



高 级 中 学 课 本

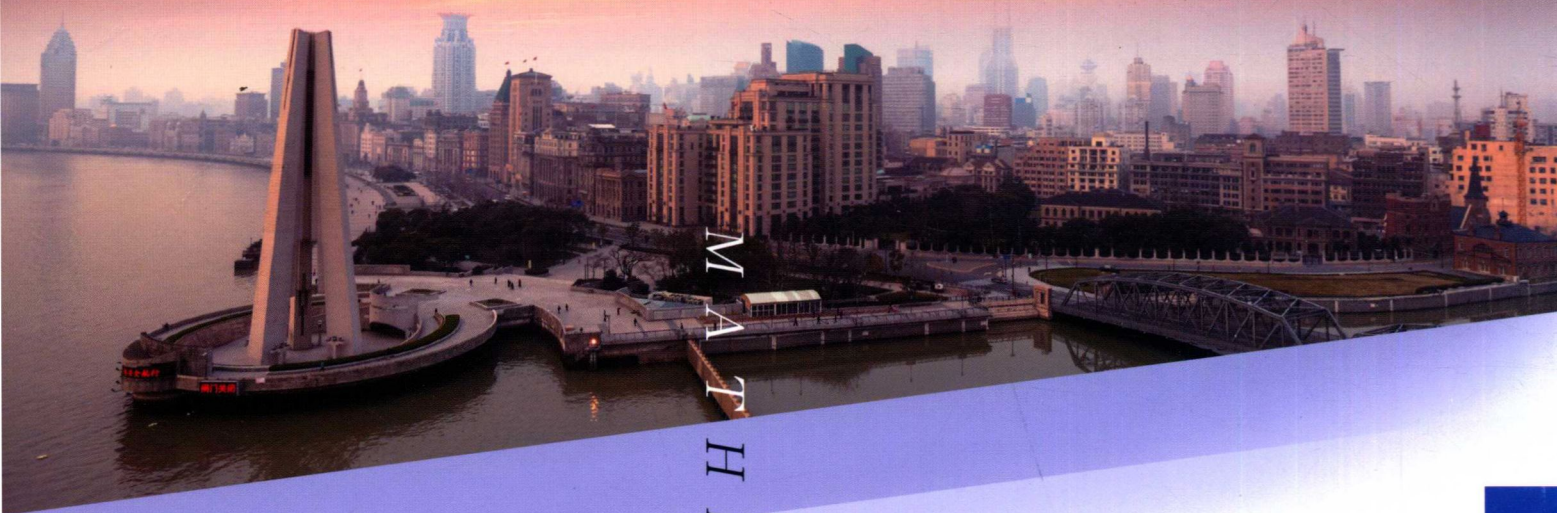
高中一年级 第一学期

(试用本)

上海教育出版社

数学

数学



MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

MATHEMATICS

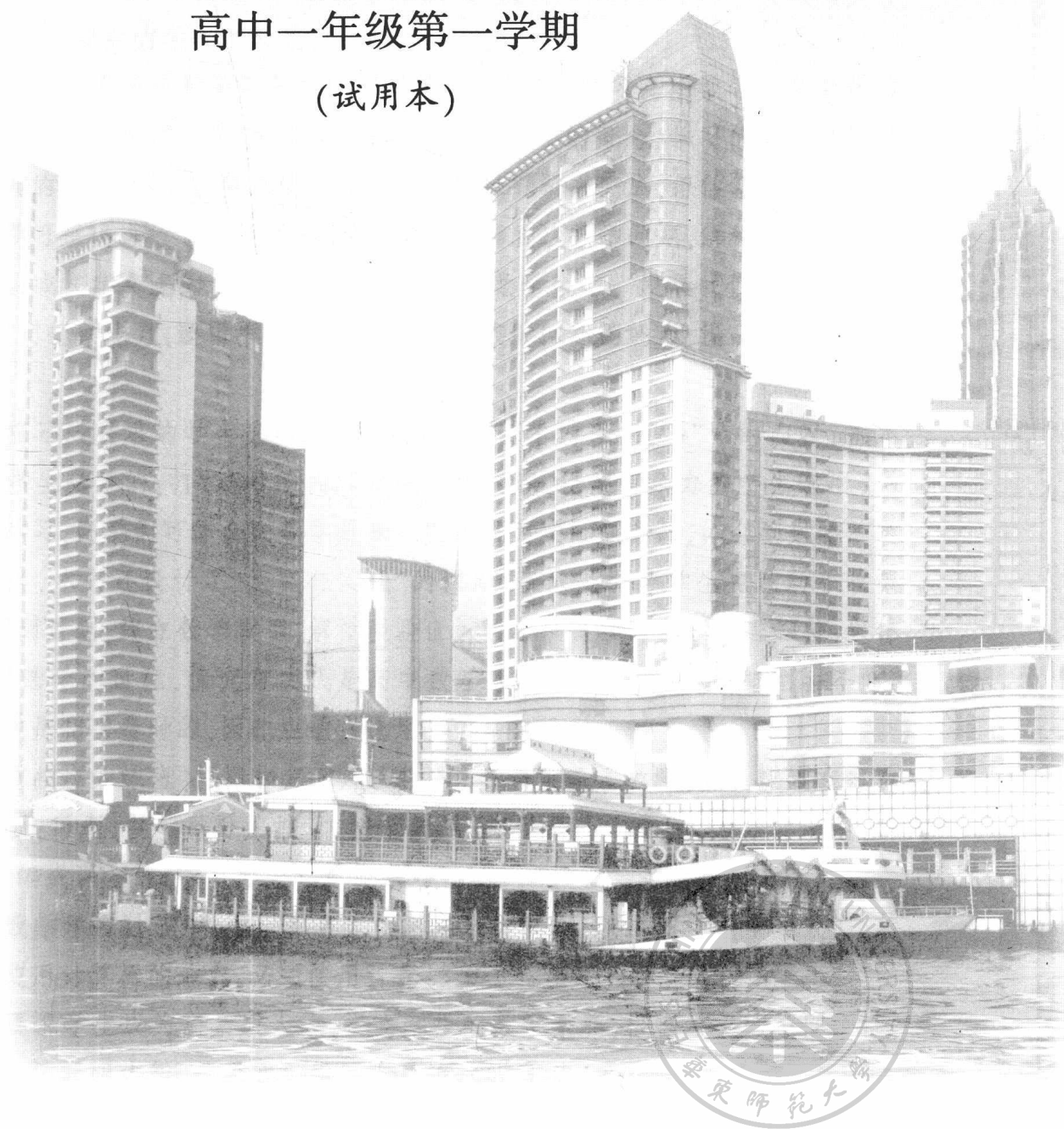
MATHEMATICS

MATHEMATICS

高级中学课本

数 学

高中一年级第一学期
(试用本)



上海教育出版社

编者的话

同学们,当你们拿到这本书时,已经是高中学生了.高中数学将伴随你们度过高中三年的学习生活.本书是高中数学第一册.

同学们在初中已学过数学,高中数学是初中数学的进一步深化,也是学习大学数学及其他学科的基础.与初中数学相比,高中数学所讨论的问题更复杂一些,方法更多样一些,证明更严密一些,应用更广泛一些.但是,由于目前受数学工具的限制,有些高中数学内容仍不能完全用严格的推理来叙述.对于这些内容,我们将通过若干例子来介绍,并在今后的学习中补足.

数学是现实世界中数量关系与空间形式的客观反映.学习高中数学就是要学习从客观中提炼出数学问题的方法;学习、理解和掌握数学的概念,学习估算和判别计算结果正确性的本领(“机械”复杂的运算可以交给计算机来完成,但估算和判断还得有人来做);学习正确进行逻辑推理的本领;学习正确表达数学问题,解释数学结果与他人进行口头或文字交流的本领.通过高中阶段的数学学习,发展我们的数学思维能力(包括空间想象能力、逻辑推理能力等)和解决实际问题的能力,提高我们的数学素养.

为了适应不同要求的学生选用,本书内容分为基本内容、打“*”号的内容.基本内容是每个学生必学的;打“*”号的内容是较深的内容,供学有余力的学生选用.通过对它们的学习,同学们可体会到数学是来自实际且为实际服务的,体会到数学的趣味性和实用性.本书还设计了“探究与实践”的课题,目的是引导学生自己动手收集数据,设计解题计划,建立数学模型,解模型验证解的正确性和与实际是否相符,以体验学数学、用数学的过程.探究与实践是高中数学课程的组成部分,不能删去不学,但探究与实践是相当费时的,因此应适当选用.

本书配有相应的练习、习题和复习题.其中练习题供课堂教学使用,配置在每节课的课文后面;习题、复习题分别按章、按节配置,都供课外作业用.为方便使用,习题、复习题汇编成课本的《练习部分》,另成一册.

在高中数学学习过程中,学生都可以使用函数计算器,以提高数学学习效率,特别是标明要使用计算器的地方,必须使用计算器.

新世纪要求学生成为高素质人才,提高学生的数学素养,根据学生的不同个性,发挥每个学生的聪明才智.这是我们编写人员追求的目标.

由于我们缺乏经验和受时间的限制,书中会有一些不妥的地方,欢迎广大师生提出宝贵意见和建议,使本书日臻完善.

2006年8月

目 录 CONTENTS

第 1 章 集合和命题	4
一 集合	5
1.1 集合及其表示法	5
1.2 集合之间的关系	8
1.3 集合的运算	10
二 四种命题的形式	14
1.4 命题的形式及等价关系	14
三 充分条件与必要条件	19
1.5 充分条件, 必要条件	19
1.6 子集与推出关系	22
本章小结	24
阅读材料	25
第 2 章 不等式	28
2.1 不等式的基本性质	29
2.2 一元二次不等式的解法	32

2.3 其他不等式的解法	38
2.4 基本不等式及其应用	42
探究与实践	46
课题一 最大容积问题	46
*2.5 不等式的证明	46
本章小结	49
阅读材料	50

第3章 函数的基本性质 52

3.1 函数的概念	53
3.2 函数关系的建立	57
探究与实践	60
课题二 邮件与邮费问题	60
课题三 上海出租车计价问题	61
3.3 函数的运算	61
3.4 函数的基本性质	64
本章小结	76
阅读材料	76

第4章 幂函数、指数函数和对数函数(上) 78

一 幂函数	79
4.1 幂函数的性质与图像	79

二 指数函数	84
4.2 指数函数的图像与性质	84
*4.3 借助计算器观察函数递增的快慢	91
本章(上)小结	96

第1章

集合和命题

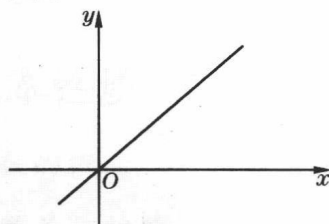
Sets and Propositions

物以类聚,人以群分.把能够确切指定的一些对象放在一起研究,便于讨论它们共同的性质,这是集合的由来.在中学数学里,常常用集合语言来表达数学对象.例如,可以用不同的语言描述坐标平面上的一条直线:

自然语言:坐标平面上过原点,在第一、第三象限,且与 x 轴夹角为 45° 的直线.

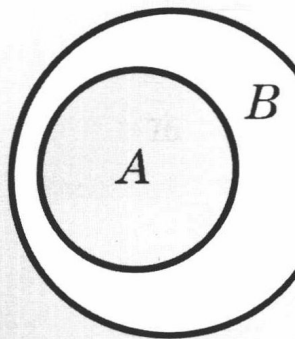
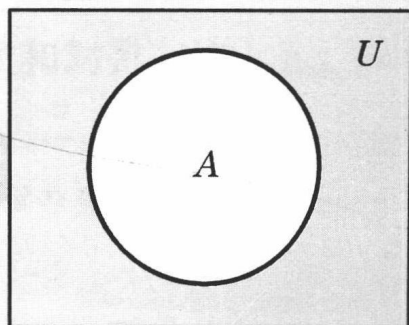
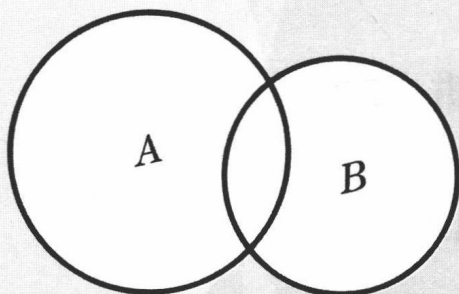
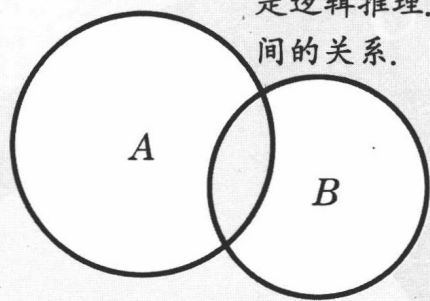
解析语言:函数 $y=x$ 的图像.

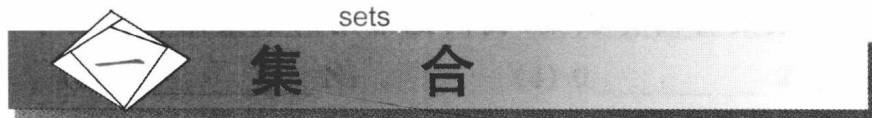
图像语言:



集合语言: $\{(x, y) | y=x, x \text{ 为任意实数}\}$.

科学研究离不开命题.“张三是人”是正确命题;“人是张三”是不正确命题.由于“人需要衣、食、住、行”,因为“张三是人”,所以“张三需要衣、食、住、行”.于是,我们从“人需要衣、食、住、行”,推出“张三需要衣、食、住、行”.这就是逻辑推理.逻辑推理是命题之间的链条.命题之间的关系也可以看作集合之间的关系.





1.1 集合及其表示法

Sets and Their Expressions

1. 集合的概念

在现实生活和数学中,我们常常把一些对象放在一起,作为一个整体来研究.例如:

- (1) 某校高中一年级全体学生;
- (2) 某次足球联赛参赛队的全体;
- (3) 平面上到定点距离等于定长的点的全体;
- (4) 所有的锐角三角形;
- (5) 一个正方形 $ABCD$ 内部的点的全体;
- (6) $1, 3, 5, 7, 9$;
- (7) 不等式 $3x+2>0$ 的解的全体.

我们把能够确切指定的一些对象组成的整体叫做集合,简称集(set).

集合中的各个对象叫做这个集合的元素(element). 对于一个给定的集合,集合中的元素是确定的. 也就是说,任何一个对象要么是给定集合的元素,要么不是这个集合的元素,二者必居其一.

例如,王老师不是某校高中一年级全体学生组成的集合的元素. 又如,一个等边三角形是所有锐角三角形组成的集合的一个元素.

对于一个给定的集合,集合中的元素是各不相同的. 也就是说,一个给定的集合中的任何两个元素都是不同的对象. 集合中的元素不重复出现.

集合常用大写字母 $A, B, C, \dots$ 表示,集合中的元素用小写字母 $a, b, c, \dots$ 表示.

如果 a 是集合 A 的元素,就记作 $a \in A$,读作“ a 属于(belong to) A ”;

如果 a 不是集合 A 的元素,就记作 $a \notin A$,读作“ a 不属于 A ”. 例如,设由 $1, 3, 5, 7, 9$ 组成的集合为 A ,那么 $3 \in A, 2 \notin A$.



数学家简介



康托尔 (G. Cantor, 1845—1918) 德国数学家、集合论创始人. 1871 年他给集合的说明是:“把一定的并且彼此可以明确识别的事物——这种事物可以是直观的对象,也可以是思维的对象——放在一起,叫做一个集合,这些事物的每一个叫做该集合的一个元素”.



集合的元素具有确定性,且具有互异性和无序性.

数的集合简称数集,我们把常用的数集用特定的字母表示:

全体自然数组成的集合,即自然数集(natural numbers set),记作 $\mathbf{N}$,不包括零的自然数组成的集合,记作 $\mathbf{N}^*$;

全体整数组成的集合即整数集(set of integer),记作 $\mathbf{Z}$;

全体有理数组成的集合即有理数集(rational numbers set),记作 $\mathbf{Q}$;

全体实数组成的集合即实数集(set of real numbers),记作 $\mathbf{R}$.

我们还把正整数集、负整数集、正有理数集、负有理数集、正实数集、负实数集分别表示为 $\mathbf{Z}^+$ 、 $\mathbf{Z}^-$ 、 $\mathbf{Q}^+$ 、 $\mathbf{Q}^-$ 、 $\mathbf{R}^+$ 、 $\mathbf{R}^-$.

从上面 7 个例子可以看出,有些集合,如(1)、(2)、(6),它们都只含有有限个元素;而有些集合如(3)、(4)、(5)、(7),它们都含有无限个元素.我们把含有有限个元素的集合叫做有限集(finite set),含有无限个元素的集合叫做无限集(infinite set).

空集(empty set)是没有任何元素的集合,记作 $\emptyset$.例如,方程 $x^2+1=0$ 的实数解所组成的集合是空集.又如,两个外离的圆,它们的公共点所组成的集合也是空集.

2. 集合的表示方法

集合的表示方法常用列举法和描述法.

将集合中的元素一一列出来(在列举时不考虑元素的顺序),并且写在大括号内.这种表示集合的方法叫做列举法.例如,方程 $x^2-5x+6=0$ 的解的集合,可表示为 $\{2,3\}$,也可表示为 $\{3,2\}$;又如方程组 $\begin{cases} x+y=5, \\ x-y=-1 \end{cases}$ 的解组成的集合可表示为 $\{(2,3)\}$.

在大括号内先写出这个集合的元素的一般形式,再划一条竖线,在竖线后面写上集合中元素所共同具有的特性,即 $A=\{x|x \text{ 满足性质 } p\}$,这种表示集合的方法叫做描述法.

例如,方程 $x^2-5x+6=0$ 的解集可表示为 $\{x|x^2-5x+6=0\}$;又如直线 $x+y=1$ 上的点组成的集合,可以表示为 $\{(x,y)|x+y=1\}$.

例 1 用符号 $\in$ 、 $\notin$ 填空:

思考

再举出一些有限集与无限集的例子.

注意

$\{2,3\}$ 与 $\{(2,3)\}$ 的区别.

注意

集合 A 中元素都具有性质 p ,而且凡具有性质 p 的元素都在集合 A 中.

(1) 0 _____ $\{0\}$; (2) 0 _____ $\varnothing$;

(3) 0 _____ $\mathbf{N}$; (4) 0 _____ $\mathbf{Z}$;

(5) $\sqrt{2}$ _____ $\mathbf{Q}$; (6) -2 _____ $\mathbf{Z}$.

解 (1) $0 \in \{0\}$. (2) $0 \notin \varnothing$.

(3) $0 \in \mathbf{N}$. (4) $0 \in \mathbf{Z}$.

(5) $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$. (6) $-2 \in \mathbf{Z}$.

例 2 用适当的方法表示下列集合:(1) 大于 0 且不超过 6 的全体偶数组成的集合 A ;(2) 被 3 除余 2 的自然数全体组成的集合 B ;(3) 直角坐标平面上第二象限的点组成的集合 C .解 (1) 用列举法: $A = \{2, 4, 6\}$.(2) 用描述法: $B = \{x | x = 3k + 2, k \in \mathbf{N}\}$.

(3) 用描述法:

$$C = \{(x, y) | x < 0 \text{ 且 } y > 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}.$$



哪些集合用列举法表示较合适? 哪些集合用描述法表示较合适?

**练习 1.1**

1. 判断下列各组对象能否构成集合. 若能构成集合, 指出是有限集还是无限集; 若不能构成集合, 请你说明理由.

(1) 上海市各区县的名称;

(2) 末位数是 3 的自然数;

(3) 我们班身高大于 1.70 米的同学.

2. 用符号 $\in$ 、 $\notin$ 填空:

(1) $\frac{1}{2}$ _____ $\mathbf{N}^*$;

(2) 1 _____ $\mathbf{Z}^-$;

(3) -2 _____ $\mathbf{R}$;

(4) 2 _____ $\mathbf{N}$;

(5) $\sqrt{3}$ _____ $\mathbf{Q}$;

(6) 1 _____ $\varnothing$.

3. 用列举法表示下列集合:

(1) 组成中国国旗的颜色名称的集合;

(2) 绝对值小于 4 的整数组成的集合.

4. 用描述法表示下列集合:

(1) 偶数组成的集合;

(2) 平面直角坐标系内第一象限的点组成的集合.

1.2 集合之间的关系

Relations of Sets

1. 子集

考察下面两个集合：

A 是育英中学高中一年级全体男生组成的集合，

B 是育英中学高中一年级全体学生组成的集合。

显然，集合 A 中任何元素都属于集合 B 。

再考察：

$$C = \{x | x = 6k, k \in \mathbf{Z}\},$$

$$D = \{x | x = 2m, m \in \mathbf{Z}\}.$$

显然，能被 6 整除的整数必是偶数，就是说集合 C 中任一元素都在集合 D 中。

集合之间的这种关系，我们会经常遇到。

对于两个集合 A 和 B ，如果集合 A 中任何一个元素都属于集合 B ，那么集合 A 叫做集合 B 的子集(subset)，记作 $A \subseteq B$ 或 $(B \supseteq A)$ ，读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含(contain) A ”。

我们规定，空集包含于任何一个集合，空集是任何集合的子集。

用平面区域来表示集合之间关系的方法叫做集合的图示法，所用图叫做文氏图(Venn diagram)，图 1-1 是 $B \supseteq A$ (或 $A \subseteq B$) 的文氏图。

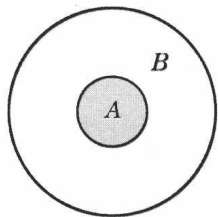


图 1-1

要判定 $A \subseteq B$ ，只要判定 A 中的任一元素都是 B 中的元素。

2. 相等的集合

研究下面的集合：

$$E = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\},$$

$$F = \{2, 3\}.$$

容易看出， E 中元素都属于 F ，即 $E \subseteq F$ ；同时， F 中元素都属于 E ，即 $F \subseteq E$ ，说明 E, F 是有更特殊关系的两个集合。

对于两个集合 A 和 B ，如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$ ，那么叫做集合 A 与集合 B 相等，记作 $A = B$ ，读作“集合 A 等于集合 B ”。因此，如果两个集合所含的元素完全相同，那么这两个集合相等。

例 1 确定整数 x, y ，使 $\{2x, x+y\} = \{7, 4\}$ 。

要判定 $A = B$ ，既要判定 A 的元素都是 B 的元素，又要判定 B 的元素都是 A 的元素。

解 由集合相等的定义,可知

$$\begin{cases} 2x=7, \\ x+y=4 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 2x=4, \\ x+y=7. \end{cases}$$

由 $\begin{cases} 2x=7, \\ x+y=4, \end{cases}$ 知 $x=\frac{7}{2}$, 不合题意, 舍去;

由 $\begin{cases} 2x=4, \\ x+y=7, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=5. \end{cases}$

所以, 整数 x, y 分别为 2、5.

例 2 确定下列每组两个集合的包含关系或相等关系:

(1) $A = \{n | n \text{ 为 } 12 \text{ 的正约数}\}$ 与 $B = \{1, 3, 2, 4, 6, 12\}$;

(2) $C = \{m | m = 2k, k \in \mathbf{N}^*\}$ 与 $D = \{m | m \text{ 为 } 4 \text{ 的正整数倍数}\}$.

解 (1) 因为 12 的正约数为 1、2、3、4、6、12, 所以

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = B.$$

(2) $C = \{m | m = 2k, k \in \mathbf{N}^*\}$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, \dots, 2k, \dots\},$$

而 $D = \{4, 8, 12, 16, \dots, 4n, \dots\},$

可见 D 中元素均属于 C , 但 C 中元素不一定属于 D , 如元素 2、6、14 等.

因此 $D \subseteq C$, 且 D 与 C 不相等.

3. 真子集

从例 2(2)中可看到, $C \supseteq D$, 而 C 中有 2、6、14 等元素不属于 D . 这又是一种集合之间的关系.

对于两个集合 A, B , 如果 $A \subseteq B$, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫做集合 B 的真子集 (proper subset), 记作 $A \subsetneq B$ 或 $(B \supsetneq A)$, 读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

对于数集 $\mathbf{N}, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}$ 来说, 有 $\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}$.

例 3 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2\}$, 试求集合 C , 使 $C \subsetneq A$ 且 $B \subseteq C$.

解 因为 $B = \{1, 2\}$, 且 $B \subseteq C$, 所以 C 中至少有元素 1、2.

又因为 $C \subsetneq A$, 所以集合 A 中有不属于 C 的元素.

所以, $C = \{1, 2\}$ 或 $C = \{1, 2, 3\}$ 或 $C = \{1, 2, 4\}$.

要判定 $A \subsetneq B$, 只要判定 A 的元素都是 B 的元素, 且 B 中至少有一元素不是 A 的元素.



练习 1.2

1. 判断下列说法是否正确：

- (1) 对于任意集合 A , 总有 $A \subseteq A$;
- (2) 任意一个集合至少有两个不相等的子集;
- (3) 若 $a \in A$ 且 $A \subseteq B$, 则 $a \in B$;
- (4) 若 $A \subseteq B$ 且 $A \subseteq C$, 则 $B = C$.

2. 用 $\neq, \supseteq, =, \subseteq, \subsetneq$ 填空：

- (1) $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$;
- (2) $\{a, c, b\}$ _____ $\{a, b\}$;
- (3) $\{a, b, c\}$ _____ $\{a, c, b\}$;
- (4) $\emptyset$ _____ $\{a, b, c\}$.

3. 根据要求完成下列问题：

- (1) 写出满足 $M \subseteq \{a, b\}$ 的所有集合 M ;
- (2) 写出满足 $\{a\} \subsetneq M \subseteq \{a, b, c\}$ 的一个集合 M .

4. 设平行四边形组成的集合为 A , 矩形组成的集合为 B , 正方形组成的集合为 C , 用集合的图示法表示集合 A, B, C 之间的包含关系.

1.3 集合的运算

Operation of Sets

1. 交集

考察下面集合的元素：

$$A = \{x \mid x \text{ 为 } 10 \text{ 的正约数}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{ 为 } 15 \text{ 的正约数}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{ 为 } 10 \text{ 与 } 15 \text{ 的正公约数}\}.$$

若将它们分别用列举法表示, 则有

$$A = \{1, 2, 5, 10\}, B = \{1, 3, 5, 15\}, C = \{1, 5\}.$$

可以看到, 集合 C 的元素恰是集合 A 与 B 的所有公共元素.

一般地, 由集合 A 和集合 B 的所有公共元素组成的集合

叫做 A 与 B 的交集(intersection), 记作 $A \cap B$, 读作“ A 交 B ”, 即

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

用文氏图直观地表示 $A \cap B$ 的三种情况: 图 1-2(1) 中的阴影部分表示集合 A 、 B 有公共元素, 也有非公共元素的情况下的 $A \cap B$; 图 1-2(2) 中的阴影部分表示集合 A 是集合 B 的子集情况下的 $A \cap B$; 图 1-2(3) 中, 集合 A 、 B 没有公共元素, 即交集为空集.

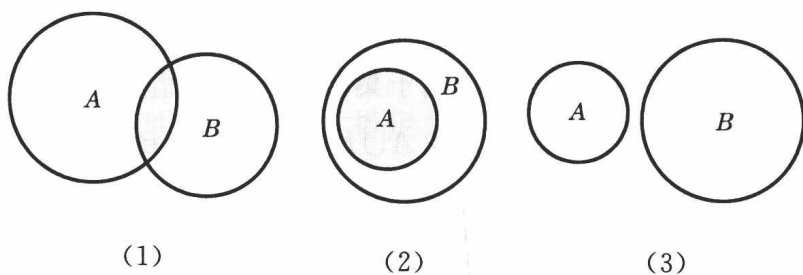


图 1-2

例 1 设 A 、 B 两个集合分别为

$$A = \{(x, y) | 2x + y = 10\}, B = \{(x, y) | 3x - y = 5\},$$

求 $A \cap B$, 并且说明它的意义.

$$\begin{aligned} \text{解 } A \cap B &= \{(x, y) | \begin{cases} 2x + y = 10, \\ 3x - y = 5 \end{cases}\} \\ &= \{(3, 4)\}. \end{aligned}$$

$A \cap B$ 表示方程组 $\begin{cases} 2x + y = 10, \\ 3x - y = 5 \end{cases}$ 的解的集合, 也可以理解

为两个一次函数图像的交点坐标的集合.



练习 1.3(1)

1. 用 A 、 B 、 $\in$ 、 $\subseteq$ 、 $\supseteq$ 填空:

(1) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B =$ _____;

(2) $A \cap B$ _____ A ; $A \cap B$ _____ B .

2. 下列各运算不正确的是 ()

(A) $A \cap B = B \cap A$;

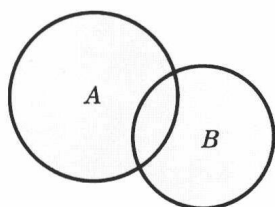
(B) $A \cap A = A$;

(C) $A \cap \emptyset = \emptyset$;

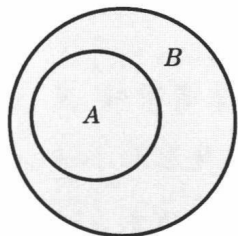
(D) $A \cap \emptyset = A$.

3. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = x + 3\}$, $B = \{(x, y) | y = 3x - 1\}$, 求 $A \cap B$.

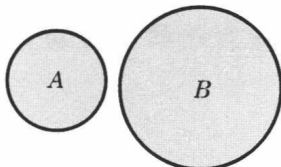
4. 已知集合 $A = \{x | -2 < x \leq 1\}$, $B = \{x | 0 < x \leq 3\}$, 求 $A \cap B$, 并在数轴上表示出来.



(1)



(2)



(3)

图 1-3

2. 并集

由所有属于集合 A 或者属于集合 B 的元素组成的集合叫做集合 A, B 的并集(union), 记作 $A \cup B$, 读作“ A 并 B ”. 即

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

集合 $A \cup B$ 的图示法表示如图 1-3 中的阴影部分.

例 2 已知集合 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d, e, f\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$.

解 $A \cap B = \{b, d\}$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$.

例 3 已知集合 $A = \{x | -2 < x < 2\}$, $B = \{x | x > 1 \text{ 或 } x < -1\}$, 求 $A \cup B$.

解 $A \cup B = \mathbf{R}$.

例 4 已知 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 求 $A \cup B$.

解 $A \cup B = \{x | x = 2k \text{ 或 } 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$
 $= \{x | x = k, k \in \mathbf{Z}\}.$

即

$$A \cup B = \mathbf{Z}.$$



练习 1.3(2)

1. 已知 $\mathbf{Q}, \mathbf{N}, \mathbf{R}, \mathbf{Z}$ 分别表示有理数集、自然数集、实数集和整数集, 求 $\mathbf{Q} \cup \mathbf{N}, \mathbf{R} \cap \mathbf{Z}$.

2. 用 $A, B, \in, \subseteq, \supseteq$ 填空:

(1) 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B =$ _____;

(2) A _____ $A \cup B$; $A \cap B$ _____ B _____ $A \cup B$.

3. 已知集合 $A = \{x | -1 < x \leq 3\}$, $B = \{x | x \geq 4 \text{ 或 } x < 0\}$, 求 $A \cup B, A \cap B$.

4. 已知集合 $A = \{x | x = 3n, n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 6n, n \in \mathbf{N}\}$, 求 $A \cup B, A \cap B$.

3. 补集

在研究集合与集合之间的关系时, 这些集合往往是某个给定集合的子集. 这个确定的集合叫做全集(universe), 常用符号 U 表示. 也就是说, 全集含有我们所要研究的各个集合的全部元素. 例如, 讨论方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的实数解时, 是在实数集中讨论的, 这时将实数集 $\mathbf{R}$ 指定为全集. 讨论方程的有理数解时, 又将有理数集 $\mathbf{Q}$ 当作全集.

设 U 为全集, A 是 U 的子集, 则由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做集合 A 在全集 U 中的补集(complementary set), 记作 $\complement_U A$, 读作“ A 补”.

我们通常用矩形的内部表示全集, 如图 1-4(1). 如图 1-4(2)的阴影部分, 即在矩形内、集合 A 外的部分, 表示 A 的补集 $\complement_U A$.

$$\complement_U A = \{x | x \in U, x \notin A\}.$$

例如, $U = \mathbf{R}$ 时, $\mathbf{Q}$ 的补集就是全体无理数组成的集合; $U = \mathbf{Q}$ 时, $\mathbf{Q}$ 的补集就是空集.

例 5 设 $U = \mathbf{R}, A = \{x | 1 \leq x < 2\}$, 写出 $\complement_U A$.

解 $\complement_U A = \{x | x < 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$.

例 6 设 $U = \{a, b, c, d, e\}, A = \{a, b\}, B = \{b, c, d\}$, 分别求 $\complement_U A \cap \complement_U B, \complement_U (A \cap B), \complement_U (A \cup B), \complement_U A \cup \complement_U B$.

解 $\because U = \{a, b, c, d, e\}, A = \{a, b\},$

$$\therefore \complement_U A = \{c, d, e\}.$$

又 $B = \{b, c, d\}$, 故

$$\complement_U B = \{a, e\}, \complement_U A \cap \complement_U B = \{e\},$$

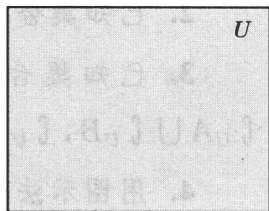
$$\complement_U A \cup \complement_U B = \{a, c, d, e\}.$$

$$\because A \cup B = \{a, b, c, d\},$$

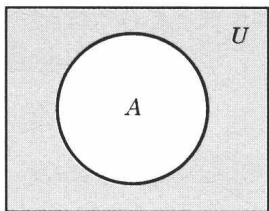
$$\therefore \complement_U (A \cup B) = \{e\}.$$

$$\because A \cap B = \{b\},$$

$$\therefore \complement_U (A \cap B) = \{a, c, d, e\}.$$



(1)



(2)

图 1-4

在例 6 中, 可以看到:

$$\complement_U (A \cup B) = \complement_U A \cap \complement_U B,$$

$$\complement_U (A \cap B) = \complement_U A \cup \complement_U B.$$



练习 1.3(3)

- 若 $U=\mathbf{R}$, 判断下列各运算是否正确:
 - $\complement_U Q \cup Q = \mathbf{R}$;
 - $\complement_U Q \cap Q = \emptyset$;
 - $\complement_U (\complement_U A) = A$;
 - $\complement_U \emptyset = \mathbf{R}$.
- 已知集合 $A = \{x \mid -2 < x \leq 1\}$, $U = \mathbf{R}$, 求 $\complement_U A$.
- 已知集合 $U = \{x \mid x < 9, x \in \mathbf{N}^*\}$, $A = \{1, 2, 3, 7\}$, $B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$, 求 $\complement_U A \cup \complement_U B$, $\complement_U (A \cap B)$.
- 用图示法表示下列集合:
 - $\complement_U A \cap \complement_U B$;
 - $\complement_U (A \cup B)$.

Four Forms of Propositions

四种命题的形式

1.4 命题的形式及等价关系

The Forms of Propositions and Equivalent Relationship

1. 命题与推出关系

在初中,我们已经知道,可以判断真假的语句叫做命题(proposition). 命题通常用陈述句表述. 正确的命题叫做真命题,错误的命题叫做假命题.

例 1 下列语句哪些不是命题,哪些是命题? 如果是命题,那么它们是真命题还是假命题? 为什么?

- 个位数是 5 的自然数能被 5 整除;
- 凡直角三角形都相似;
- 上课请不要讲话;
- 互为补角的两个角不相等;
- 如果两个三角形的三条边对应相等,那么这两个三角形