



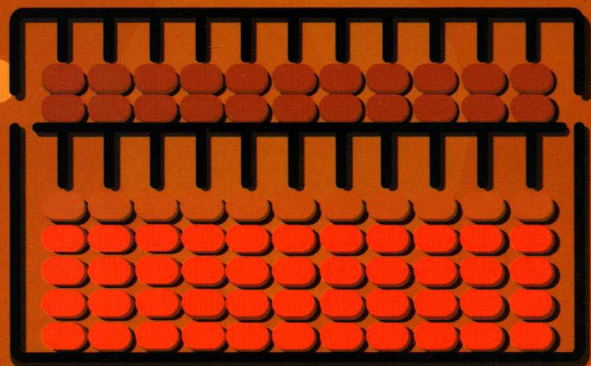
上海出版基金项目
Shanghai Publishing Funds

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

数·学

THE HISTORY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY IN CHINA
中国科技史话·插画本

王渝生 主编
王渝生——编著



一部文科生都能轻松玩转的数学史话。

史·话



上海科学技术文献出版社
Shanghai Scientific and Technological Literature Press



上海出版资金项目
Shanghai Publishing Funds

数学史话

THE HISTORY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY IN CHINA
中国科技史话·插画本

王渝生 主编

王渝生 —— 编著



上海科学技术文献出版社
Shanghai Scientific and Technological Literature Press

图书在版编目 (CIP) 数据

数学史话 / 王渝生编著. —上海: 上海科学技术文献出版社, 2019

(中国科技史话丛书)

ISBN 978-7-5439-7814-0

I. ①数… II. ①王… III. ①数学史—中国—普及读物 IV. ①O112-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 298970 号

“十三五”国家重点出版物出版规划项目

选题策划: 张 树

责任编辑: 王倍倍 杨怡君

封面设计: 周 婧

封面插图: 方梦涵 肖斯盛

数 学 史 话

SHUXUE SHIHUA

王渝生 主编 王渝生 编著

出版发行: 上海科学技术文献出版社

地 址: 上海市长乐路 746 号

邮政编码: 200040

经 销: 全国新华书店

印 刷: 昆山市亭林印刷有限责任公司

开 本: 720×1000 1/16

印 张: 20.25

字 数: 281 000

版 次: 2019 年 4 月第 1 版 2019 年 4 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5439-7814-0

定 价: 88.00 元

<http://www.sstlp.com>



导言 中国算学发展史略 / 1

第一章 算学家和算学著作 / 11

先秦至汉唐算学名家名著 / 11

宋元算学名家名著 / 63

明末清初算学名家名著 / 80

清中叶算学名家名著 / 97

清末算学名家名著 / 112

第二章 传统算学理论和计算方法 / 147

数字与记数法 / 147

算具与算术 / 149

数的概念的扩展 / 154

几何问题与勾股测量 / 158

高次方程数值解法 / 168

天元术和四元术 / 174

高阶等差数列 / 180

同余式理论 / 187

八卦与幻方 / 190

第三章 中国古代历法计算中的数学方法 / 195

上元积年的计算和一次同余式组解法 / 195

“调日法”和分数近似算法 / 233

内插法和“垛积招差术” / 266

第四章 算学教育与中外交流 / 290

算学教育及对朝鲜、日本的影响 / 290

中印算学间的影响 / 294

西方数学的传入 / 296

近代数学教育 / 307

结语 中国传统数学的特色 / 315



导言

中国算学发展史略

算学，即数学。“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系，所以是非常现实的材料。”^①世界数学的发展，在西方，以古希腊数学为代表，偏重逻辑演绎，形成公理化的特色；在东方，则以中国传统数学为代表，以计算见长，形成算法化的特色。所以中国古代数学，核心是算数；算数之术，即是算术；算术之学，即是算学。中国最早的数学著作，有《许商算术》《杜忠算术》《九章算术》等。隋唐国子监设算学馆，有算学博士、助教，宋立算学祀典，元朱世杰著有《算学启蒙》。宋元象数学得到发展，遂有数学之名，朱世杰在当时亦被誉称为“数学名家”。此后，算学、数学一直并用。明确废止“算学”，而用“数学”一词，则是 20 世纪 30 年代以后的事。故本书中提到的算学，即指数学而言。

1. 算学的萌芽

算学在中国的起源，可追溯到遥远的上古时代。中国算学是与中国原始社会的形成与发展同步的。

早在旧石器时期，古人已能打制一些具有一定几何形状的石球、刮削器和尖状器，几何观念逐渐形成。

到了新石器时期，磨制石器中几何形状的种类有所增加，同时也更加规则。例如 1974 年在云南省云县忙怀遗址出土的距今六千年的石钻略呈饼状，中间厚，四周薄，但是很圆。而在山东省和江苏省出土的距今四五千年的大汶口兽型陶器上，则有呈圆形、菱形和

^① 恩格斯. 反杜林论 [M]. 北京: 人民出版社, 1970: 35.

三角形等的镂孔；在四川省大溪镇出土的空心陶球，则有六个镂孔，差不多正好位于三条直径的端点上。

除陶器本身就是几何形体或反映着某些几何知识之外，陶器上的花纹同样值得注意。距今六千年的西安半坡遗址出土的彩陶上的几何花纹还提供了一个由物体形象到抽象的几何图案演变过程的线索，如由鱼形变成梭形、菱形、三角形、长方形等几何图形。

半坡人还有了数目的观念。例如在一个彩陶钵上斜画着一组组的直线，每一组都是七条，还有一些陶器上有坑点，排成整齐的三角垛形，从上至下，一、二、三……直至七，有的到八。

半坡陶片上还出现了刻画符号，其中也包括数字符号。可以初步辨别的数字符号有一、二、五、六、七、八等。

在上海马桥遗址和山东城子崖遗址发掘出土的新石器时代晚期的陶片上也有数字符号。特别是后者与甲骨文早期接近，和殷文化是一个系统，但比甲骨文早了两千多年。

以上是文物资料。而据典籍记载则有“黔如为虑首，史言作算之始也”（《吕氏春秋·勿射》），又有“黄帝使隶首作算数”（《世本》）。虑首、隶首和黄帝都是传说中的人物。黄帝和炎帝是中华民族的始祖，大约距今四千多年，相当于新石器时代晚期。

有了数目观念和数字符号之后，便产生了原始的记数方法：“上古结绳而治，后世圣人易之以书契。”（《易经·系辞传》）“事大，大结其绳；事小，小结其绳；结之多少，随物众寡。”（《易九家义》）“契，刻也，刻识其数也。”（《释名·释书契第十九》）可见结绳和书契是古代非文字记载的记数方法。1975年，在青海省乐都县柳湾发掘的原始社会末期墓葬中出土的骨片带有规则的楔形刻口，是流传至今最早的书契记数实物。至今我国少数民族地区还有用这种记数方法的，如现藏于云南省博物馆的佤族书契木片。

中国进入奴隶制社会以后，到了殷商时期已形成了刻在龟甲和兽骨上的甲骨文汉字系统。商以后到周朝，甲骨文逐渐被金文（又称“钟鼎文”）所替代。在甲骨文和金文中都有数学方面的资料。

在一块甲骨上有从一到十的自然数，说明商朝已形成了抽象的

数的概念。干支纪年或纪日的方法，在甲骨文中也有完整的记录，而且在一块甲骨上有一个循环。

甲骨文记数已经发展成为完整的十进制系统，并有了固定的大数名称“十”“百”“千”“万”，最大数目到三万。

在金文中已有简单的数字计算问题。如周“智鼎”称：“东宫迺曰：偿智禾十秭，遗十秭为廿秭。来岁弗偿，则付卅秭。”这是说偿还庄稼（禾）给智（人名）的问题：按时偿还就是十秭，忘了时间迟交，十秭就按二十秭偿还，如果来年还不交就加倍偿还四十秭。

2. 筹算体系的建立

春秋战国时期，中国完成了由奴隶制向封建制的过渡。生产力的发展，生产关系的变革，以及思想界、学术界诸子林立、百家争鸣的局面，创造了算学发展的良好条件。至迟在春秋末年，人们已掌握了完备的十进位和位置制的记数法，普遍使用了算筹这种中国独有的先进计算工具和筹算这种利用算筹进行计算的简便方法。

由于手工业、建筑业、水利工程和商业交换的发展，以及制定历法的需要，人们的筹算技能大大提高。《韩诗外传》载有“齐桓公设庭燎”召集天下贤人，以具“九九薄能”者“而君犹礼之，况贤于九九者”，致使“期月，四方之士相导而至”的故事，说明筹算乘法九九表在当时已是人们的常识。《管子》等典籍中有各种分数，说明分数概念和分数运算已经形成。《左传》中有宣公十一年（公元前 598）和昭公三十二年（公元前 511）两次筑城的记载，都要“计丈数，揣高卑，度厚薄，仞沟洫，物土方，议远迩，计徒庸，虑财用，书餼粮，量功命日，属役赋丈”，用到面积、体积的计算，简单测望，比例和比例分配运算等数学方法。

但是，先秦时期尚无专门的数学著作传世。

秦始皇统一中国以后，在全国范围内巩固了封建生产关系和制度。汉承秦制，社会生产力得到发展。人们在生产和生活中总结数学知识，出现了算学方面的专著，现在出土和传世的有《算数书》《周髀》和《九章算术》；见于史载但现已亡佚的还有《许商算术》《杜

忠算术》(《汉书·艺文志》)等。至于通晓算学的,西汉有张苍、耿寿昌、许商、杜忠,东汉有马续、张衡、刘洪、郑玄、徐岳、王粲等。他们当中,张苍、耿寿昌是《九章算术》的编撰者,其他都对《九章算术》有所研究或为之作注。

《九章算术》是中国古代最重要的数学经典著作。它对先秦中国的算学内容进行了归纳和总结。全书以计算为中心,列出二百四十六个应用问题,分别隶属于方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股九章,基本上采取算法统率应用问题的形式,提出了九十多条抽象性解法和公式,在分数四则运算、各种几何图形面积和立体体积计算、多位数开平方开立方程序、线性方程组解法和正负数加减法则等方面的许多成就居当时世界领先地位,奠定了此后中国数学领先世界千余年的基础。《九章算术》标志着中国传统算学框架的建立。从此以后,中国算学著述基本上采取两种方式,或者为《九章算术》作注,或者以《九章算术》为样板编纂新的著作。

《九章算术》成书后,注家蜂起。魏晋时期刘徽于魏景元四年(263)注《九章算术》,成《九章算术注》十卷。前九卷“析理以辞,解体用图”,全面论证了《九章算术》的公式和解法,发展了出入相补原理、齐同原理和率的概念,在圆面积公式和阳马鳖臑体积公式证明中采用了无穷小分割方法,首创了求圆周率精确值的算法化程序,纠正了《九章算术》的某些不准确或错误的公式,指出了解决球体积方法的正确途径。特别是他在证明中使用演绎、归纳和类比等多种推理方法,对各种算法进行总结分析,形成了一个独具特色的完整理论体系,标志着中国传统筹算数学体系的建立。

3. 算学的进一步发展

魏晋时期刘徽的杰出工作开创了中国算学研究的新局面,无论是南北朝对峙时期还是其后隋唐统一时期,算学都得到了进一步的发展。

约5世纪初出现的《孙子算经》是一部算学入门读物,给出了筹

算记数制度及乘除法则等预备知识；其“河上荡杯”“鸡兔同笼”等问题后来在民间长期流传；“物不知数”问题则开一次同余式组解法之先河，这是与中国天文历法计算中上元积年计算方法密切相关的。

5 世纪下半叶出现的《张丘建算经》是继《九章算术》之后又一部有突出成就的算学著作，在最大公约数、最小公倍数、等差数列和不定方程等方面超过了《九章算术》的水平。著名的“百鸡问题”开中国古代不定方程研究风气之先，其影响一直持续了千余年直至 19 世纪。

北周甄鸾有《五曹算经》《五经算术》和伪托东汉徐岳撰、甄鸾注的《数术记遗》三部算学著作传世。其内容虽然浅近，但关于十进小数应用的萌芽、大数进位制和计算工具的改进，以及管理数学、军事数学的出现等，都是值得重视的。

南朝祖冲之、祖暅父子是自刘徽以来最有成就的数学家，其重要的数学著作《缀术》（或《缀述》）可惜已经失传。但《隋书·律历志》所载祖冲之将圆周率计算精确到有效数字八位（即小数点后七位）：

$$3.141\,592\,6 < \pi < 3.141\,592\,7$$

并创两个极为方便的分数值：

$$\text{密率 } \pi = \frac{355}{113}$$

$$\text{约率 } \pi = \frac{22}{7}$$

“又设开差幂、开差立，兼以正负参之。指要精密，算氏之最”，则可能是从面积、体积问题引出含负系数的二次和三次方程。至于唐朝李淳风《九章算术注释》所引祖暅“开立圆术”中提出的“缘幂势既同，则积不容异”原理，完全与一千多年以后西方的所谓“卡瓦列利（B. Cavalieri, 1598—1647）原理”等价。

唐初“算学博士”王孝通撰《缉古算经》，根据隋唐统一中国后筑长城，开运河，大兴土木工程建设对数学计算的需要，演绎“堤积”等实际问题，其中关于三次方程数值解法及其应用是中国现存典籍、也是世界数学史上最早的记载。

隋唐国子寺（监）设“算学博士”，执教“算学馆”，科举考试中也设有“明算”科。由唐朝李淳风注释的十部算经（后称“算经十书”，计《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《孙子算经》《张丘建算经》《五曹算经》《五经算术》《缀术》《夏侯阳算经》《缉古算经》），保存了数学史料，促进了数学的发展。

隋唐时期，随着中朝、中日、中越、中印等文化科学交流，中国算书和算学教育制度东传朝鲜和日本，南传越南和印度，印度的一些数学知识也通过佛教经典传入中国。

4. 算学发展的高峰

随着唐朝中叶商业贸易的蓬勃发展，算学发展的高潮已初见端倪。人们着力于改进筹算乘除法，出现了很多种简捷实用的算术书，数学知识和计算技能得以普及。

北宋初期贾宪的《黄帝九章算经细草》标志着中国传统算学的算法系统在代数学方面的飞跃。贾宪把《九章算术》未离开题设具体对象乃至具体数值的术文大多抽象成一般性术文，提高了《九章算术》的理论水平。他创造的开方作法本源即“贾宪三角”，分别早于阿拉伯和欧洲四百年和六百年。他创造的增乘开方法，与19世纪初才在欧洲出现的霍纳（W. G. Horner, 1786—1827）法基本相同。

科学全才沈括（1031—1095）在《梦溪笔谈》中首创隙积术，开垛积术（高阶等差级数求和）这一数学新分支；又提出会圆术，首次以近似公式求弓形弧长。

13世纪中叶至14世纪初是中国算学发展到高潮的时期，形成了南宋统治下的长江下游与金元统治下的太行山两侧这南北两个数学中心。

南方中心的数学家以秦九韶、杨辉为代表，数学著作以秦九韶的《数书九章》（1247年）、杨辉的《详解九章算法》（1261年）、《日用算法》（1262年）、《乘除通变本末》（1274年）、《田亩比类乘除捷法》（1275年）和《续古摘奇算法》（1275年）（后三种统称《杨辉算法》）为代表。《数书九章》分大衍、天时、田域、测望、赋役、钱谷、营建、

军旅、市易九类八十一题，其数学成就主要是高次方程数值解法和一次同余式组解法，因其领先世界的成就而被数学史界誉称为“秦九韶程序”和“中国剩余定理”。《详解九章算法》突破了《九章算术》成书千余年来传统的分类格局，提出了按“因法推类”原则重新整理“九章”的方法；《日用算法》和《杨辉算法》重视数学知识的实际应用、普及和教育。

北方中心的数学家以李冶、朱世杰为代表，数学著作以李冶的《测圆海镜》（1248年）、《益古演段》和朱世杰的《算学启蒙》（1299年）、《四元玉鉴》（1303年）为代表。李冶总结了金末元初形成于我国北方河北、山西一带的用符号布列一元高次方程的方法，在《测圆海镜》中完善了“天元术”这种我国独特的半符号代数学，其水平超过了同时期代数学最为发达的印度和阿拉伯，早于欧洲引进字母符号表示方程中的未知数三百多年，在世界数学史上占据着重要地位。朱世杰在《四元玉鉴》中创立“四元术”，即高次方程组的解法——四元消法；在高阶等差级数求和以及高次招差法方面，也有创造性的贡献，西方经过三百多年直至格列高里（J. Gregory, 1638—1675）、牛顿（I. Newton, 1643—1727）才超过了他。

宋元时期，除了朝鲜、日本、越南和印度之外，中国和阿拉伯国家之间的数学交流也极为频繁。

宋元时期的数学，特别是天元术和四元术，具有几何代数化和计算程序化的特色，它的本质是机械化（这里的机械化，其含义是指数学上的算法化、程序化）。当代数学大师吴文俊对宋元数学的成就给予高度评价，并称他自己是受了中国传统数学特别是宋元数学的启发而从事数学机械化和机械化数学的研究的。吴文俊的这项工作已列入国家高科技“攀登计划”，并取得了举世瞩目的重大成就。中国传统数学的思想和方法可以古为今用，对当代数学前沿的研究提供宝贵的借鉴。

5. 算学由筹算向珠算的演变

宋元算学发展的高潮是从唐朝中叶开始酝酿起来的。始自唐朝

中叶的算法改革，其核心是简化筹算乘除。

宋元算学发展的高潮是就筹算而言的。筹算体系由于算筹布算的局限性和其他一些原因，似乎到了占据平面四方全方位的“四元术”之后就难于再有发展的余地。再加上社会因素等原因，元朝中叶与明朝，以筹算为代表的中国传统数学急剧衰落，不仅没有再出现可与《数书九章》《四元玉鉴》等媲美的数学巨著，而且宋元数学的杰出创造如增乘开方法和天元术、四元术等亦无人通晓。明朝人的所有著作，都恢复了贾宪以前的开方法。明朝大数学家吴敬、顾应祥、唐顺之等人，全然不懂天元术，称“立天源一，举手无能措”（吴敬《九章详注比类算法大全》），“虽径立天元一，反复合之，而无下手之术，使后学之士茫然无门路可入”（顾应祥《测圆海镜分类释术》）。到了后来，汉唐宋元数学名著，或失传，或残留孤本被束之藏书家高阁而难见天日，作为传统算学的筹算，不仅没有进展，反而出现倒退。

在筹算衰退的同时，珠算开始崛起，结果是在元明时期，算盘取代了算筹，筹算发展成了珠算。

自唐中叶以来的算法改革成果，其多数都可以并且确实应用到了珠算中去，成为口诀化的算法。如“求一”“重因”“九归”“归除”“起一”“撞归”之类。

宋元诗文中已多见珠算用语，元末明初关于珠算的史料有图有书。明朝中晚期则是珠算的黄金时代。自16世纪70年代至17世纪初约三十年间的珠算书籍，现有传本的就有徐心鲁的《盘珠算法》（1573年）、柯尚迁的《数学通轨》（1578年）、朱载堉的《算学新说》（1584年）、程大位的《算法统宗》（1592年）、黄龙吟的《算法指南》（1604年）等。《数学通轨》的“初定算盘图示”是一个十三档珠算盘图，上二珠，下五珠，中间用木梁隔开，与今通用算盘相同。《算学新说》中已有了珠算开平方、开立方法。《算法统宗》凡十七卷，五百九十五题，直至20世纪末的三百年间，多次被翻刻、改编，成为我国数学史上流传最广的算书，并传到东亚和东南亚各国。

时至今日，珠算仍然在我们的生活中发挥着作用。

6. 西方数学的传入和中外数学的融会

明末清初,随着欧洲耶稣会士来华传教,包括数学在内的西方科学开始传入中国。意大利人利玛窦(M. Ricci, 1552—1610)与徐光启(1562—1633)合译了古希腊欧几里得《几何原本》(或称《原本》)前六卷(1607年),与李之藻(1565—1630)合编了介绍欧洲笔算的《同文算指》(1613年)。徐光启、李天经(1579—1659)同德国传教士汤若望(Adam Schall von Bell, 1591—1666)等编译的《崇祯历书》(1634年),薛凤祚(?—1680)据波兰传教士穆尼阁(J. N. Smogolenski, 1611—1656)所传授的科学知识编写的《历学会通》(1664年)介绍了三角学、对数学等西方初等数学。从此中国数学开始了中西会通的阶段。梅文鼎(1633—1721)是清初第一位集中西之大成者,他的孙子梅穀成(1681—1763)为其编成《梅氏丛书辑要》,收梅文鼎数学著作十三种四十卷,内容遍及中西数学各个门类,于1761年出版,影响了整个清朝的数学。康熙帝玄烨(1654—1722)爱好数学研究,御制《数理精蕴》五十三卷,由梅穀成等编纂,1721年完成,1723年刊刻,全面系统地介绍了当时(17世纪初以来)传入的西方数学。

雍正元年(1723)以后,清政府实行闭关锁国政策,西方数学对中国的传入受阻,中国数学家转而发掘整理中国古代数学典籍。随着1773年乾隆帝决定修《四库全书》,戴震(1724—1777)从《永乐大典》中辑出《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》等汉唐算经,并加以校勘;《数书九章》《测圆海镜》《四元玉鉴》等久佚的宋元算书也陆续辑出或被发现,从此掀起了乾嘉时期研究整理中国古典数学的高潮。古算书的注释以李潢(?—1812)的《九章算术细草图说》、罗士琳(1774—1853)的《四元玉鉴细草》影响较大;开创性的研究则以焦循(1763—1820)的《里堂学算记》系统阐明了四则运算的基本规律,汪莱(1768—1813)的《衡斋算学》首次探讨了方程的正根与系数的关系,李锐(1768—1817)的《李氏算学遗书》首次认识到方程可能有负根、重根,最为有名。

在西方微积分学尚未传入中国以前，明安图（约1692—1763）的《割圆密率捷法》、董祐诚（1791—1823）的《割圆连比例图解》、项名达（1789—1850）的《象数一原》、戴煦（1805—1860）的《求表捷术》和李善兰（1811—1882）的《方圆阐幽》《弧矢启秘》《对数探源》，研究三角函数、对数函数和二项式平方根的幂级数展开式，各具特色，独有建树。尤其是李善兰在中国传统数学垛积术和极限方法基础上，发明“尖锥术”，不仅创立了二次平方根的幂级数展开式，各种三角函数、反三角函数和对数函数的幂级数展开式，而且还具备了解析几何的启蒙思想和一些重要定积分公式的雏形，在接触西方近代数学之前独立地接近了微积分学。

1840年的鸦片战争，西方列强用大炮轰开了清朝自雍正以来百余年间闭关锁国的大门，西方科学再次涌入中国。1852年，李善兰到上海墨海书馆，与英国传教士伟烈亚力（A. Wylie, 1815—1887）合译《原本》后九卷（1857年初刊）、《代数学》和《代微积拾级》（1859年初刊），全面介绍了西方古典几何学和近代代数学、解析几何学、微积分学。其后，华蘅芳（1833—1902）又同英国传教士傅兰雅（J. Fryer, 1839—1928）合译《代数术》（1872年）、《微积溯源》（1874年）、《三角数理》（1877年）、《代数难题解法》（1879年）、《决疑数学》（1880年）、《合数术》（1887年）等，介绍西方近代代数学、三角学、微积分学和概率论。

1862年，清政府自办新式学校——京师同文馆，1866年于同文馆内设天文算学馆，聘李善兰为总教习，李善兰的弟子席淦等编《同文馆算学课艺》为教材。民间教会学校则有狄考文（C. W. Mateer, 1836—1908）与邵立文共同编译的《形学备旨》（1885年）、《代数备旨》（1891年）和《笔算数学》（1892年），潘慎文（A. P. Parker, 1850—1924年）与谢洪赉合译的《代形合参》（1893年）和《八线备旨》（1894年）等书为教材，教学内容和公式及演算的书写格式逐渐由竖排向横排过渡。从此，中国传统数学逐渐融入世界数学发展的潮流之中。



算学家和算学著作

先秦至汉唐算学名家名著

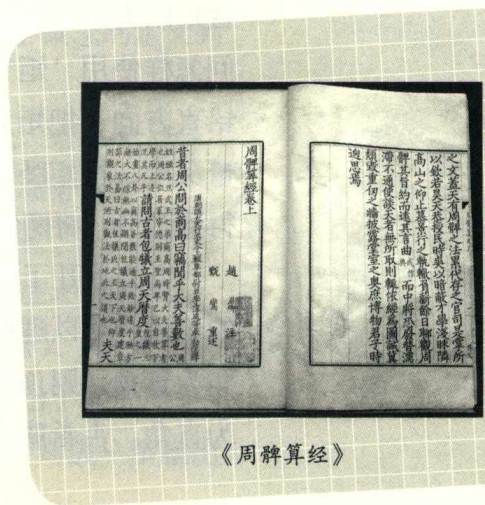
1. 商高与勾股定理和测量术

商高是周朝的大夫，我国古代的数学家。关于他的生平事迹至今难以确考。从周朝武王在位的时间，可知商高大约是公元前 12 世纪的人。商高的数学成就主要是勾股定理和测量术。可以从我国最早的数学文献《周髀算经》（至迟成书于公元前 2—前 1 世纪的西汉时期）得知一些线索。

（1）发现勾股定理

在平面几何学中，有一条关于直角三角形的基本定理，那就是两直角边的平方和等于斜边的平方。在西方，这条定理被长期称为“毕达哥拉斯定理”。毕达哥拉斯（Pythagoras）是公元前 6 世纪古希腊的著名哲学家、数学家和天文学家，他创立的毕达哥拉斯学派以发现了这条重要的定理而著称于世。

其实，早在毕达哥拉斯之前六个世纪，商高已发现了这条定理。《周髀算经》卷上“周公问算”中曾经有过这样的记载：“昔者周公问于商高曰：‘窃闻乎大夫善数也，请问古者包牺立周天历度，夫天不可阶而升，地不可得尺寸而度，请问数安从出？’商高曰：‘数之法出于圆方，圆出于方，方出于矩，矩出于九九八十一。故折矩以为句广三，股修四，径隅五……’”译成白话文即为：



《周髀算经》

从前，周公（周武王之弟）问算于商高：“我早听说您是位擅长数学的人，请问古时伏羲测量天文和制订历法，可是天没有供攀登的台阶，地又不能用尺寸去测量，那么这些数是从哪里得来的呢？”

商高回答说：“数是根据圆形和方形的数学道理计算得来的。圆来自方，而方来自直角三角形。直角三角形是根据乘法九九表通过乘除法的计算得出来的。将一线段折三段围成直角三角形，一直角边（勾）为三，另一直角边（股）为四，则斜边（弦）就是五。”

在这里，商高明确地指出了直角三角形（勾股形）中直角边和斜边“勾三股四弦五”的数量关系，即 $3^2+4^2=5^2$ 。

如果说，商高只是指出了直角三角形三边关系式的一个特例，那么，《周髀算经》卷上介绍的荣方和陈子的回答中，陈子（约公元前7世纪）提出欲求斜边长可用“勾股各自乘，并而开方除之”的方法，则明确揭示了直角三角形三边关系式的一般形式： $c=\sqrt{a^2+b^2}$ ，即 $a^2+b^2=c^2$ 。这比毕达哥拉斯也早了约一个世纪。

因此，在“毕达哥拉斯定理”之前，已经有了“商高定理”，或者“陈子定理”。如果不用人名命名，则可称为“勾股定理”。它是中国人商高和陈子最早发现的。

（2）首开测量术之先河

《周髀算经》还介绍了周公向商高求教“矩”（三角直尺）的用法的一段话：“周公曰：‘大哉言数，请问用矩之道？’商高曰：‘平矩以正绳，偃矩以望高，覆矩以测深，卧矩以知远，环矩以为圆，合矩以为方。’”译成白话文即为：周公说：“数学真是了不起呵！请问怎样使用‘矩’呢？”商高答道：“把矩放平了，可以测定水平和铅直方向；把矩立起来，可以测量高度；把矩反过来倒置，可以测量深度；把矩卧于地面，可以测定水平距离；将矩环转一周，可以得到圆形；将两矩合起来，可以得到长方形。”

商高首开了我国古代勾股测量术的先河。他关于“环矩以为圆”的论述，可以理解为把矩的斜边固定，使两直角边变化，但保持顶角为直角，则顶角的轨迹是圆。这也就是说，立于直径上的圆周角为直角。古希腊几何学的先驱者泰勒斯（Thales，约公元前7—前6