



普通高等教育“十一五”国家级规划教材  
“十三五”江苏省高等学校重点教材


第4版

# 概率论与数理统计

PROBABILITY  
AND MATHEMATICAL  
STATISTICS

宗序平 主编

非  
外  
借

 机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

向教师提供  
PPT课件  
习题详解  
期中期末模拟测试卷

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

“十三五”江苏省高等学校重点教材

# 概率论与数理统计

## 第4版

主 编 宗序平

副主编 李朝晖 赵 俊

参 编 严 钧 孙耀东 蔡苏淮

江苏省高等学校重点教材编号：2016-1-146



机械工业出版社

本书是根据教育部对本课程的基本要求编写的普通高校教材。

考虑到高等教育已经进入大众化阶段,全书始终“以应用为目的,不削弱理论学习”为指导思想,主要内容包括概率论、数理统计、随机过程,每章节后附有习题,书末附有参考答案。本书由具有丰富教学经验的骨干教师编写,深入浅出,通俗易懂,便于自学。

本书可供普通高校经济类、理工类各专业使用,也可供有关工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/宗序平主编. —4版. —北京:机械工业出版社, 2019. 1  
普通高等教育“十一五”国家级规划教材 “十三五”江苏省高等学校重点教材  
ISBN 978-7-111-61542-2

I. ①概… II. ①宗… III. ①概率论—高等学校—教材②数理统计—高等学校—教材 IV. ①O21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 284339 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑:韩效杰 责任编辑:韩效杰 李 乐

责任校对:陈 越 封面设计:鞠 杨

责任印制:孙 炜

保定市中国画美凯印刷有限公司印刷

2019 年 4 月第 4 版第 1 次印刷

184mm×260mm·16.75 印张·412 千字

标准书号:ISBN 978-7-111-61542-2

定价:45.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

服务咨询热线:010-88379833 机工官网:www.cmpbook.com

读者购书热线:010-68326294 机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

封面无防伪标均为盗版

金 书 网:www.golden-book.com

# 普通高等工科院校基础课规划教材

## 编 审 委 员 会

顾 问: 黄鹤汀 左健民 高文龙

章 跃

主任委员: 殷翔文

副主任委员: 陈小兵 刘金林 陈 洪

魏贤君 季顺利

秘 书: 陈建华

委 员: (排名不分先后)

陆国平 何一鸣 李秋新

陈建华 张祖凤 郑 丹

# 序

人类已经满怀激情地跨入了充满机遇与挑战的 21 世纪. 这个世纪要求高等教育培养的人才必须具有高尚的思想道德, 明确的历史责任感和社会使命感, 较强的创新精神、创新能力和实践能力, 宽广的知识面和扎实的基础. 基础知识水平的高低直接影响到人才的素质及能力, 关系到我国未来科学、技术的发展水平及在世界上的竞争力. 由于基础学科本身的特点, 以及某些短期功利思想的影响, 不少人对大学基础教育的认识相当偏颇, 我们有必要在历史的回眸中借前车之鉴, 在未来的展望中创革新之路. 我们必须认真转变教育思想, 以培养新世纪高素质人才为宗旨, 以提高人才培养质量为主线, 以转变教育思想观念为先导, 以深化教学改革为动力, 以全面推进素质教育和改革人才培养模式为重点, 以构建新的教学内容和课程体系、加大教学方法和手段改革为核心, 努力培养素质高、应用能力与实践能力强、富有创新精神和特色的应用性的复合型人才.

基于上述考虑, 中国机械工业教育协会、机械工业出版社、江苏省教育厅(原江苏省教委)和江苏省及省外部分高等工科院校成立了教材编审委员会, 组织编写了本套基础课程系列教材, 作为加强教学基本建设的一种努力.

本套教材力求具有以下特点:

- (1) 科学定位. 本套教材主要用于应用性本科人才的培养.
- (2) 综合考虑、整体优化, 体现“适、宽、精、新、用”. 所谓“适”, 就是要深浅适度; 所谓“宽”, 就是要拓宽知识面; 所谓“精”, 就是要少而精; 所谓“新”, 就是要跟踪应用学科前沿, 推陈出新, 反映时代要求; 所谓“用”, 就是要理论联系实际, 学以致用.
- (3) 强调特色. 就是要体现一般工科院校的特点, 符合一般工科院校基础课教学的实际要求.
- (4) 以学生为本. 本套教材应尽量体现以学生为本, 以学生为中心的教育思想, 不为教而教. 注重培养学生的自学能力和扩展、发展知识的能力, 为学生今后持续创造性的学习打好基础.

尽管本套教材想以新思想、新体系、新面孔出现在读者面前, 但由于是一种新的探索, 试读结束, 需要全本请在线购买: [www.ertongbook.com](http://www.ertongbook.com)



难免有这样那样的缺点甚至错误,敬请广大读者不吝赐教,以便再版时修正和完善。

本套教材的编写和出版得到了中国机械工业教育协会、机械工业出版社、江苏省教育厅以及各主审、主编和参编学校的大力支持与配合,在此一并表示衷心感谢。

普通高等工科院校基础课规划教材编审委员会

主任 殷翔文



## 第 4 版前言

本书第 3 版自 2011 年 1 月出版以来,由于其内容安排合理,既满足教育部《高等教育本科概率论与数理统计课程教学基本要求》和硕士研究生入学考试的基本要求,又具有文字表述准确、流畅、可读性强等特点,受到了读者的肯定。

经过几年的教学实践和教学改革,根据专家、同行的宝贵建议,我们对教材做了进一步修订,本次修订保持了第 3 版的优点与特色,期望更好地适应“大众教育”和应用型本科院校教学改革的需要,更多的是关注学与教的过程。

本书在教材内容的呈现上,充分体现以“学生为中心”的教育思想,并努力在概念引入、理论分析、方法叙述等方面的呈现上实现创新:

(1)充分利用好页面边栏。通过增加问题、批注或解释,简明扼要地介绍方法、历史、文化等,为读者搭建阅读平台,激发学生的学习热情和培养学习兴趣。

(2)调控读者阅读教材的节奏。每隔一定的阅读量,就这段内容,通过提供探究型、归纳型或反思型问题,碎化部分定理或例题,为读者提供一定的思考空间。引导读者完成一些计算或推导,让读者在阅读理解和解决问题两种模式间切换,减少注意力疲劳,同时改善教材的预习体验。

(3)尝试将信息技术引入教材,初步实现教材和移动互联网融合。给读者提供大量的文字和图片等教学信息,利用专门的 App 软件,通过扫描二维码,初步实现网络支持下的教与学资源的共享。

本次修订得到了扬州大学出版基金资助,还得到了江苏省教育厅、扬州大学教务处和扬州大学数学科学学院给予的大力支持。机械工业出版社的编辑们对本次修订付出了大量劳动。许多想法取材于专家学者的文献,在此一并表示衷心的感谢。限于编者的水平,书中难免存在不足,敬请读者批评指正。

## 第3版前言

《概率论与数理统计(第2版)》是我们为普通高等学校非数学专业学生编写的公共数学基础课教材.内容选择依据教育部高等学校概率论与数理统计课程教学基本要求,涵盖了硕士研究生入学考试大纲的基本要求.

本次修订增补了部分例题,期望能使学生对书中理论的应用更加熟悉,更能领会其中的原理和技巧.同时,重新编写了大部分习题,优化了习题的难度层次分布,同时使各个知识点在做习题的过程中得到尽量多的重现.

为了使本书有更好的易读性,本次修订在版式设计方面借鉴了很多国际上成功的设计,同时采用双色印刷,使得阅读更加舒适,更方便在书中做标记和记笔记.

编者

2010年11月



## 第 2 版前言

概率论与数理统计是研究随机现象及其规律性的科学,理论严谨,应用广泛,发展迅速.不仅高等学校各专业都开设了本课程,而且在 20 世纪末,此课程被教育部定为硕士研究生入学考试的数学课程之一.本书自 2002 年出版以来,被许多院校选作本科生教材,受到理工科、经济管理、农学类等读者的欢迎.很幸运 2006 年本书第 2 版被列为“普通高等教育‘十一五’国家级规划教材”,这使我们信心倍增,同时也感到责任重大,定要齐心协力编写好此书,以适应普通高等教育发展之需.

这一版对原书中的一些疏漏和不妥之处做了修改.并对许多内容进行了调整与补充.考虑到教师授课和学生自学的需要,第 2 版提供了与本书配套的 Powerpoint 课件,该课件以章节形式编排,便于配合学习.需要指出的是课件中列出了许多本书中未提及的内容,以满足求知欲很强的读者的需要.

限于编者水平,书中仍有许多不足之处,恳请同行和读者批评指正.

编 者

2006 年 11 月

# 目 录

序	
第 4 版前言	
第 3 版前言	
第 2 版前言	
第 1 章 随机事件与概率	1
1.1 随机事件	1
1.1.1 随机试验与随机事件	1
1.1.2 事件之间的关系及运算	3
习题 1.1	6
1.2 事件的概率	6
1.2.1 概率的统计定义	6
1.2.2 古典概型及古典概型中事件的概率	7
习题 1.2	9
1.3 概率的公理化定义及其性质	10
1.3.1 概率的公理化定义	10
1.3.2 概率的性质	11
习题 1.3	13
1.4 条件概率与事件的独立性	14
1.4.1 条件概率	14
1.4.2 乘法公式	15
1.4.3 事件的独立性	15
1.4.4 独立试验序列模型	17
习题 1.4	18
1.5 全概率公式与贝叶斯公式	19
1.5.1 全概率公式	19
1.5.2 贝叶斯公式	21
习题 1.5	22
复习题 1	23
第 2 章 随机变量及其分布	25
2.1 随机变量的概念	25
习题 2.1	26
2.2 离散型随机变量	26
2.2.1 离散型随机变量及其概率分布	26
2.2.2 常见的离散型随机变量的分布	28
习题 2.2	30
2.3 随机变量的分布函数及其性质	31
2.3.1 分布函数的定义	31
2.3.2 分布函数的性质	31
习题 2.3	34
2.4 连续型随机变量	34
2.4.1 连续型随机变量及其概率密度	34
2.4.2 常见的连续型随机变量的分布	37
习题 2.4	41
2.5 随机变量的函数的分布	42
2.5.1 离散型情形	42
2.5.2 连续型情形	42
习题 2.5	45



复习题 2 .....	46	习题 4.3 .....	95
<b>第 3 章 二维随机变量及其分布</b> .....	48	复习题 4 .....	96
3.1 二维随机变量的概念 .....	48	<b>第 5 章 大数定律与中心极限定理</b> .....	98
3.1.1 二维随机变量及其联合分布函数 .....	48	5.1 大数定律 .....	98
3.1.2 二维离散型随机变量及其联合概率分布 .....	50	5.1.1 切比雪夫不等式 .....	98
3.1.3 二维连续型随机变量及其联合概率密度 .....	51	5.1.2 大数定律 .....	99
习题 3.1 .....	53	习题 5.1 .....	100
3.2 边缘分布、条件分布及随机变量的独立性 .....	54	5.2 中心极限定理 .....	101
3.2.1 边缘分布 .....	54	习题 5.2 .....	104
3.2.2 条件分布 .....	58	复习题 5 .....	105
3.2.3 随机变量的相互独立性 .....	60	<b>第 6 章 样本及抽样分布</b> .....	106
习题 3.2 .....	62	6.1 样本与统计量 .....	106
3.3 二维随机变量函数的分布 .....	63	6.1.1 总体与样本 .....	106
3.3.1 离散型随机变量函数的分布 .....	63	6.1.2 统计量 .....	108
3.3.2 连续型随机变量函数的分布 .....	65	6.1.3 几个常用的统计量 .....	108
习题 3.3 .....	69	习题 6.1 .....	109
复习题 3 .....	70	6.2 直方图与经验分布函数 .....	110
<b>第 4 章 随机变量的数字特征</b> .....	74	6.2.1 直方图 .....	110
4.1 数学期望 .....	74	6.2.2 经验分布函数 .....	111
4.1.1 数学期望的定义 .....	74	习题 6.2 .....	113
4.1.2 随机变量函数的数学期望 .....	78	6.3 常用统计量的分布 .....	113
4.1.3 数学期望的性质 .....	80	6.3.1 样本均值 $\bar{X}$ 的分布 .....	113
习题 4.1 .....	82	6.3.2 $\chi^2$ 分布 .....	114
4.2 方差 .....	83	6.3.3 $t$ 分布 .....	116
4.2.1 方差的定义 .....	83	6.3.4 $F$ 分布 .....	117
4.2.2 方差的性质 .....	87	习题 6.3 .....	118
习题 4.2 .....	90	复习题 6 .....	118
4.3 协方差、相关系数和矩 .....	91	<b>第 7 章 参数估计</b> .....	120
4.3.1 协方差 .....	91	7.1 点估计 .....	120
4.3.2 相关系数 .....	92	7.1.1 矩估计 .....	120
4.3.3 矩 .....	94	7.1.2 极大似然估计 .....	122
		习题 7.1 .....	125
		7.2 估计量的优劣性 .....	125
		7.2.1 无偏性 .....	126



7.2.2 有效性 .....	128	10.2.3 相关性检验 .....	173
7.2.3 相合性 .....	129	10.3 可线性化的一元非	
习题 7.2 .....	130	线性回归问题 .....	175
7.3 参数的区间估计 .....	130	10.4 多元线性回归 .....	176
7.3.1 均值 $\mu$ 的置信区间 .....	132	10.4.1 多元线性回归及参数估计 .....	176
7.3.2 方差 $\sigma^2$ 的置信区间 .....	134	10.4.2 相关性检验 .....	178
习题 7.3 .....	136	10.4.3 多元线性回归举例及推广 .....	178
复习题 7 .....	136	复习题 10 .....	179
<b>第 8 章 假设检验</b> .....	<b>139</b>	<b>第 11 章 正交试验设计</b> .....	<b>181</b>
8.1 假设检验的基本概念 .....	139	11.1 正交试验设计表 .....	181
8.1.1 问题的提出 .....	139	11.1.1 问题的提出 .....	181
8.1.2 假设检验的基本原理 .....	140	11.1.2 正交表简介 .....	182
8.1.3 假设检验的基本步骤 .....	141	11.2 无交互作用的正交试验设计 .....	182
8.1.4 两类错误 .....	142	11.3 有交互作用的正交试验设计 .....	184
习题 8.1 .....	142	复习题 11 .....	185
8.2 单个正态总体的假设检验 .....	143	<b>第 12 章 随机过程</b> .....	<b>187</b>
8.2.1 单个正态总体期望的检验 .....	143	12.1 随机过程的基本概念 .....	187
8.2.2 单个正态总体方差的检验 .....	146	12.1.1 随机过程的定义与分类 .....	187
习题 8.2 .....	149	12.1.2 随机过程的统计描述 .....	189
8.3 两个正态总体的假设检验 .....	150	习题 12.1 .....	192
8.3.1 两个正态总体期望的检验 .....	150	12.2 马尔可夫链 .....	193
8.3.2 两个正态总体方差的检验 .....	151	12.2.1 马尔可夫链的定义 .....	193
习题 8.3 .....	155	12.2.2 转移概率矩阵及切普曼- 柯尔莫哥洛夫方程 .....	194
8.4 总体分布的假设检验 .....	156	12.2.3 转移概率的渐近性质 .....	198
复习题 8 .....	159	习题 12.2 .....	201
<b>第 9 章 方差分析</b> .....	<b>162</b>	12.3 纯不连续马氏过程 .....	202
9.1 单因素方差分析 .....	162	12.3.1 泊松过程 .....	202
9.2 无重复双因素方差分析 .....	166	12.3.2 转移概率及性质 .....	205
复习题 9 .....	168	习题 12.3 .....	206
<b>第 10 章 回归分析</b> .....	<b>170</b>	12.4 平稳过程 .....	206
10.1 回归的概念 .....	170	12.4.1 平稳过程协方差 函数的性质 .....	206
10.2 一元线性回归 .....	171	12.4.2 各态历经性 .....	208
10.2.1 一元线性回归的概念 .....	171		
10.2.2 回归参数的确定与最小二乘法 .....	172		



12.4.3 平稳过程的功率谱密度函数 .....	212	附表2 泊松分布表 .....	221
习题 12.4 .....	216	附表3 $t$ 分布表 .....	222
<b>附录</b> .....	217	附表4 $\chi^2$ 分布表 .....	223
附录 A 用 EXCEL 进行统计 .....	217	附表5 $F$ 分布表 .....	226
附录 B 常用正交表 .....	218	附表6 相关系数检验的 临界值表 .....	236
<b>附表</b> .....	220	<b>部分习题答案与提示</b> .....	237
附表 1 标准正态分 布函数值表 .....	220	<b>参考文献</b> .....	254

# 1

## 第1章

# 随机事件与概率

概率论与数理统计是高等学校的一门重要的基础课程,是研究随机现象规律性的学科.在本课程中,为掌握基本概念,必须反复精读教材.

### 1.1 随机事件

#### 1.1.1 随机试验与随机事件

##### 1. 随机现象

自然现象与社会现象是多种多样的,从结果能否预测的角度来分,可以分为两大类.其中一类现象在一定的条件下,可以预测其结果,即在一定的条件下,进行重复试验与观察,它的结果总是确定的,这类现象称为**确定性现象**.例如,在标准大气压下,温度达到 $100^{\circ}\text{C}$ 的纯水必然沸腾;异性电荷必然互相吸引等.在以前学习的数学课程中主要是研究这类确定性现象.另一类现象是不能预测其结果的,即在一定的条件下,重复试验或观察,或出现这种结果,或出现那种结果,这类现象称为**随机现象**.随机现象到处可见.例如,抛一枚质地均匀的骰子所出现的点数;某电话台每小时内接到的电话呼唤次数等.

什么是确定性现象?什么是随机现象?试举例说明.

概率论与数理统计就是研究随机现象及其规律性的一门学科.对于某些随机现象,虽然对个别试验或观察来说,无法预测其结果,但在相同的条件下进行大量的试验或观察时,却又呈现出某些规律性.例如,掷一枚质地均匀的硬币,当掷的次数相当多时,就会发现出现正面(有字的一面朝上)和出现反面(有国徽的一面朝上)的次数之比大约为 $1:1$ ;查看各国人口统计资料,就会发现新生婴儿中男女约各占一半,随机现象所呈现的这种规律性,称为**统计规律性**.它是概率论与数理统计研究的基本出发点.

什么是统计规律性?试举例说明.

概率论与数理统计的理论与方法的应用是十分广泛的,几乎遍及所有科学技术、工农业和国民经济的各个领域.例如,利用概率统计方法可以进行气象预报、水文预报及地震预报,产品的质量检验,求元件或系统的使用可靠性及平均寿命的估计等.在理论联系实际方面,概率论与数理统计是数学最活跃的分支之一.





## 2. 随机试验与随机事件

在一定的条件下,对自然现象和社会现象进行的实验或观察,称为**试验**,通常用  $T$  来表示. 这里的试验是一个含义广泛的术语,包括各种科学实验,甚至对某一事物的某一特征观察也认为是一种试验. 举例如下:

你能总结这四个实例的共性吗?

**例 1-1**  $T_1$ : 掷一枚质地均匀的硬币,观察其出现正面或反面.

**例 1-2**  $T_2$ : 掷一枚质地均匀的骰子,观察其出现的点数.

**例 1-3**  $T_3$ : 记录某电话交换台 1h 内接到的电话呼唤次数.

**例 1-4**  $T_4$ : 在一批灯泡中任取一只,测试其寿命.

上述试验具有以下共同的特点:

- 1) 可以在相同的条件下重复进行;
- 2) 试验的结果有多种可能性,但试验前能预知所有可能的结果;
- 3) 每次试验前无法断定哪个结果会发生.

将具有上述三个特点的试验称为**简单随机试验**,简称为**随机试验**,本教材中如无特别说明,所谓的试验都是指这种随机试验.

随机试验的结果称为该随机试验的**随机事件**,简称为**事件**,通常用大写字母  $A, B, C, \dots$  及  $A_1, A_2, \dots$  表示. 例如,例 1-2 中,“出现偶数点”是随机事件;例 1-4 中,“所取灯泡的寿命不超过 100h”也是随机事件.

特别地,一定条件下必然发生的事件,称为**必然事件**,用  $\Omega$  表示. 例如,在例 1-2 中,  $\Omega = \{\text{出现奇数点或偶数点}\}$ . 同样,一定条件下必然不发生的事件,称为**不可能事件**,用  $\emptyset$  表示. 例如,在例 1-2 中,  $\emptyset = \{\text{既不出现奇数点,又不出现偶数点}\}$ .

概率论与数理统计是通过随机试验中的随机事件来研究随机现象的.

## 3. 基本事件与样本空间

随机试验的每一个可能的结果,称为这个试验的**样本点**,记作  $\omega$ ;全体样本点的集合称为**样本空间**,记作  $\Omega$ .

例如,例 1-1 中的试验,基本结果有两个:正(有字的面朝上),反(国徽的一面朝上),即有两个样本点,因此样本空间为

$$\Omega_1 = \{\text{正}, \text{反}\}.$$

例 1-2 中的试验,基本结果有六个:“出现 1 点”“出现 2 点”…“出现 6 点”,分别用 1, 2, 3, 4, 5, 6 表示,即有六个样本点,因此该试验的样本空间为

$$\Omega_2 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

关注概念:  
简单随机试验、随机事件、必然事件和不可能事件.

关注样本点与样本空间的定义,说明其关系.



同理,例 1-3 与例 1-4 的样本空间分别为

$$\Omega_3 = \{0, 1, 2, \dots\}, \Omega_4 = \{t \mid t \geq 0\}.$$

由上面的讨论可知,样本空间可分为两种类型:

- 1) 有限样本空间,即样本点总数为有限多个,如  $\Omega_1, \Omega_2$ ;
- 2) 无限样本空间,即样本点总数为无穷多个,如  $\Omega_3, \Omega_4$ .

无限样本空间又可分为可数(列)样本空间(如  $\Omega_3$ )和不可数(列)样本空间(如  $\Omega_4$ ).

值得注意的是,样本空间可以是数集如  $\Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ ,也可以不是数集如  $\Omega_1$ ;样本空间至少由两个样本点组成,仅含有两个样本点的样本空间是最简单的样本空间,如  $\Omega_1$ . 显而易见,根据随机事件的定义,随机事件是由一个或多个样本点组成的,因此也称随机试验  $T$  的样本空间  $\Omega$  的子集为随机试验  $T$  的随机事件.

特别地,由一个样本点组成的集合称为基本事件;由全体样本点组成的事件,在每次试验中它总是发生的,称为必然事件,仍用  $\Omega$  表示;空集  $\emptyset$  不包含任何样本点,它作为样本空间的子集,它在每一次试验中都不发生,称为不可能事件.

样本空间分为哪几种类型? 举例说明.

### 1.1.2 事件之间的关系及运算

事件是样本点的集合,与集合的关系及运算相对应,下面介绍事件之间的关系与运算.

#### 1. 包含关系

如果事件  $A$  发生必然导致事件  $B$  发生,则称事件  $A$  包含于事件  $B$ ,或称事件  $B$  包含事件  $A$ ,记作  $A \subset B$  或  $B \supset A$ . 显然有下列性质:

- 1)  $\emptyset \subset A \subset \Omega$ ;
- 2) 若  $A \subset B, B \subset C$ ,则有  $A \subset C$ .

例如,在例 1-2 中,若记  $A = \{1, 3, 5\}$ ,即“出现奇数点”, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,即“出现的点数不超过 5”,显然  $A \subset B$ ,即若事件“出现奇数点”发生,则“出现的点数不超过 5”,即事件  $B$  发生.

包含关系可用图 1-1 直观地说明.

#### 2. 相等关系

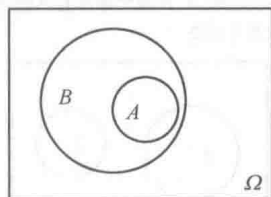
如果两个事件  $A$  与  $B$  满足:  $A \subset B, A \supset B$ ,则称事件  $A$  与  $B$  相等. 这意味着事件  $A$  与  $B$  本质上是同一个事件,记作  $A = B$ .

#### 3. 事件的和

两个事件  $A, B$  至少有一个发生,即“或  $A$  发生或  $B$  发生”,这样的事件,称为事件  $A, B$  的和或并,记作  $A \cup B$ (见图 1-2).

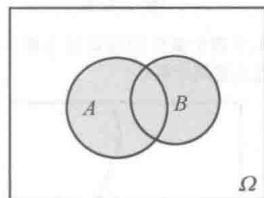
例如,在例 1-2 中,若记  $A = \{1, 3, 5\}$ ,即“出现奇数点”, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,即“出现的点数不超过 5”,则  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,

什么是包含关系? 举例说明.



$A \subset B$

图 1-1



$A \cup B$

图 1-2

什么是  $A, B$  两个事件的和或并, 举例说明.



即“出现的点数不超过 5”。

类似地,称“ $n$  个事件  $A_1, \dots, A_n$  中至少有一个发生”这样的事件为事件  $A_1, \dots, A_n$  的和,记作

$$A_1 \cup \dots \cup A_n \text{ 或 } \bigcup_{i=1}^n A_i.$$

称“可列个事件  $A_1, \dots, A_n, \dots$  至少有一个发生”的事件为可列个事件  $A_1, \dots, A_n, \dots$  的和,记作

$$A_1 \cup \dots \cup A_n \cup \dots \text{ 或 } \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i.$$

#### 4. 事件的积

两个事件  $A, B$  同时发生,这样的事件称为事件  $A$  与  $B$  的积或交,记作  $A \cap B$  或  $AB$  (见图 1-3).

例如,在例 1-2 中,若记  $A = \{1, 3, 5\}$ , 即“出现奇数点”,  $B = \{1, 2\}$ , 即“出现的点数不超过 2”, 则  $AB = \{1\}$ , 即“出现 1 点”。

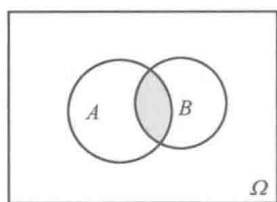
类似地,称“ $n$  个事件  $A_1, \dots, A_n$  同时发生”这样的事件为事件  $A_1, \dots, A_n$  的积,记作

$$A_1 \cap \dots \cap A_n \text{ 或 } \bigcap_{i=1}^n A_i.$$

称“可列个事件  $A_1, \dots, A_n, \dots$  同时发生”的事件为可列个事件  $A_1, \dots, A_n, \dots$  的积,记作

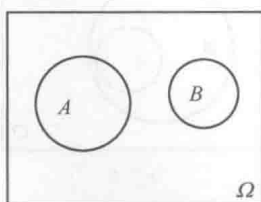
$$A_1 \cap \dots \cap A_n \cap \dots \text{ 或 } \bigcap_{i=1}^{\infty} A_i.$$

什么是  $A, B$  两个事件的积事件? 举例说明。



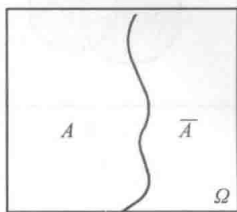
$A \cap B$   
图 1-3

举例说明  $A, B$  两个事件互不相容或互不相交。



$AB = \emptyset$   
图 1-4

$A, B$  两个事件为相互对立事件应满足哪两个条件?



$A \cap \bar{A} = \emptyset, A \cup \bar{A} = \Omega$   
图 1-5

事件  $A, B$  的差事件  $A - B$  在何种情况下有  $A - B = \emptyset$ ?

#### 5. 互不相容事件

两个事件  $A, B$  不可能同时发生,即  $AB = \emptyset$ , 则称  $A, B$  为两个互不相容事件或互斥事件 (见图 1-4).

例如,在例 1-2 中,若记  $A = \{1, 3, 5\}$ , 即“出现奇数点”,  $B = \{2, 4\}$ , 即“出现小于 5 的偶数点”, 则  $AB = \emptyset$ ,  $A, B$  为两个互不相容事件, 即  $A, B$  不可能同时发生。

#### 6. 相互对立事件

事件  $A, B$  有且仅有一个发生,也就是说事件  $A$  发生则  $B$  必不发生或事件  $A$  不发生则  $B$  必然发生,即  $A \cup B = \Omega$ , 且  $AB = \emptyset$ , 则称  $A, B$  为相互对立事件或互逆事件,记作  $B = \bar{A}, A = \bar{B}$  (见图 1-5).

例如,在例 1-2 中,若记  $A = \{1, 3, 5\}$ , 即“出现奇数点”,  $B = \{2, 4, 6\}$ , 即“出现偶数点”, 则  $A \cup B = \Omega$ , 且  $AB = \emptyset$ ,  $A, B$  为相互对立事件。

#### 7. 事件的差

事件  $A$  发生且事件  $B$  不发生,这样的事件称为事件  $A$  与  $B$  的差,记作  $A - B$  (见图 1-6).

例如,在例 1-2 中,若记  $A = \{1, 3, 5\}$ , 即“出现奇数点”,  $B = \{1,$