普通高等教育“十一五”国家级规划教材
“十三五”江苏省高等学校重点教材

第4版

概率论与数理统计

PROBABILITY AND MATHEMATICAL STATISTICS

宗序平 主编

向教师提供
PPT课件
习题详解
期中期末模拟测试卷

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

“十三五”江苏省高等学校重点教材

概率论与数理统计

第 4 版

主　编　宗序平

副主编　李朝晖　赵　俊

参　编　严　钧　孙耀东　蔡苏淮

江苏省高等学校重点教材编号:2016-1-146

机 械 工 业 出 版 社

本书是根据教育部对本课程的基本要求编写的普通高校教材.

考虑到高等教育已经进入大众化阶段，全书始终“以应用为目的，不削弱理论学习”为指导思想，主要内容包括概率论、数理统计、随机过程，每章节后附有习题，书末附有参考答案. 本书由具有丰富教学经验的骨干教师编写，深入浅出，通俗易懂，便于自学.

本书可供普通高校经济类、理工类各专业使用，也可供有关工程技术人员参考.

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计/宗序平主编. —4版. —北京：机械工业出版社，2019.1
普通高等教育“十一五”国家级规划教材 “十三五”江苏省高等学校重点教材
ISBN 978-7-111-61542-2

Ⅰ.①概… Ⅱ.①宗… Ⅲ.①概率论—高等学校—教材②数理统计—高等学校—教材 Ⅳ.①O21

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第284339号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)
策划编辑：韩效杰 责任编辑：韩效杰 李 乐
责任校对：陈 越 封面设计：鞠 杨
责任印制：孙 炜
保定市中画美凯印刷有限公司印刷
2019年4月第4版第1次印刷
184mm×260mm · 16.75印张 · 412千字
标准书号：ISBN 978-7-111-61542-2
定价：45.00元

序

人类已经满怀激情地跨入了充满机遇与挑战的21世纪.这个世纪要求高等教育培养的人才必须具有高尚的思想道德,明确的历史责任感和社会使命感,较强的创新精神、创新能力和实践能力,宽广的知识面和扎实的基础.基础知识水平的高低直接影响到人才的素质及能力,关系到我国未来科学、技术的发展水平及在世界上的竞争力.由于基础学科本身的特点,以及某些短期功利思想的影响,不少人对大学基础教育的认识相当偏颇,我们有必要在历史的回眸中借前车之鉴,在未来的展望中创革新之路.我们必须认真转变教育思想,以培养新世纪高素质人才为宗旨,以提高人才培养质量为主线,以转变教育思想观念为先导,以深化教学改革为动力,以全面推进素质教育和改革人才培养模式为重点,以构建新的教学内容和课程体系、加大教学方法和手段改革为核心,努力培养素质高、应用能力与实践能力强、富有创新精神和特色的应用性的复合型人才.

基于上述考虑,中国机械工业教育协会、机械工业出版社、江苏省教育厅(原江苏省教委)和江苏省及省外部分高等工科院校成立了教材编审委员会,组织编写了本套基础课程系列教材,作为加强教学基本建设的一种努力.

本套教材力求具有以下特点:

(1) 科学定位.本套教材主要用于应用性本科人才的培养.

(2) 综合考虑、整体优化,体现"适、宽、精、新、用".所谓"适",就是要深浅适度;所谓"宽",就是要拓宽知识面;所谓"精",就是要少而精;所谓"新",就是要跟踪应用学科前沿,推陈出新,反映时代要求;所谓"用",就是要理论联系实际,学以致用.

(3) 强调特色.就是要体现一般工科院校的特点,符合一般工科院校基础课教学的实际要求.

(4) 以学生为本.本套教材应尽量体现以学生为本,以学生为中心的教育思想,不为教而教.注重培养学生的自学能力和扩展、发展知识的能力,为学生今后持续创造性的学习打好基础.

尽管本套教材想以新思想、新体系、新面孔出现在读者面前,但由于是一种新的探索,

难免有这样那样的缺点甚至错误,敬请广大读者不吝赐教,以便再版时修正和完善.

本套教材的编写和出版得到了中国机械工业教育协会、机械工业出版社、江苏省教育厅以及各主审、主编和参编学校的大力支持与配合,在此一并表示衷心感谢.

普通高等工科院校基础课规划教材编审委员会

主任　殷翔文

第 4 版前言

本书第 3 版自 2011 年 1 月出版以来，由于其内容安排合理，既满足教育部《高等教育本科概率论与数理统计课程教学基本要求》和硕士研究生入学考试的基本要求，又具有文字表述准确、流畅、可读性强等特点，受到了读者的肯定．

经过几年的教学实践和教学改革，根据专家、同行的宝贵建议，我们对教材做了进一步修订，本次修订保持了第 3 版的优点与特色，期望更好地适应“大众教育”和应用型本科院校教学改革的需要，更多的是关注学与教的过程．

本书在教材内容的呈现上，充分体现以“学生为中心”的教育思想，并努力在概念引入、理论分析、方法叙述等方面的呈现上实现创新：

(1)充分利用好页面边栏．通过增加问题、批注或解释，简明扼要地介绍方法、历史、文化等，为读者搭建阅读平台，激发学生的学习热情和培养学习兴趣．

(2)调控读者阅读教材的节奏．每隔一定的阅读量，就这段内容，通过提供探究型、归纳型或反思型问题，碎化部分定理或例题，为读者提供一定的思考空间．引导读者完成一些计算或推导，让读者在阅读理解和解决问题两种模式间切换，减少注意力疲劳，同时改善教材的预习体验.

(3)尝试将信息技术引入教材，初步实现教材和移动互联网融合．给读者提供大量的文字和图片等教学信息，利用专门的 App 软件，通过扫描二维码，初步实现网络支持下的教与学资源的共享．

本次修订得到了扬州大学出版基金资助，还得到了江苏省教育厅、扬州大学教务处和扬州大学数学科学学院给予的大力支持．机械工业出版社的编辑们对本次修订付出了大量劳动．许多想法取材于专家学者的文献，在此一并表示衷心的感谢．限于编者的水平，书中难免存在不足，敬请读者批评指正．

编　者

第 3 版前言

《概率论与数理统计(第 2 版)》是我们为普通高等学校非数学专业学生编写的公共数学基础课教材. 内容选择依据教育部高等学校概率论与数理统计课程教学基本要求,涵盖了硕士研究生入学考试大纲的基本要求.

本次修订增补了部分例题,期望能使学生对书中理论的应用更加熟悉,更能领会其中的原理和技巧. 同时,重新编写了大部分习题,优化了习题的难度层次分布,同时使各个知识点在做习题的过程中得到尽量多的重现.

为了使本书有更好的易读性,本次修订在版式设计方面借鉴了很多国际上成功的设计,同时采用双色印刷,使得阅读更加舒适,更方便在书中做标记和记笔记.

编者

2010 年 11 月

第 2 版前言

概率论与数理统计是研究随机现象及其规律性的科学，理论严谨，应用广泛，发展迅速. 不仅高等学校各专业都开设了本课程，而且在 20 世纪末，此课程被教育部定为硕士研究生入学考试的数学课程之一. 本书自 2002 年出版以来，被许多院校选作本科生教材，受到理工科、经济管理、农学类等读者的欢迎. 很幸运 2006 年本书第 2 版被列为"普通高等教育'十一五'国家级规划教材"，这使我们信心倍增，同时也感到责任重大，定要齐心协力编写好此书，以适应普通高等教育发展之需.

这一版对原书中的一些疏漏和不妥之处做了修改. 并对许多内容进行了调整与补充. 考虑到教师授课和学生自学的需要，第 2 版提供了与本书配套的 Powerpoint 课件，该课件以章节形式编排，便于配合学习. 需要指出的是课件中列出了许多本书中未提及的内容，以满足求知欲很强的读者的需要.

限于编者水平，书中仍有许多不足之处，恳请同行和读者批评指正.

编　者

2006 年 11 月

目　录

第1章 随机事件与概率

概率论与数理统计是高等学校的一门重要的基础课程，是研究随机现象规律性的学科．在本课程中，为掌握基本概念，必须反复精读教材．

1.1 随机事件

1.1.1 随机试验与随机事件

1. 随机现象

自然现象与社会现象是多种多样的，从结果能否预测的角度来分，可以分为两大类．其中一类现象在一定的条件下，可以预测其结果，即在一定的条件下，进行重复试验与观察，它的结果总是确定的，这类现象称为**确定性现象**．例如，在标准大气压下，温度达到100℃的纯水必然沸腾；异性电荷必然互相吸引等．在以前学习的数学课程中主要是研究这类确定性现象．另一类现象是不能预测其结果的，即在一定的条件下，重复试验或观察，或出现这种结果，或出现那种结果，这类现象称为**随机现象**．随机现象到处可见．例如，抛一枚质地均匀的骰子所出现的点数；某电话台每小时内接到的电话呼唤次数等．

什么是确定性现象？什么是随机现象？试举例说明．

概率论与数理统计就是研究随机现象及其规律性的一门学科．对于某些随机现象，虽然对个别试验或观察来说，无法预测其结果，但在相同的条件下进行大量的试验或观察时，却又呈现出某些规律性．例如，掷一枚质地均匀的硬币，当掷的次数相当多时，就会发现出现正面（有字的一面朝上）和出现反面（有国徽的一面朝上）的次数之比大约为1∶1；查看各国人口统计资料，就会发现新生婴儿中男女约各占一半，随机现象所呈现的这种规律性，称为**统计规律性**．它是概率论与数理统计研究的基本出发点．

什么是统计规律性？试举例说明．

概率论与数理统计的理论与方法的应用是十分广泛的，几乎遍及所有科学技术、工农业和国民经济的各个领域中．例如，利用概率统计方法可以进行气象预报、水文预报及地震预报，产品的质量检验，求元件或系统的使用可靠性及平均寿命的估计等．在理论联系实际方面，概率论与数理统计是数学最活跃的分支之一．

2. 随机试验与随机事件

在一定的条件下，对自然现象和社会现象进行的实验或观察，称为**试验**，通常用 T 来表示. 这里的试验是一个含义广泛的术语，包括各种科学实验，甚至对某一事物的某一特征的观察也认为是一种试验. 举例如下：

你能总结这四个实例的共性吗？

例 1-1　T_1：掷一枚质地均匀的硬币，观察其出现正面或反面.

例 1-2　T_2：掷一枚质地均匀的骰子，观察其出现的点数.

例 1-3　T_3：记录某电话交换台 1h 内接到的电话呼唤次数.

例 1-4　T_4：在一批灯泡中任取一只，测试其寿命.

上述试验具有以下共同的特点：

1)可以在相同的条件下重复进行；

2)试验的结果有多种可能性，但试验前能预知所有可能的结果；

3)每次试验前无法断定哪个结果会发生.

关注概念：
简单随机试验、随机事件、必然事件和不可能事件.

将具有上述三个特点的试验称为**简单随机试验**，简称为**随机试验**，本教材中如无特别说明，所谓的试验都是指这种随机试验.

随机试验的结果称为该随机试验的**随机事件**，简称为**事件**，通常用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 及 $A_1,A_2,\cdots$ 表示. 例如，例 1-2 中，"出现偶数点"是随机事件；例 1-4 中，"所取灯泡的寿命不超过 100h"也是随机事件.

特别地，一定条件下必然发生的事件，称为**必然事件**，用 Ω 表示. 例如，在例 1-2 中，$\Omega=\{$出现奇数点或偶数点$\}$. 同样，一定条件下必然不发生的事件，称为**不可能事件**，用 $\varnothing$ 表示. 例如，在例 1-2 中，$\varnothing=\{$既不出现奇数点，又不出现偶数点$\}$.

概率论与数理统计是通过随机试验中的随机事件来研究随机现象的.

3. 基本事件与样本空间

关注样本点与样本空间的定义，说明其关系.

随机试验的每一个可能的结果，称为这个试验的**样本点**，记作 ω；全体样本点的集合称为**样本空间**，记作 Ω.

例如，例 1-1 中的试验，基本结果有两个：正(有字的面朝上)，反(国徽的一面朝上)，即有两个样本点，因此样本空间为

$$\Omega_1=\{\text{正},\text{反}\}.$$

例 1-2 中的试验，基本结果有六个："出现 1 点""出现 2 点"…"出现 6 点"，分别用 1,2,3,4,5,6 表示，即有六个样本点，因此该试验的样本空间为

$$\Omega_2=\{1,2,3,4,5,6\}.$$

同理,例 1-3 与例 1-4 的样本空间分别为

$$\Omega_3=\{0,1,2,\cdots\},\Omega_4=\{t \mid t\geqslant 0\}.$$

由上面的讨论可知,样本空间可分为两种类型:

1)有限样本空间,即样本点总数为有限多个,如 Ω_1,Ω_2;

2)无限样本空间,即样本点总数为无穷多个,如 Ω_3,Ω_4.

样本空间分为哪几种类型?举例说明.

无限样本空间又可分为可数(列)样本空间(如 Ω_3)和不可数(列)样本空间(如 Ω_4).

值得注意的是,样本空间可以是数集如 $\Omega_2,\Omega_3,\Omega_4$,也可以不是数集如 Ω_1;样本空间至少由两个样本点组成,仅含有两个样本点的样本空间是最简单的样本空间,如 Ω_1. 显而易见,根据随机事件的定义,随机事件是由一个或多个样本点组成的,因此也称随机试验 T 的样本空间 Ω 的子集为随机试验 T 的随机事件.

特别地,由一个样本点组成的集合称为**基本事件**;由全体样本点组成的事件,在每次试验中它总是发生的,称为**必然事件**,仍用 Ω 表示;空集 $\varnothing$ 不包含任何样本点,它作为样本空间的子集,它在每一次试验中都不发生,称为**不可能事件**.

1.1.2 事件之间的关系及运算

事件是样本点的集合,与集合的关系及运算相对应,下面介绍事件之间的关系与运算.

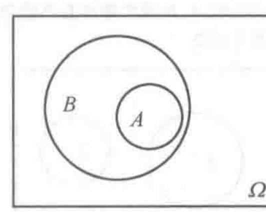
什么是包含关系?举例说明.

1. 包含关系

如果事件 A 发生必然导致事件 B 发生,则称事件 A 包含于事件 B,或称事件 B 包含事件 A,记作 $A\subset B$ 或 $B\supset A$. 显然有下列性质:

1)$\varnothing\subset A\subset\Omega$;

2)若 $A\subset B,B\subset C$,则有 $A\subset C$.



$A\subset B$

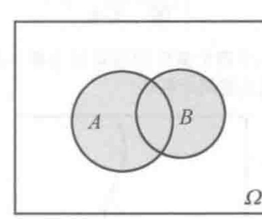
图 1-1

例如,在例 1-2 中,若记 $A=\{1,3,5\}$,即"出现奇数点",$B=\{1,2,3,4,5\}$,即"出现的点数不超过 5",显然 $A\subset B$,即若事件"出现奇数点"发生,则"出现的点数不超过 5",即事件 B 发生.

包含关系可用图 1-1 直观地说明.

2. 相等关系

如果两个事件 A 与 B 满足:$A\subset B,A\supset B$,则称事件 A 与 B 相等. 这意味着事件 A 与 B 本质上是同一个事件,记作 $A=B$.



$A\cup B$

图 1-2

3. 事件的和

两个事件 A,B 至少有一个发生,即"或 A 发生或 B 发生",这样的事件,称为事件 A,B 的和或并,记作 $A\cup B$(见图 1-2).

什么是 A,B 两个事件的和或并,举例说明.

例如,在例 1-2 中,若记 $A=\{1,3,5\}$,即"出现奇数点",$B=\{1,2,3,4,5\}$,即"出现的点数不超过 5",则 $A\cup B=\{1,2,3,4,5\}$,

即“出现的点数不超过 5”.

类似地，称“n 个事件 $A_1,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生”这样的事件为事件 $A_1,\cdots,A_n$ 的和，记作

$$A_1\cup\cdots\cup A_n \text{ 或 } \bigcup_{i=1}^{n}A_i.$$

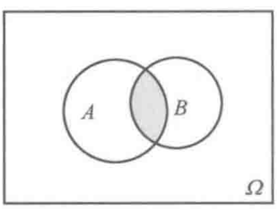
称“可列个事件 $A_1,\cdots,A_n,\cdots$ 至少有一个发生”的事件为可列个事件 $A_1,\cdots,A_n,\cdots$ 的和，记作

$$A_1\cup\cdots\cup A_n\cup\cdots \text{ 或 } \bigcup_{i=1}^{\infty}A_i.$$

4. 事件的积

什么是 A,B 两个事件的积事件？举例说明.

两个事件 A,B 同时发生，这样的事件称为事件 A 与 B 的积或交，记作$A\cap B$ 或 AB(见图 1-3).



$A\cap B$

图 1-3

例如，在例 1-2 中，若记 $A=\{1,3,5\}$，即“出现奇数点”，$B=\{1,2\}$，即“出现的点数不超过 2”，则 $AB=\{1\}$，即“出现 1 点”.

类似地，称“n 个事件 $A_1,\cdots,A_n$ 同时发生”这样的事件为事件 $A_1,\cdots,A_n$ 的积，记作

$$A_1\cap\cdots\cap A_n\text{或 } \bigcap_{i=1}^{n}A_i.$$

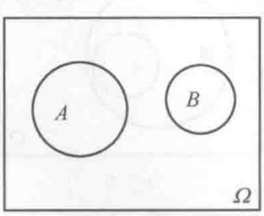
称“可列个事件 $A_1,\cdots,A_n,\cdots$ 同时发生”的事件为可列个事件 $A_1,\cdots,A_n,\cdots$的积，记作

$$A_1\cap\cdots\cap A_n\cap\cdots \text{ 或 } \bigcap_{i=1}^{\infty}A_i.$$

5. 互不相容事件

举例说明 A,B 两个事件互不相容或互不相交.

两个事件 A,B 不可能同时发生，即 $AB=\varnothing$，则称 A,B 为两个互不相容事件或互斥事件(见图 1-4).



$AB=\varnothing$

图 1-4

例如，在例 1-2 中，若记 $A=\{1,3,5\}$，即“出现奇数点”，$B=\{2,4\}$，即“出现小于 5 的偶数点”，则 $AB=\varnothing$，A,B 为两个互不相容事件，即 A,B 不可能同时发生.

6. 相互对立事件

A,B 两个事件为相互对立事件应满足哪两个条件？

事件 A,B 有且仅有一个发生，也就是说事件 A 发生则 B 必不发生或事件 A 不发生则 B 必然发生，即 $A\cup B=\Omega$，且 $AB=\varnothing$，则称 A,B 为相互对立事件或互逆事件，记作 $B=\overline{A},A=\overline{B}$ (见图 1-5).

$A\cap\overline{A}=\varnothing,A\cup\overline{A}=\Omega$

图 1-5

例如，在例 1-2 中，若记 $A=\{1,3,5\}$，即“出现奇数点”，$B=\{2,4,6\}$，即“出现偶数点”，则 $A\cup B=\Omega$，且 $AB=\varnothing$，A,B 为相互对立事件.

7. 事件的差

事件 A,B 的差事件 $A-B$ 在何种情况下有 $A-B=\varnothing$？

事件 A 发生且事件 B 不发生，这样的事件称为事件 A 与 B 的差，记作 $A-B$(见图 1-6).

例如，在例 1-2 中，若记 $A=\{1,3,5\}$，即“出现奇数点”，$B=\{1,