	148
6.4.2	我们结婚吧	150
6.4.3	他们从此幸福地生活在一起	150
6.4.4	竟然是男性	151
6.4.5	应用	152
6.3	节习题	153
6.4	节习题	165

第 7 章 递归数据类型.....	172
7.1 递归定义和结构归纳法.....	172
7.1.1 结构归纳法.....	174
7.2 匹配带括号的字符串.....	175
7.3 非负整数上的递归函数.....	179
7.3.1 \mathbb{N} 上的一些标准递归函数.....	179
7.3.2 不规范的函数定义.....	179
7.4 算术表达式.....	181
7.4.1 A^{exp} 的替换和求值.....	181
7.5 计算机科学中的归纳.....	185
7.1 节习题.....	185
7.2 节习题.....	193
7.3 节习题.....	201
7.4 节习题.....	202
第 8 章 无限集.....	206
8.1 无限基数集.....	206
8.1.1 不同之处.....	209
8.1.2 可数集.....	209
8.1.3 幂集的势严格大于原集合.....	211
8.1.4 对角线证明.....	213
8.2 停止问题.....	214
8.3 集合逻辑.....	217
8.3.1 罗素悖论.....	217
8.3.2 集合的 ZFC 公理系统.....	218
8.3.3 避免罗素悖论.....	220
8.4 这些真的有效吗.....	220
8.4.1 计算机科学中的无穷大.....	221
8.1 节习题.....	221
8.2 节习题.....	228
8.3 节习题.....	233
8.4 节习题.....	236

第 II 部分 结构

引言	241
第 9 章 数论	242
9.1 整除	242
9.1.1 整除的性质	243
9.1.2 不可整除问题	244
9.1.3 虎胆龙威	245
9.2 最大公约数	247
9.2.1 欧几里得算法	247
9.2.2 粉碎机	249
9.2.3 水壶问题的通解	251
9.2.4 最大公约数的性质	252
9.3 质数的奥秘	253
9.4 算术基本定理	255
9.4.1 唯一分解定理的证明	256
9.5 阿兰·图灵	257
9.5.1 图灵编码 (1.0 版)	258
9.5.2 破解图灵编码 (1.0 版)	260
9.6 模运算	260
9.7 余运算	262
9.7.1 环 \mathbb{Z}_n	264
9.8 图灵编码 (2.0 版)	265
9.9 倒数与约去	266
9.9.1 互质	267
9.9.2 约去	268
9.9.3 解密 (2.0 版)	268
9.9.4 破解图灵编码 (2.0 版)	269
9.9.5 图灵后记	269
9.10 欧拉定理	271
9.10.1 计算欧拉 ϕ 函数	273
9.11 RSA 公钥加密	274
9.12 SAT 与 RSA 有什么关系	276

9.13 参考文献	277
9.1 节习题	277
9.2 节习题	278
9.3 节习题	285
9.4 节习题	285
9.6 节习题	287
9.7 节习题	288
9.8 节习题	293
9.9 节习题	293
9.10 节习题	295
9.11 节习题	303
第 10 章 有向图和偏序	309
10.1 顶点的度	311
10.2 路和通路	311
10.2.1 查找通路	313
10.3 邻接矩阵	314
10.3.1 最短路径	315
10.4 路关系	316
10.4.1 复合关系	316
10.5 有向无环图&调度	317
10.5.1 调度	318
10.5.2 并行任务调度	320
10.5.3 Dilworth 引理	322
10.6 偏序	323
10.6.1 DAG 中路关系的性质	323
10.6.2 严格偏序	324
10.6.3 弱偏序	325
10.7 用集合包含表示偏序	326
10.8 线性序	327
10.9 乘积序	327
10.10 等价关系	328
10.10.1 等价类	328
10.11 关系性质的总结	329

10.1 节习题	330
10.2 节习题	331
10.3 节习题	334
10.4 节习题	335
10.5 节习题	338
10.6 节习题	344
10.7 节习题	347
10.8 节习题	349
10.9 节习题	352
10.10 节习题	354
第 11 章 通信网络	357
11.1 路由	357
11.1.1 完全二叉树	357
11.1.2 路由问题	358
11.2 路由的评价指标	358
11.2.1 网络直径	358
11.2.2 交换机的数量	359
11.2.3 网络时延	359
11.2.4 拥塞	360
11.3 网络设计	361
11.3.1 二维阵列	361
11.3.2 蝶形网络	362
11.3.3 Beneš 网络	363
11.2 节习题	368
11.3 节习题	368
第 12 章 简单图	373
12.1 顶点邻接和度	373
12.2 美国异性伴侣统计	375
12.2.1 握手引理	376
12.3 一些常见的图	377
12.4 同构	378
12.5 二分图与匹配	380

12.5.1	二分匹配问题.....	380
12.5.2	匹配条件.....	381
12.6	着色.....	384
12.6.1	一个考试安排问题.....	384
12.6.2	一些着色边界.....	386
12.6.3	为什么着色.....	387
12.7	简单路.....	388
12.7.1	简单图中的路、通路和圈.....	388
12.7.2	圈作为子图.....	389
12.8	连通性.....	390
12.8.1	连通分量.....	390
12.8.2	奇数长度的圈和 2-着色性.....	391
12.8.3	k -连通图.....	392
12.8.4	连通图的最小边数.....	393
12.9	森林和树.....	394
12.9.1	叶子、父母和孩子.....	394
12.9.2	性质.....	395
12.9.3	生成树.....	397
12.9.4	最小生成树.....	397
12.10	参考文献.....	401
12.2	节习题.....	402
12.4	节习题.....	403
12.5	节习题.....	406
12.6	节习题.....	411
12.7	节习题.....	418
12.8	节习题.....	420
12.9	节习题.....	424
第 13 章	平面图.....	431
13.1	在平面上绘制图形.....	431
13.2	平面图的定义.....	433
13.2.1	面.....	434
13.2.2	平面嵌入的递归定义.....	436
13.2.3	这个定义行吗.....	438

13.2.4 外表面在哪里呢.....	438
13.3 欧拉公式.....	439
13.4 平面图中边的数量限制.....	440
13.5 返回到 K_5 和 $K_{3,3}$	441
13.6 平面图着色.....	442
13.7 多面体的分类.....	443
13.8 平面图的另一个特征.....	445
13.2 节习题.....	446
13.8 节习题.....	447

第Ⅲ部分 计数

引言.....	455
第 14 章 求和与渐近性.....	457
14.1 年金的值.....	458
14.1.1 钱未来的价值.....	458
14.1.2 扰动法.....	459
14.1.3 年金价值的闭型.....	460
14.1.4 无限长的等比数列.....	460
14.1.5 示例.....	461
14.1.6 等比数列求和的变化.....	462
14.2 幂和.....	463
14.3 估算求和式子.....	465
14.4 超出边界.....	468
14.4.1 问题陈述.....	468
14.4.2 调和数.....	471
14.4.3 渐近等式.....	473
14.5 乘积.....	474
14.5.1 斯特林公式.....	475
14.6 双倍的麻烦.....	477
14.7 渐近符号.....	479
14.7.1 小 o	479
14.7.2 大 O	479

14.7.3	θ	481
14.7.4	渐近符号的误区	482
14.7.5	Ω (选学)	484
14.1	节习题	484
14.2	节习题	486
14.3	节习题	486
14.4	节习题	488
14.7	节习题	490
第 15 章	基数法则	499
15.1	通过其他计数来计算当前计数	499
15.1.1	双射规则	499
15.2	序列计数	500
15.2.1	乘积法则	501
15.2.2	n -元素集合的子集	501
15.2.3	加和法则	502
15.2.4	密码计数	502
15.3	广义乘积法则	503
15.3.1	有缺陷的美元钞票	504
15.3.2	一个象棋问题	505
15.3.3	排列	505
15.4	除法法则	506
15.4.1	另一个象棋问题	506
15.4.2	圆桌骑士	507
15.5	子集计数	508
15.5.1	子集法则	509
15.5.2	比特序列	510
15.6	重复序列	510
15.6.1	子集序列	510
15.6.2	Bookkeeper 法则	511
15.6.3	二项式定理	512
15.7	计数练习: 扑克手牌	513
15.7.1	四条相同点数的手牌	514
15.7.2	葫芦手牌	514