



湖北省学术著作出版专项资金资助项目  
土木工程前沿学术研究著作丛书(第1期)

# 钢结构平面内稳定理论

## (上册)

In – plane Stability Theory of Steel Structures

张文福 著



湖北省学术著作出版专项资金资助项目  
土木工程前沿学术研究著作丛书(第1期)

# 钢结构平面内稳定理论

(上册)

张文福 著

武汉理工大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

钢结构平面内稳定理论(上册)/张文福著.—武汉:武汉理工大学出版社,2018.12  
ISBN 978-7-5629-5694-5

I. ①钢… II. ①张… III. ①钢结构-结构稳定性-研究生-教材 IV. ①TU391

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 331435 号

项目负责人:杨万庆 高 英 汪浪涛

责任编辑:王一维 高 英

责任校对:雷 芳

封面设计:橙 子

出版发行:武汉理工大学出版社

地 址:武汉市洪山区珞狮路 122 号

邮 编:430070

网 址:<http://www.wutp.com.cn>

经 销 者:各地新华书店

印 刷 者:武汉中远印务有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:21.25

字 数:585 千字

版 次:2018 年 12 月第 1 版

印 次:2018 年 12 月第 1 次印刷

定 价:90.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线电话:027-87391631 87664138 87785758 87165708(传真)

• 版权所有,盗版必究 •

# 前　　言

本书源自于作者在东北石油大学的研究生教学实践和相关科学的研究工作的积累。

全书分为上、下两册。上册为钢结构平面内稳定理论,第一部分介绍 Euler 柱的数学力学模型;微分方程模型和能量变分模型,Euler 柱模型在有限元、转角-位移法、框架屈曲简化分析方法和非保守力下屈曲的应用;第二部分介绍 Timoshenko 柱模型的理论基础,微分方程模型和能量变分模型,Timoshenko 柱模型在有限元、转角-位移法、格构柱以及高层框架-剪力墙等体系屈曲分析中的应用。下册为钢结构平面外稳定理论,第一部分介绍 Kirchhoff 薄板屈曲的微分方程模型和能量变分模型,刚周边假设下其组合扭转与弯扭屈曲的板-梁理论;第二部分介绍薄壁构件组合扭转、钢柱和钢梁弯扭屈曲及畸变屈曲的板-梁理论,弹性支撑钢梁的弯扭屈曲分析。

本书是为适应土木工程学科研究生教学需要而编写,与经典稳定理论著作和教材相比,本书既注重梁、板和薄壁构件力学模型之间的区别,更注重它们的联系,据此作者提出了薄壁构件组合扭转和弯扭屈曲的板-梁理论,为解决钢-混凝土组合结构、空翼缘钢梁等复杂构件的组合扭转和弯扭屈曲问题奠定了理论基础;同时,相关的理论推导较为详尽,既可满足研究生开展相关科学的研究的需要,也可满足高年级本科生和工程师的自学需求。书中部分 matlab 程序的源代码大多以二维码的形式出现,读者可直接用微信扫码下载阅读。

在该书的成稿过程中,要感谢国家自然科学基金(51178087,51578120)、黑龙江省自然科学基金(A9915,E200811)、南京工程学院科研基金(YKJ201617)等项目的资助;感谢在东北石油大学工作期间,校院提供的科研平台及课题组成员计静、刘迎春、刘文洋、陈克珊、柳凯议、邓云、任亚文、梁文锋、谭英昕、李明亮、王总、侯贵兰、谢丹、常亮等在数值模拟和试验验证方面所做大量出色的基础工作;感谢南京工程学院宗兰、黄斌、章丛俊、过铁青、于旭等同事的热情鼓励与帮助;感谢高英编辑及其同事,她们的专业水准及敬业态度保证了出版的进度与质量;还要特别感谢我的夫人赵文艳女士,她的默默付出和深情鼓励是我科研之舟的不竭动力,她对书稿高效认真的校对及润色完善使得该书能得以如期付梓完成。

此外,我更要衷心感谢我的导师钟善桐先生,先生严谨治学和勇于创新的精神时刻鞭策和激励我前行,谨以此书纪念钟善桐先生诞辰 100 周年!

此书仅是作者目前对钢结构稳定理论的认识,疏漏在所难免,敬请各位读者不吝赐教!作者的邮箱为 [zhang\\_wenfu@njit.edu.cn](mailto:zhang_wenfu@njit.edu.cn)。

张文福

2018.4 于英国帝国理工学院

# 目 录

<b>1 稳定理论基础</b>	1
1.1 稳定性与屈曲的概念	1
1.2 失稳事故	4
1.3 稳定问题的类型与屈曲准则	11
1.4 钢材的性能与简化模型	22
1.5 钢构件截面纵向残余应力与简化模型	25
参考文献	30
<b>2 Euler 柱弹性弯曲屈曲:力学与数学模型</b>	31
2.1 Euler 柱的力学模型	31
2.2 Euler 柱的微分方程模型	31
2.3 Euler 柱的能量变分模型	37
2.4 两种数学模型的等价性与相互转化问题	40
参考文献	44
<b>3 Euler 柱弹性弯曲屈曲:微分方程解答</b>	45
3.1 Euler 柱屈曲荷载	45
3.2 端部约束对 Euler 柱屈曲荷载的影响与计算长度系数	46
3.3 跨中支撑对 Euler 柱屈曲荷载的影响	55
3.4 预应力对 Euler 柱屈曲荷载的影响	62
3.5 变截面 Euler 柱的弹性弯曲屈曲	67
3.6 Euler 柱弹性弯曲屈曲理论的缺陷与改进	79
参考文献	82
<b>4 Euler 柱弹性弯曲屈曲:能量变分解答</b>	83
4.1 自重下的 Euler 柱屈曲问题	83
4.2 恒载和可变荷载共同作用下的 Euler 柱屈曲荷载	88
4.3 预应力压杆的受力性能与屈曲荷载	91
4.4 实体变截面 Euler 柱屈曲问题	96
4.5 线性变截面薄壁悬臂柱的无穷级数解:精确解	103
4.6 薄壁管状变截面悬臂柱和梭形柱屈曲问题	107

4.7 翼缘宽度线性变化的工字形悬臂柱和梭形柱屈曲问题 .....	114
参考文献.....	119
<b>5 Euler 柱弹性弯曲屈曲:有限元法与转角-位移法 .....</b>	<b>120</b>
5.1 有限元软件存在的问题 .....	120
5.2 单元刚度矩阵的两种推导方法 .....	121
5.3 精确单元刚度矩阵的推导:微分方程法.....	121
5.4 近似单元刚度矩阵的推导:能量变分法.....	125
5.5 两种刚度矩阵的关系与优缺点 .....	130
5.6 整体坐标系下的单元刚度矩阵 .....	131
5.7 算例 .....	132
5.8 转角-位移法.....	140
参考文献.....	147
<b>6 Euler 柱弹性弯曲屈曲:非保守力情况 .....</b>	<b>148</b>
6.1 Beck 柱屈曲问题的能量变分原理 .....	148
6.2 Beck 柱屈曲问题的微分方程模型与解答简介 .....	150
6.3 Beck 柱屈曲问题的能量变分解 .....	152
6.4 Timoshenko 柱定点张拉屈曲问题的能量变分解 .....	155
参考文献.....	160
<b>7 框架弹性弯曲屈曲:有限元法与计算长度系数法 .....</b>	<b>161</b>
7.1 框架屈曲分析的有限元法 .....	161
7.2 单层框架的侧向弹性支撑刚度阈值 .....	170
7.3 多层多跨框架屈曲:计算长度系数法(水平一).....	174
参考文献.....	185
<b>8 框架弹性弯曲屈曲:D 值法与特征值算法 .....</b>	<b>186</b>
8.1 框架侧移分析的 D 值法 .....	186
8.2 框架柱的计算长度系数:水平二(层间屈曲模型).....	194
8.3 框架柱的计算长度系数:水平三(多层屈曲模型).....	205
参考文献.....	217
<b>9 Timoshenko 柱弹性弯曲屈曲:基础理论与方法 .....</b>	<b>218</b>
9.1 Timoshenko 柱的力学与数学模型 .....	218
9.2 Timoshenko 柱弹性弯曲屈曲的微分方程解答 .....	223
9.3 Timoshenko 柱弹性弯曲屈曲的能量变分解答 .....	230
9.4 Timoshenko 柱的转角-位移方程和单元刚度矩阵 .....	233
参考文献.....	239

## 目 录

---

10 Timoshenko 柱弹性弯曲屈曲:工程应用与设计建议 .....	240
10.1 等截面格构柱的等效刚度、屈曲荷载与设计建议 .....	240
10.2 变截面格构柱的等效刚度、屈曲荷载与设计建议 .....	255
10.3 巨型框架柱的等效刚度、屈曲荷载与设计建议 .....	270
10.4 高层框架-剪力墙(支撑)结构的屈曲荷载 .....	273
10.5 夹层柱模型:能量变分模型与串并联模型 .....	289
参考文献 .....	302
附录 .....	303
附录 1 变分法基础 .....	303
附录 2 伽辽金法基础 .....	309

# 1 稳定理论基础

## 1.1 稳定性与屈曲的概念

### 1.1.1 稳定性的概念

平衡的稳定性概念可用图 1.1 所示的经典例子,即用钢球在曲面上的运动表现来加以定性说明(Timoshenko and Gere, 1961 年)。当钢球处于凸曲面的顶端静止时[图 1.1(a)],若其受到外界扰动力影响,则钢球会立即偏离其原始平衡位置,在重力分力  $P\sin\theta$  的作用下沿着曲面滚下,最终钢球不会回到其原始平衡位置,即此时的钢球处于不稳定平衡状态(Unstable Equilibrium State)。当钢球处于凹曲面的底端静止时[图 1.1(b)],若其受到外界扰动力影响,虽然钢球也会偏离其原始平衡位置,沿着曲面滚上或滚下,但在重力分力  $P\sin\theta$  的作用下,最终钢球会静止下来,并回到其原始平衡位置,即此时的钢球处于稳定平衡状态(Stable Equilibrium State)。若外界扰动力作用于水平面静止的钢球时[图 1.1(c)],钢球虽然也会偏离其原始平衡位置,但一旦去除外界扰动力,则钢球就会在新的位置停下来,即此时的钢球处于中性平衡状态(Neutral Equilibrium State),因为此时钢球的重心位置既没有被提升也没有被降低。

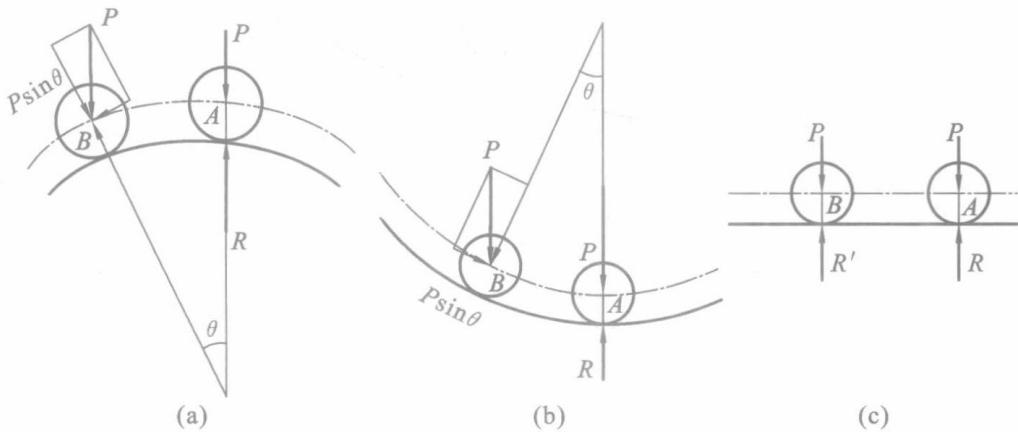


图 1.1 钢球的三种平衡状态

(a) 不稳定平衡状态; (b) 稳定平衡状态; (c) 中性平衡状态

(1) 上述关于稳定与不稳定平衡状态的定义仅适合扰动力比较小,且扰动力的施加是比较缓慢的情况,即上述讨论仅限于静力平衡的稳定性问题。

与静力稳定性问题相对应,还有动力稳定性问题,比如轴向力为简谐动荷载的 Euler 柱的稳定性问题(图 1.2)。李亚普诺夫(Lyapunov)对动力稳定性的定义为:若任意时刻的运动(比如位移和速度)是有界的,则体系的运动就是稳定的,否则就是不稳定的。

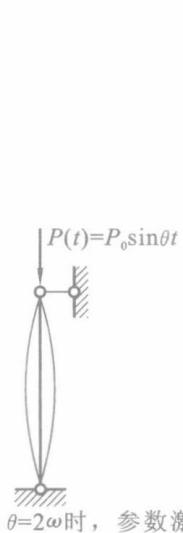


图 1.2 轴压杆的动力稳定性

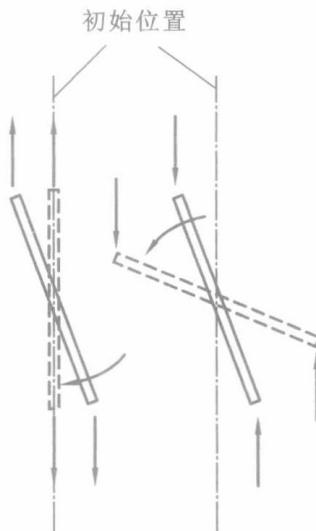


图 1.3 受拉杆件和受压杆件

### (2) 关于失稳的驱动力

若没有重力的影响,比如钢圆盘放在地面上,则钢圆盘在任意位置都可能处在“中性平衡状态”,且与曲面形状无关。因此,此时重力是钢球失稳的驱动力。后面我们将看到,对于结构或构件的失稳而言,压应力是驱动力。即只要结构或构件存在压应力,则其必然会产生稳定问题。据此我们可以理解为图 1.3 所示的拉杆是稳定的,因为它即使受到外界(侧向)扰动力的影响,由于两端拉力的恢复力特性它也会回到铅直的平衡状态。

### (3) 关于“稳定性”的进一步说明

虽然利用曲面上钢球的表现来介绍稳定性的概念比较通俗易懂,但本书的稳定理论是以钢梁、柱、框架等弹性体为研究对象的,因为不包括如下的刚体稳定性问题:

#### ① 与几何组成相关的稳定性问题

几何组成分析中假设杆件为刚体,其分析的目的在于确定哪种组成是“结构”,哪种组成是“机构”。“结构”和“机构”仅一字之差,但其力学表现却是大相径庭。以图 1.4 所示的排架为例,虽然两者在重力荷载下都是处于平衡状态,但前者属于“机构”,因为其平衡是不稳定的,而后者是“结构”,因此其平衡是稳定的。

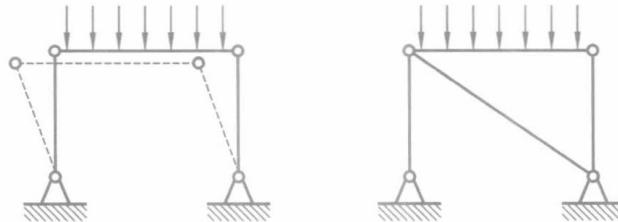


图 1.4 与几何构成相关的稳定性

#### ② 与倾覆(Overturning)相关的稳定性问题

在倾覆分析中,一般假设构件是刚性的,即构件弹性对结果的影响可以忽略。以图 1.5 所示的单墩桥梁和对角点支承鞍形屋盖为例,倾覆分析的目的是研究水平荷载下桥梁或屋盖等的稳定性问题。

根据前述的刚体假设可知,与几何组成和倾覆相关的稳定性问题与构件的强度和刚度关系不大,因此这是一类特殊的刚体静力学问题,不在本书讨论范围之内。

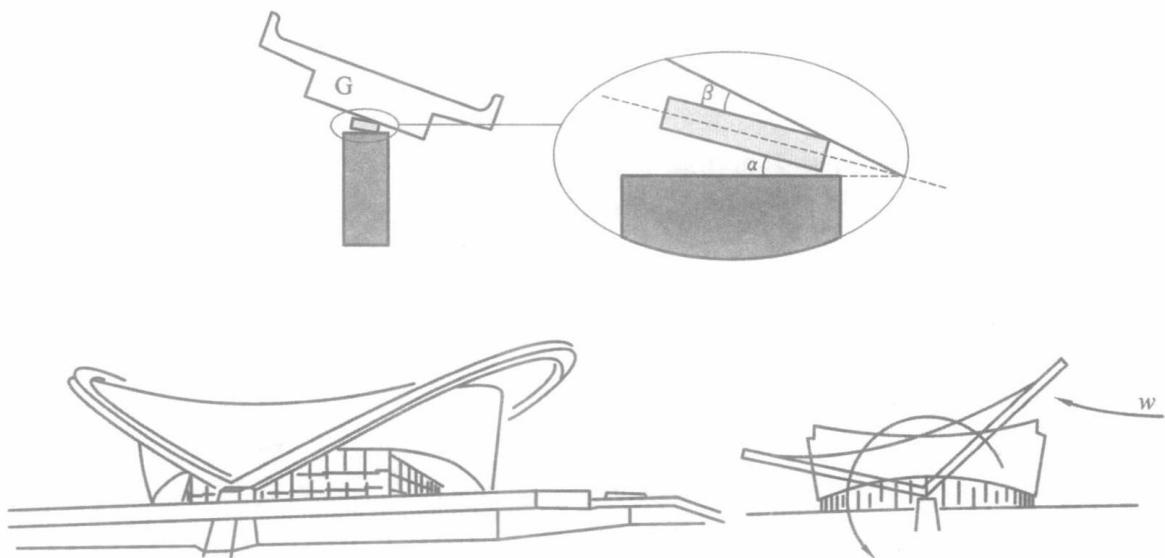


图 1.5 与倾覆相关的稳定性

### 1.1.2 屈曲的概念

若查阅相关英文文献,我们会发现早期的文献标题较多地采用了“稳定性”(Stability),而近 40 年的文献标题则较多地采用了“屈曲”(Buckling)的概念。

一般认为,屈曲(Buckling)与失稳(Instability)同义。但不同学者对屈曲的定义也不尽相同。比如 T V Galambos 在其著作《钢结构稳定理论》(2008 年)中认为:失稳(Instability)是指荷载的小变化将导致位移的大变化;陈铁云和沈惠申在其著作《结构的屈曲》(1993 年)中对屈曲的定义为:当结构所受荷载达到某一值时,若增加一微小的增量,则结构的平衡位形(Configuration)将发生很大的变化,这种情况叫做结构失稳或屈曲(Buckling),相应的荷载称为临界荷载或屈曲荷载。

一般来说,结构失稳后的承载能力有时可增大,有时则减小。这与荷载种类、结构的几何特征等因素有关。

实质上,若参照李亚普诺夫(Lyapunov)对稳定性的定义,屈曲荷载可直接依据运动无界,即位移无穷大的条件来确定,也可以按照如下的切线刚度为零的条件来确定。

#### 【说明】

##### (1) 从刚度变化的角度来理解结构体系屈曲问题的本质

众所周知,结构体系的位移变化与体系的刚度改变密切相关。因此,屈曲的概念也可以通过结构体系的刚度变化来解释。R D Cook(1981 年)的解释参见本书的几何刚度矩阵讨论。

陈惠发在其著作《结构稳定》中指出:对于多自由度体系,体系的力和位移通过刚度矩阵联系起来。若刚度矩阵是正定的,则体系是稳定的;若刚度矩阵是负定的,则体系是不稳定的。刚度矩阵从正定到负定的转变点为中性平衡点,也称为稳定极限点(Stability Limit Point)。此时体系的切线刚度消失了,即切线刚度矩阵的行列式为零。此书还给出了如何利用切线刚度特征值等于零来确定屈曲荷载的数值算例。

##### (2) 临界荷载与屈曲荷载的区别

虽然众多学者都认为临界荷载(Critical Load)和屈曲荷载(Buckling Load)这两个术语

含义上相近,但个别欧美学者则认为两者之间还是存在一些微小差别的。比如 N G R Iyengar(1988 年)和 R D Ziemian(2010 年)认为临界荷载为通过稳定理论分析得到的发生分枝屈曲的荷载,比如 Euler 荷载,适合于理想结构(Idea Structures),而屈曲荷载为偏压构件或者单元在使用中垮塌,或者在试验中屈曲的荷载,适合于实际结构(Real Structures)。C M Wang(2005 年)在其著作中还将 Euler 荷载称为临界屈曲荷载(Critical Buckling Load)。

## 1.2 失稳事故

由于钢材轻质高强,钢结构的构件通常比较柔细和单薄,易于发生屈曲(失稳)破坏。因此从 19 世纪末至今,钢结构工程技术史记录了许多重要的失稳事故和坍塌事件,这不仅加快了人们对于事故相关稳定问题的研究与探索,而且推动了钢结构稳定理论和设计方法的进一步完善与发展。

### 1.2.1 整体失稳事故

1875 年,俄国克夫达河的敞开式桁架桥因上弦压杆发生侧向失稳导致全桥发生破坏(图 1.6)。

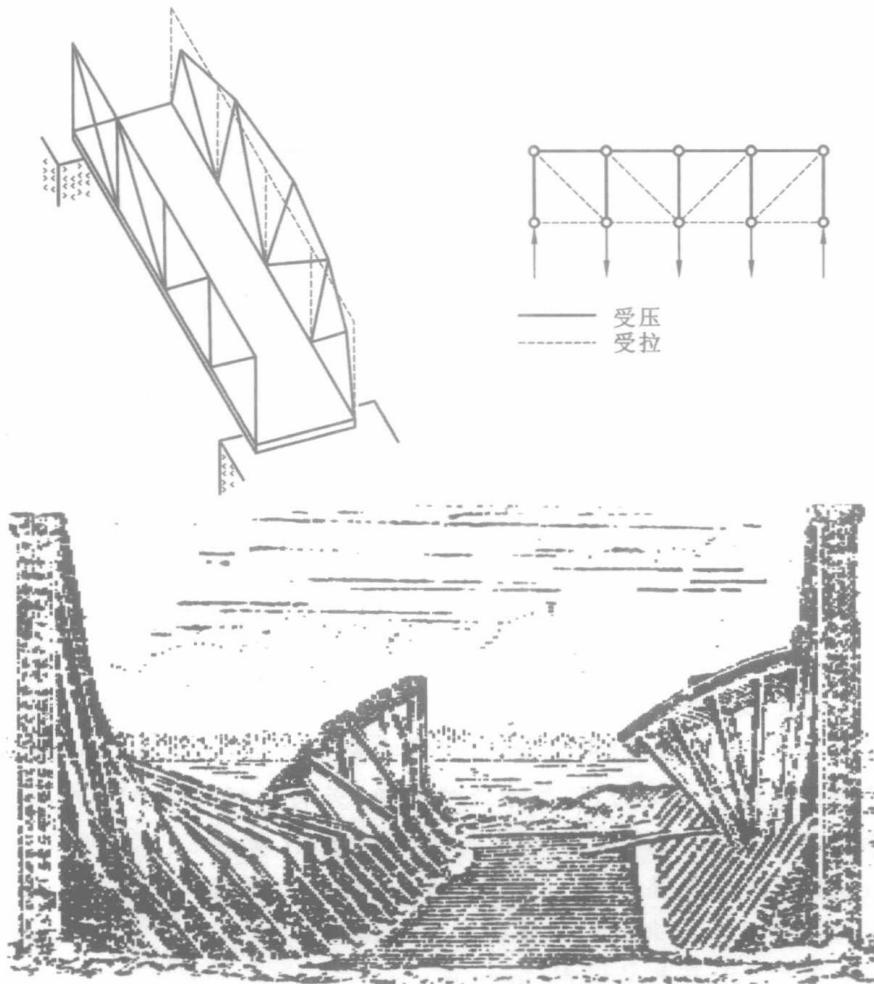


图 1.6 俄国克夫达河的敞开式桁架桥失稳后的状况

1940年,美国塔科玛海峡吊桥(Tacoma Narrows Bridge)倒塌(图1.7)。该桥于1940年7月1日通车,同年11月7日11点10分,主梁(板式钢梁)在中等风速下就被戏剧性地摧毁。桥梁垮塌时的风速仅为18.8m/s,远低于设计风速53.6m/s,这就是著名的空气动力失稳现象。这一奇特的失稳现象被一支摄影队有幸拍摄了下来(原始影像可以从网上查到)。实际上此事故与飞机机翼的颤振破坏类似,因而引起冯·卡曼、弗拉索夫(Vlasov)等著名学者的关注。冯·卡曼认为“卡曼涡街”可以用来解释此次事故;Vlasov在其不朽的著作《弹性薄壁梁》中,基于薄壁构件弯扭振动方程,考虑了空气动力的影响,对塔科玛海峡吊桥的失稳事故进行了理论分析。

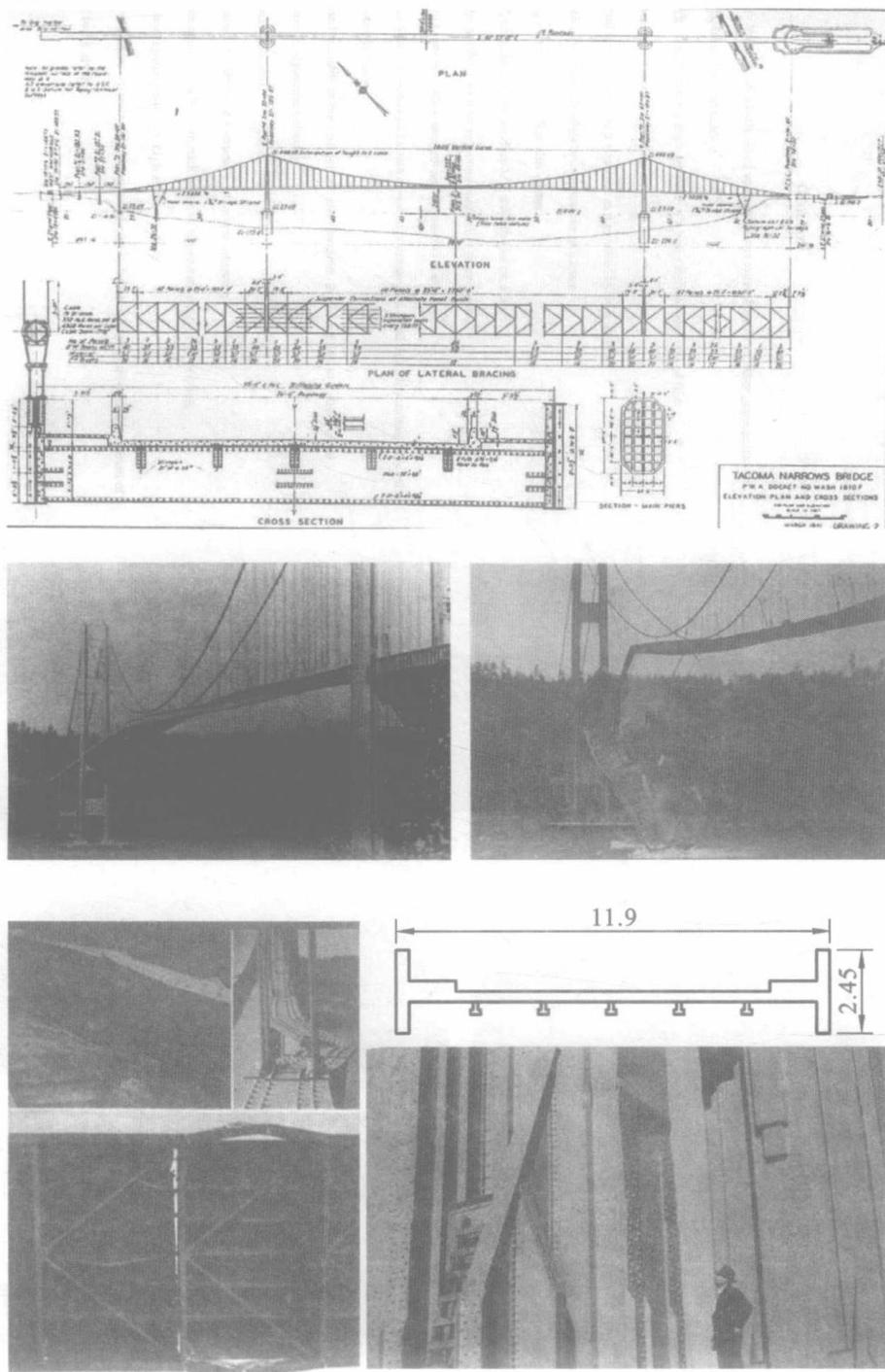


图1.7 塔科玛海峡吊桥的倒塌

1963年罗马尼亚布加勒斯特穹顶(Dome)倒塌。布加勒斯特穹顶于1961年建成，跨度约93.6m，矢跨比约1:5。穹顶是由钢管杆件构成的单层网壳，其网格呈等边三角形，支承在沿圆形周边布置的混凝土柱上。为了节省组装成本，工程师设计了一种用金属丝绑扎的杆件连接方式。这种连接方式可简化节点构造，使构件都能贯通。然而此穹顶建成17个月后，于1963年1月30日晚整体倒塌。倒塌后，屋顶穹顶翻转成倒置的穹顶(图1.8)。事后专家们认定，布加勒斯特穹顶的倒塌是由于弹性失稳所致。这种整体失稳就是著名的“跳跃屈曲”(Snap-Through Buckling)。

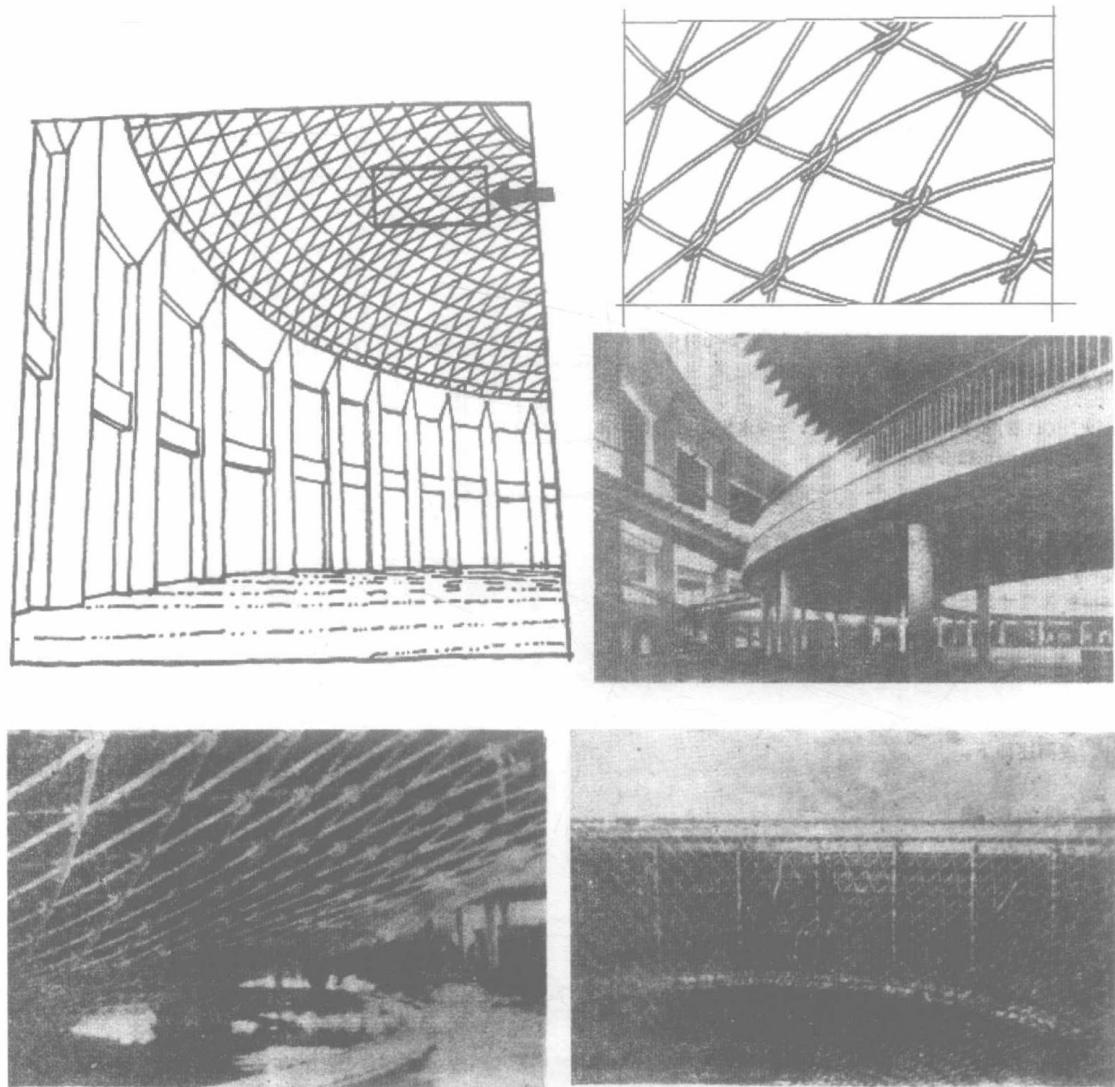


图1.8 罗马尼亚布加勒斯特穹顶倒塌

## 1.2.2 构件失稳事故

1907年8月，加拿大魁北克桥(The Quebec Bridge)架设阶段倒塌。此桥为钢桁架悬臂桥(Riveted Steel Truss Bridge)。在悬臂端的架设过程中，由于靠近柱墩的下弦杆(A9L)的屈曲而引发了严重的垮塌事故(图1.9)。8月29日下午5:30,17000t钢材坠入河中，75人

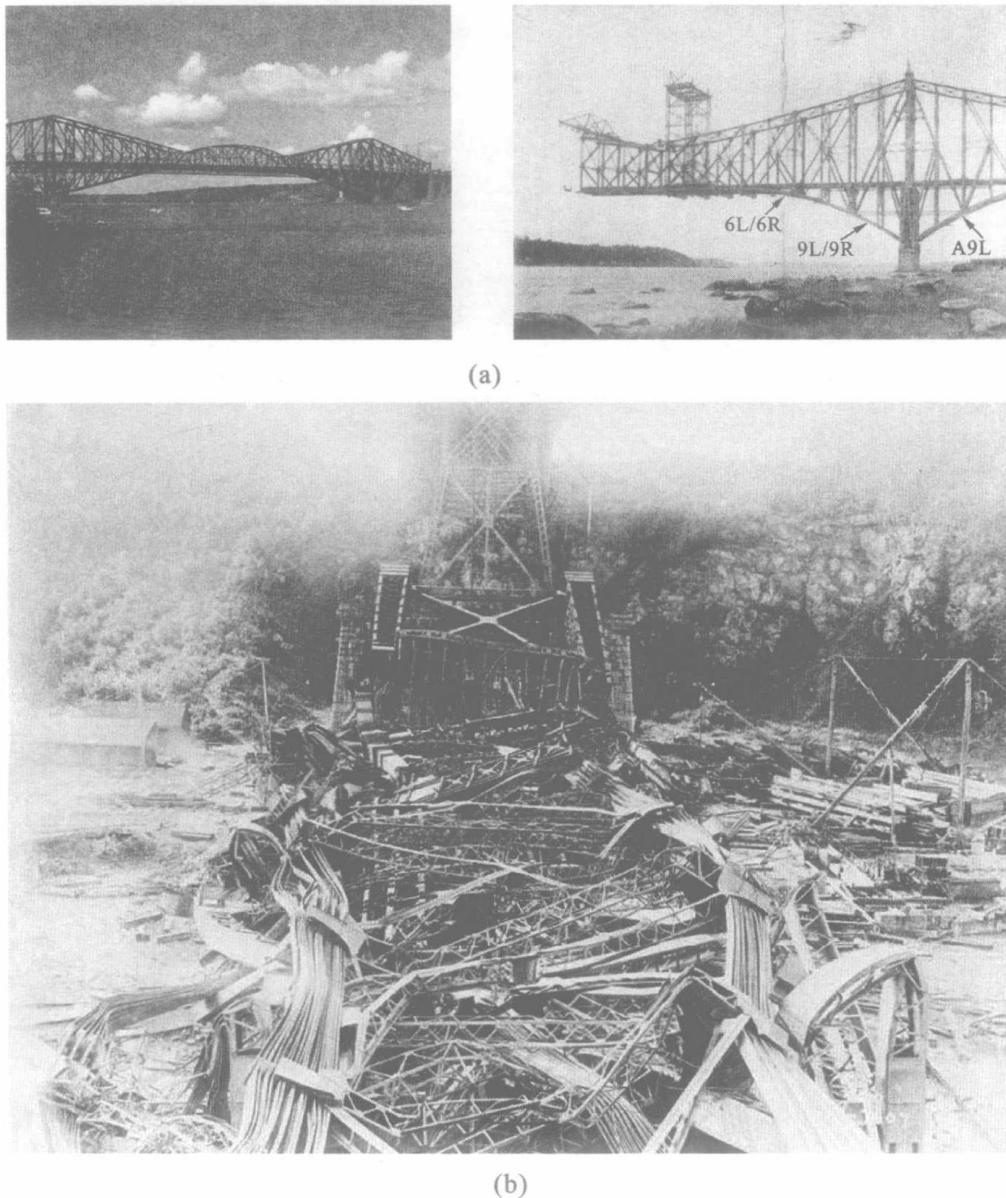


图 1.9 加拿大魁北克钢桥

(a) 倒塌前; (b) 倒塌后的现场

遇难。桥梁倒塌仅用时 15s, 其巨响在 10km 外都可以听到。1916 年该桥在架设中间桁架的过程中, 因施工问题又一次倒塌(图 1.10)。

1925 年, 苏联的莫兹尔桥在试车时由于压杆失稳而发生严重事故(图 1.11)。

1978 年, 美国哈特福德(Hartford)体育馆网架倒塌。该体育馆于 1973 年建成, 其屋盖跨度为  $91m \times 110m$ , 结构形式为正放四角锥的空间网架, 采用了再分式腹杆体系, 网格尺寸约 9m(偏大)。屋盖由四根立柱点式支承。1978 年 1 月 18 日凌晨(4:19 a. m.), 该体育馆网架整体轰然倒塌。顷刻间 1400t 钢材、石膏板吊顶和建筑屋面材料砸在 1 万个空座位上。所幸当时场馆内无人, 否则后果不堪设想。倒塌的原因是端部上弦杆(十字形截面)的失稳所致(图 1.12)。

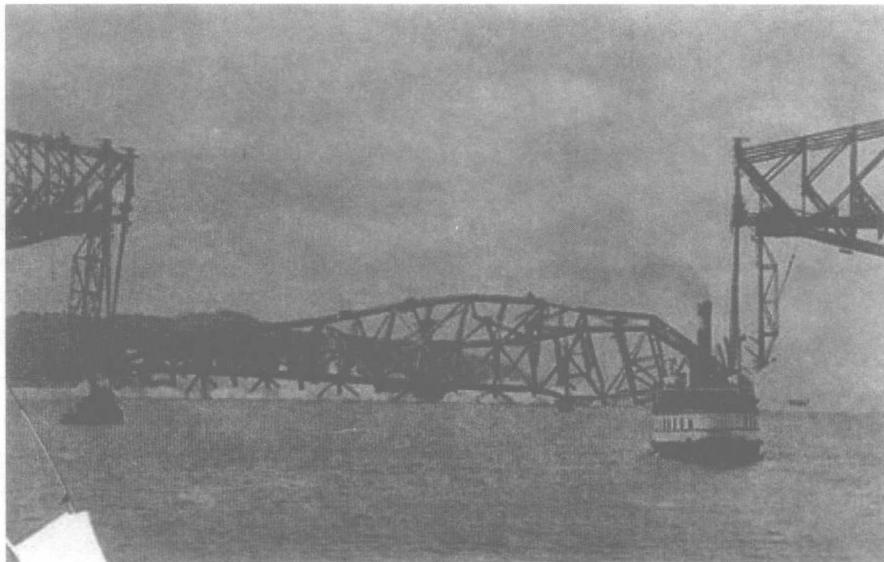


图 1.10 加拿大魁北克钢桥的第二次事故

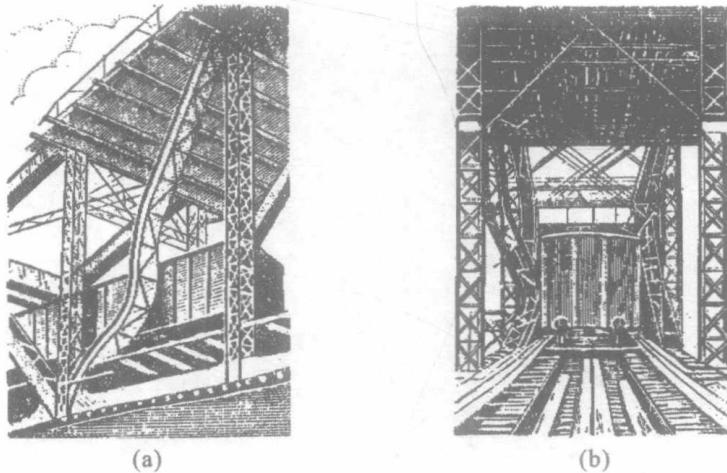
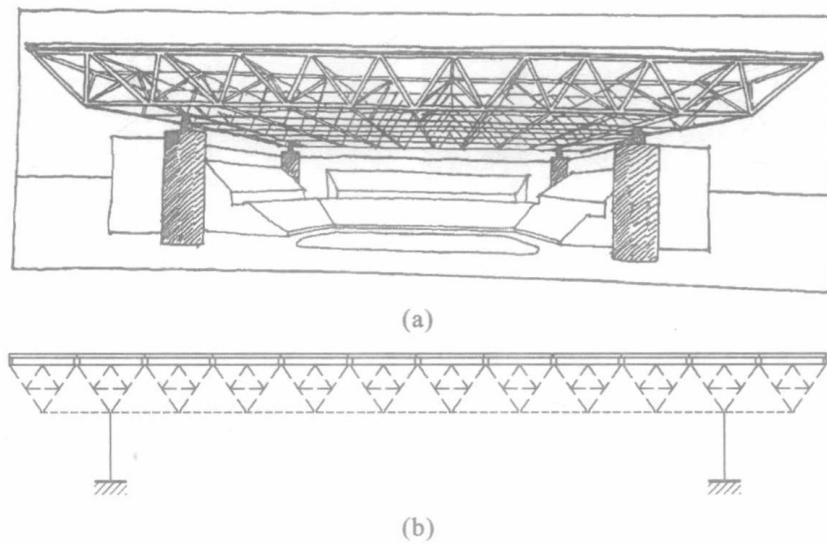
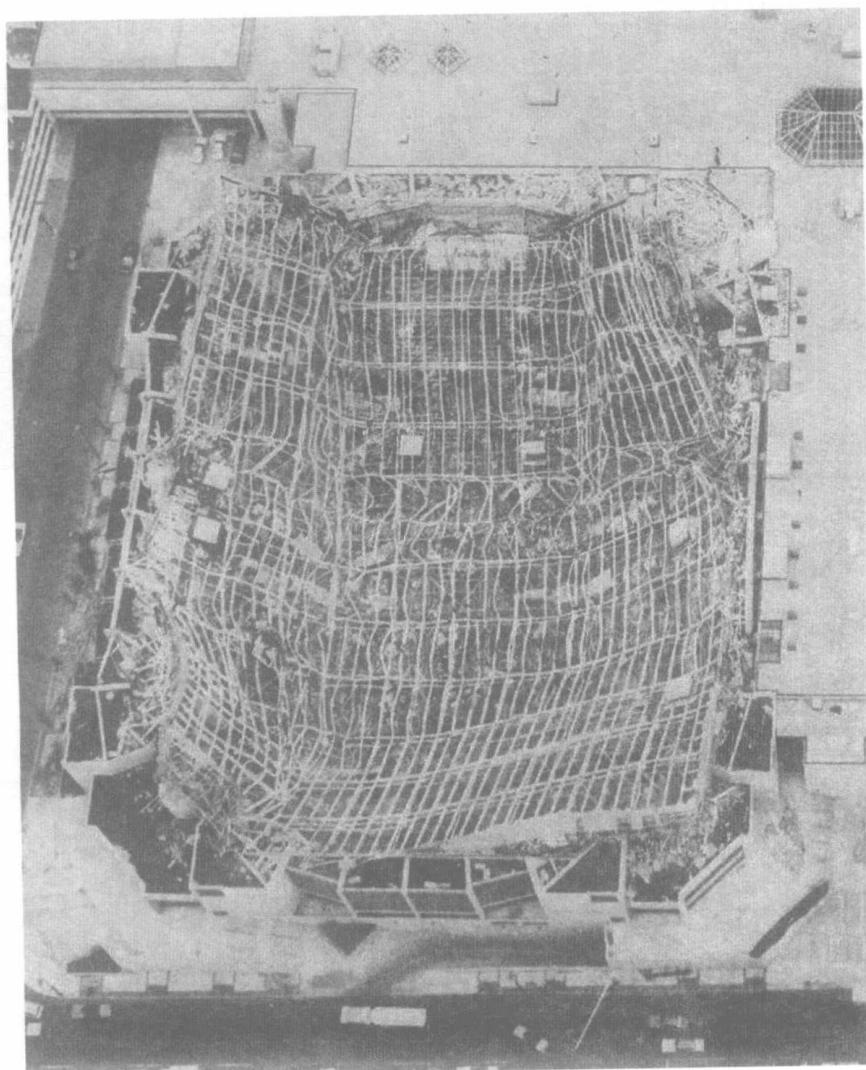


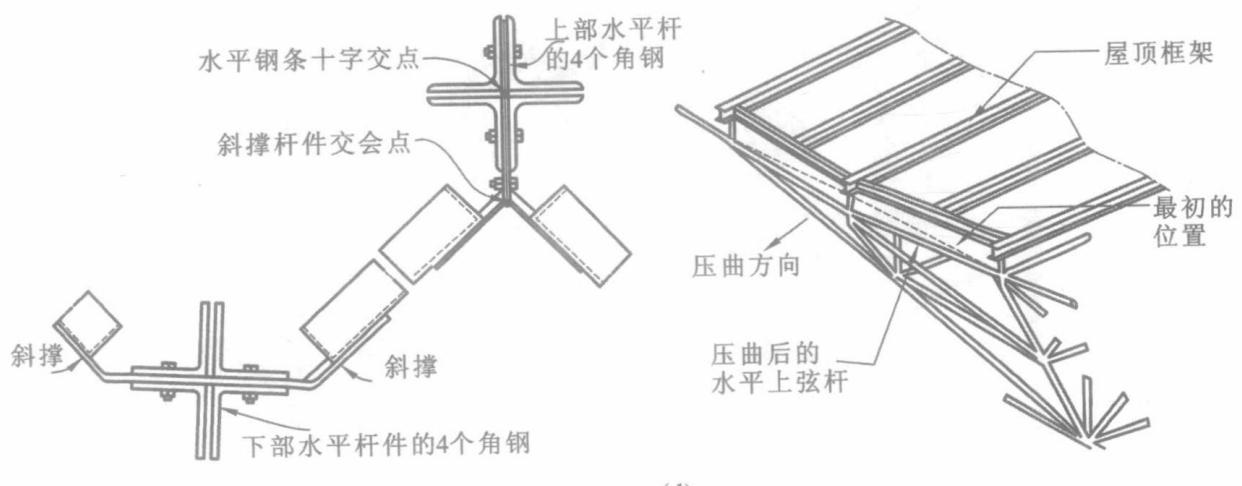
图 1.11 苏联莫兹尔桥失稳后桁架的变形情况

(a) 侧视图; (b) 截面图





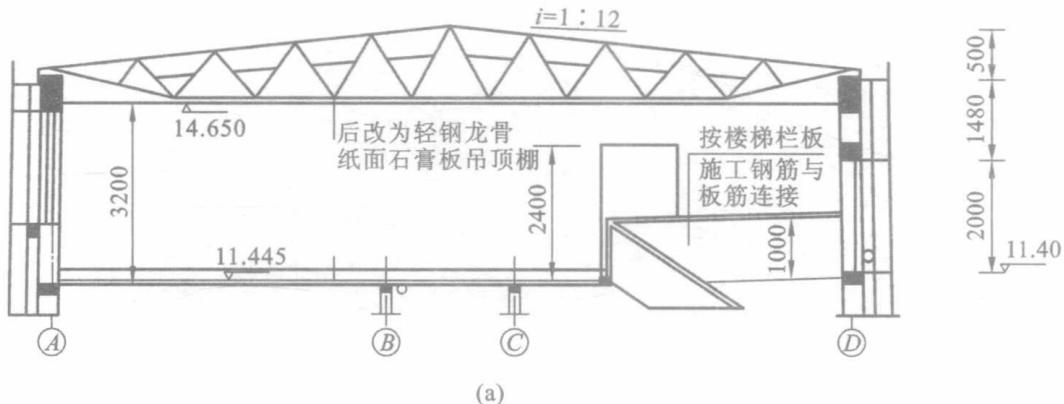
(c)



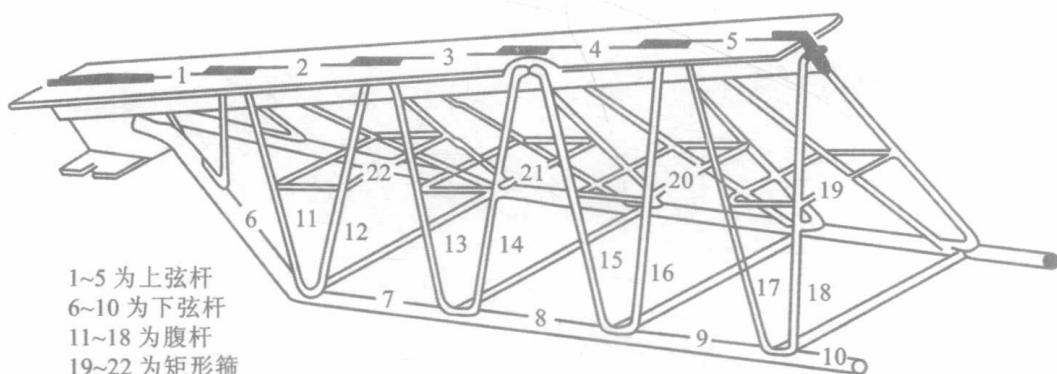
(d)

图 1.12 哈特福德(Hartford)体育馆网架失稳破坏

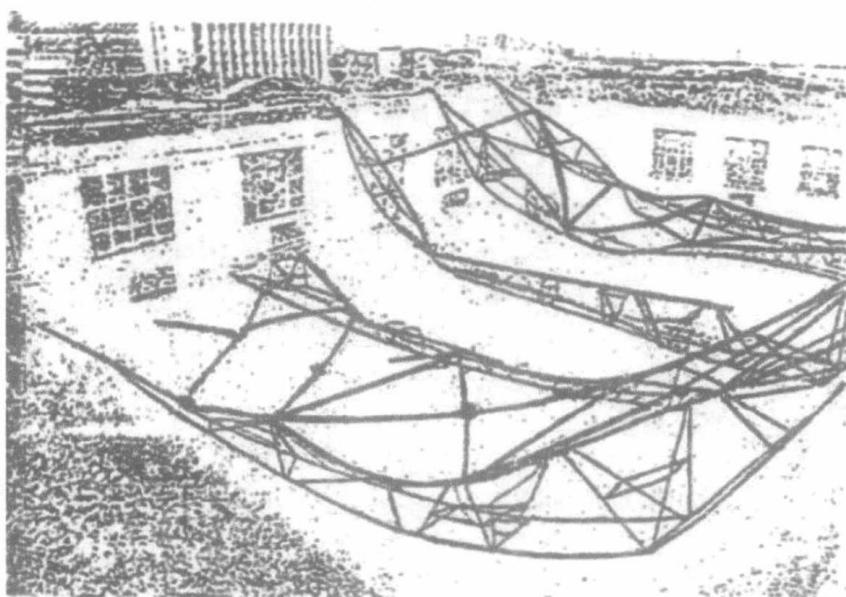
1990年2月16日下午,大连某工厂的梭形轻钢屋架,因受压腹杆失稳破坏而倒塌(图1.13),42人死,179人伤。该工厂的四楼会议室( $14.4m \times 21m$ )屋盖共有四榀梭形轻型屋架,跨度为 $14.4m$ ,参照《轻型钢屋架设计资料集》设计。倒塌是由于图1.13(b)所示的边跨屋架的14号斜腹杆屈曲所致。



(a)



(b)



(c)