HarperCollinsPublishers

图解直观数学译丛

看漫画，学微积分

[美] 拉里·高尼克（LARRY GONICK）著
黄嘉晖 译

"In Gonick's work, clever design and illustration make complicated ideas or insights strikingly clear."
—*New York Times Book Review*

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

图解直观数学译丛

看漫画，学微积分

[美] 拉里·高尼克 (LARRY GONICK) 著

黄嘉晖 译

机 械 工 业 出 版 社

本书用诙谐幽默的语言辅以生动活泼的漫画，向读者展示了微积分这门学科的基本概念和主要内容，其中包含许多生动的例子和实际应用，并结合微积分的发展历史进行介绍，寓教于乐，使读者在欣赏漫画的同时能更好地理解微积分。

本书在漫画书的表层之下体现了作者杰出的艺术技巧和幽默才思，能让最讨厌记公式的读者理解并记住真正有用的知识和信息。高尼克的书是思想的盛宴，充满幽默，让你不断期待下一本的到来。

图书在版编目（CIP）数据

看漫画，学微积分/（美）拉里・高尼克（LARRY GONICK）著；黄嘉晖译.
—北京: 机械工业出版社,2017.12
（图解直观数学译丛）
书名原文:The Cartoon Guide to Calculus
ISBN 978-7-111-58830- 6

Ⅰ.①看…　Ⅱ.①拉…②黄…　Ⅲ.①微积分－高等学校－教材　Ⅳ.①O172

中国版本图书馆CIP数据核字（2018）第000067号

机械工业出版社（北京市百万庄大街22号　邮政编码100037）
策划编辑：汤　嘉　责任编辑：汤　嘉
责任校对：郑　婕　封面设计：路恩中
责任印制：孙　炜
保定市中画美凯印刷有限公司印刷
2019年1月第1版第1次印刷
190mm×210mm・10.166印张・1插页・301千字

标准书号：ISBN 978-7-111-58830-6
定价：45.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
服务咨询热线：010-88361066	机工官网：www.cmpbook.com
读者购书热线：010-68326294	机工官博：weibo.com/cmp1952
010-88379203	金书网：www.golden-book.com
封面无防伪标均为盗版	教育服务网：www.cmpedu.com

谨以此书献给

我的导师，恩人兼老友

初始条件

随便翻阅一些微积分的课本，你可能会看到一个很奇怪的现象：它们看起来都很像！
它们大多数都是同样的满页公式，同样的话题设置，甚至都是同样的字体，还都重得不得了……
唉……那些公式啊……微积分基于一些美妙的概念，它体现在这些公式之中！这本书中也会充满公式……抱歉啦！
另一方面，我想用我的笔去解释那些方程背后睿智而优美的想法……
所以现在在这里我向大家绝对保证：这本微积分书将会不一样!!!
一方面，它不会很重……况且，你看看这字体！

目　录

第 -1 章

速率，速度，变化

基本概念

微积分是关于变化的学问，而变化是神秘的。有些东西会极其细微地增长……有些则会急速地上升……

头发慢慢地变长，剪一刀突然就短了……

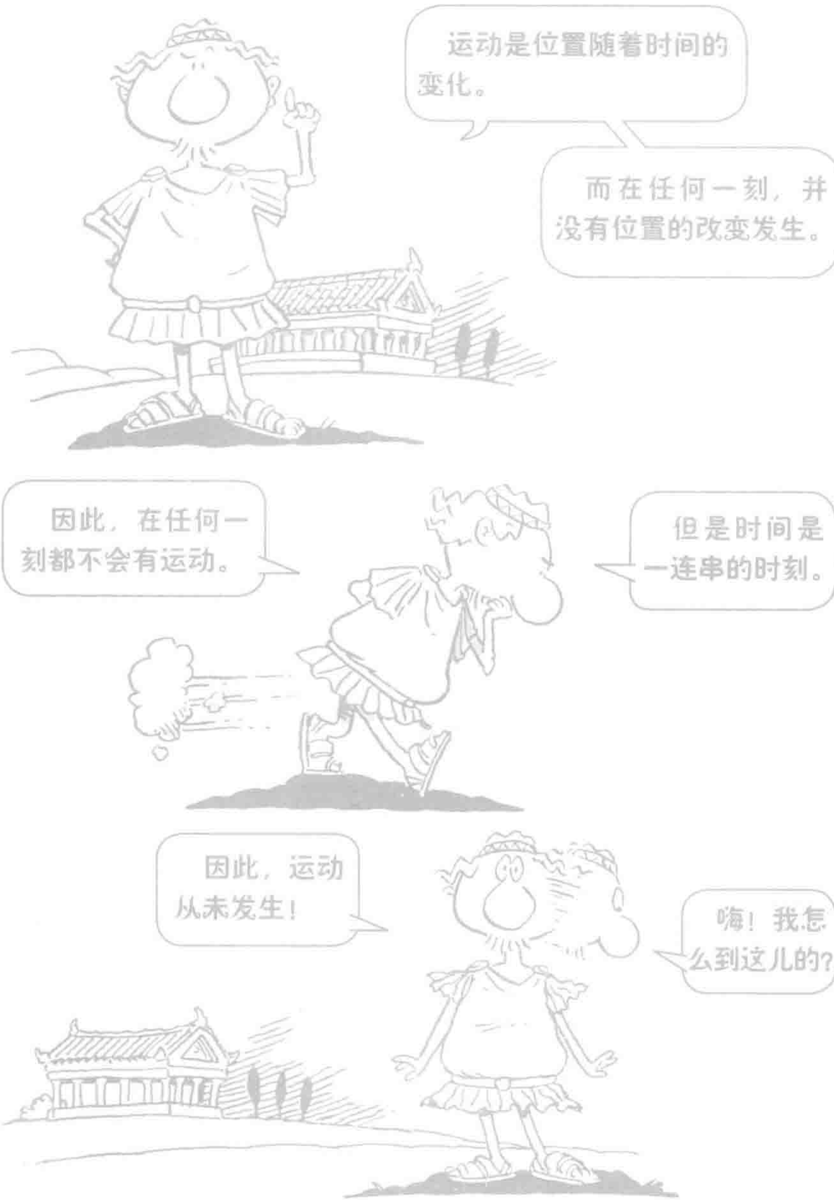
温度的上升和下降……

烟在空气中缭绕……

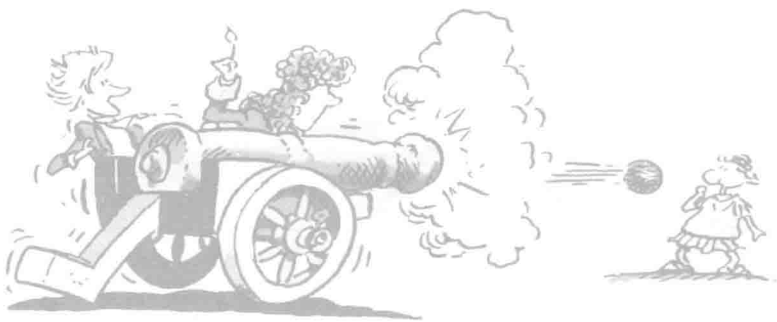
星球在太空中转动……

至于时间，永不停歇……

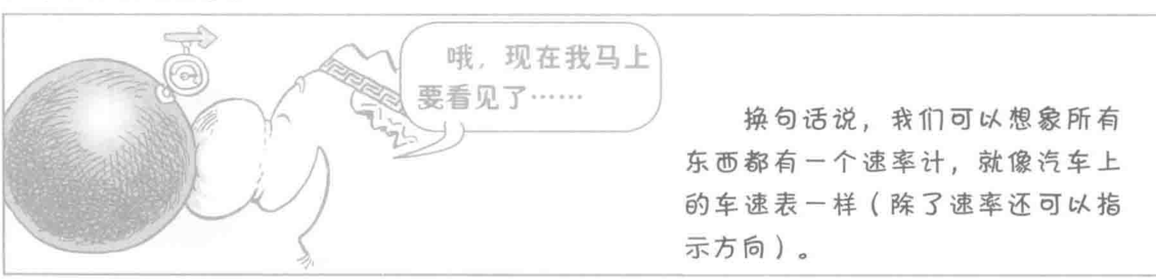
仔细想一想变化，你可能会得到一些奇怪的结论。例如，在古希腊，埃利亚的芝诺曾思考变化，并确信运动是不可能的。他是这样推理的：



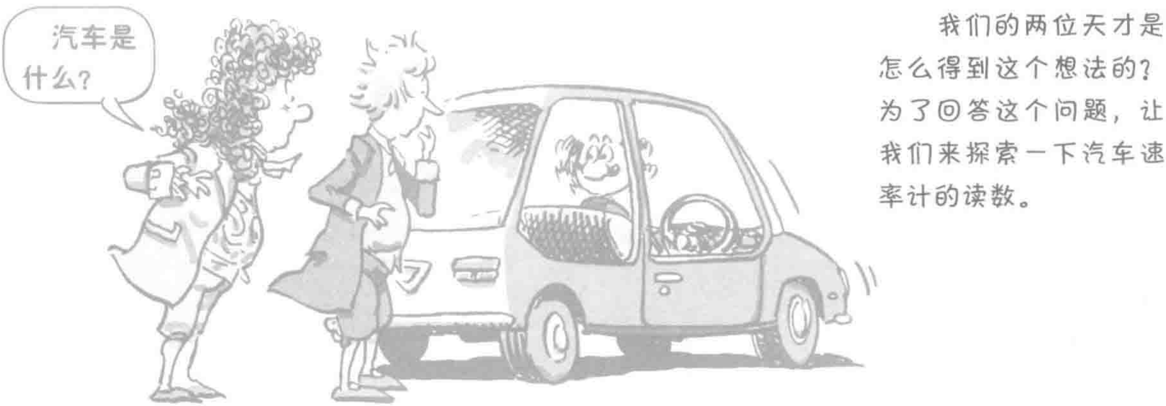
艾萨克·牛顿和戈特弗里德·威廉·莱布尼茨这样看待这个问题：即使一个运动的炮弹在一个时刻内哪也没去，但是仍有迹象能够显示它在运动。

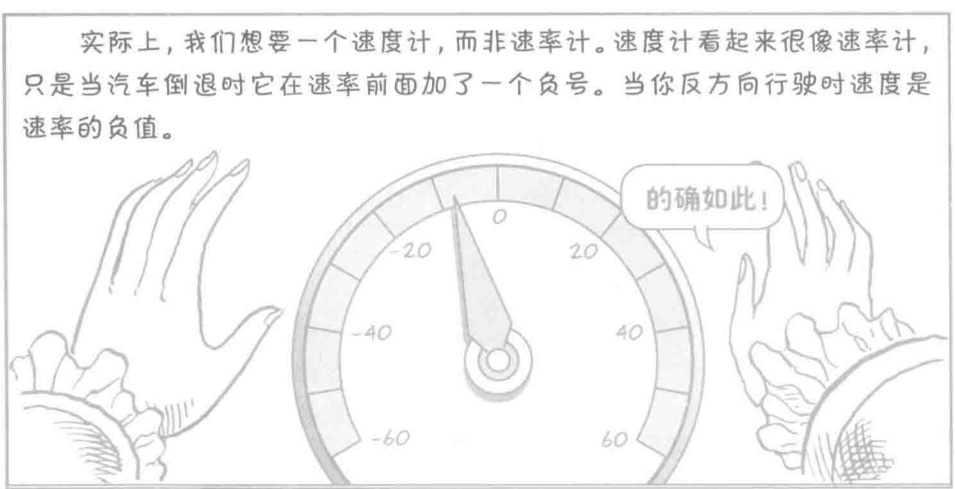


它有速度，是一个数字。你可能会说每一个物体都带着一个看不见的、但始终能读出物体速率和方向的仪表。




考虑到速率计 200 年后才发明，说明当时牛顿和莱布尼茨的想法有多么新锐……
速率计是什么？


汽车是什么？
我们的两位天才是怎么得到这个想法的？为了回答这个问题，让我们来探索一下汽车速率计的读数。


实际上，我们想要一个速度计，而非速率计。速度计看起来很像速率计，只是当汽车倒退时它在速率前面加了一个负号。当你反方向行驶时速度是速率的负值。
的确如此！
0
-20
20
-40
40
-60
60

为了区别速率和速度，想象一辆车以恒定的50km/h向前行进一小时，然后以相同的速度调头向回（以“负方向”）再开一小时。

速率总是50km/h，汽车行驶的总路程为100km：50km出去的路程和50km回来的路程。路程等于速率乘以花费的时间：

$$\text{总路程} = \text{速率} \times \text{花费的时间} = 50\text{km/h} \times 2\text{h} = 100\text{km}$$

平均速率等于总路程除以花费的时间。

$$\text{平均速率} = \frac{\text{总路程}}{\text{花费的时间}} = \frac{100\text{km}}{2\text{h}} = 50\text{km/h}$$

但是按速度来说，汽车在第一个小时以50km/h移动，在第二个小时以－50km/h移动。总的位置改变为零——汽车停在了它出发的地方！

它的平均速度等于位置的改变除以花费的时间。

$$v_{\text{平均}} = \frac{\text{位置的改变}}{\text{花费的时间}}$$

在此例中

$$v_{\text{平均}} = \frac{0\text{km}}{2\text{h}} = 0\text{km/h}$$

用符号表示：如果 t_1 和 t_2 是任意两个时刻，一个物体在 t_1 时刻的位置是 s_1，在 t_2 时刻的位置是 s_2，那么在 t_1 和 t_2 之间的时间间隔内物体的平均速度是

$$v_{平均}=\frac{s_2-s_1}{t_2-t_1}$$

或

$$s_2-s_1=v_{平均}(t_2-t_1)$$

现在我们需要一个更好的司机——司机的脚要很稳——所以让我们把我的朋友德尔塔放在驾驶位置上吧……

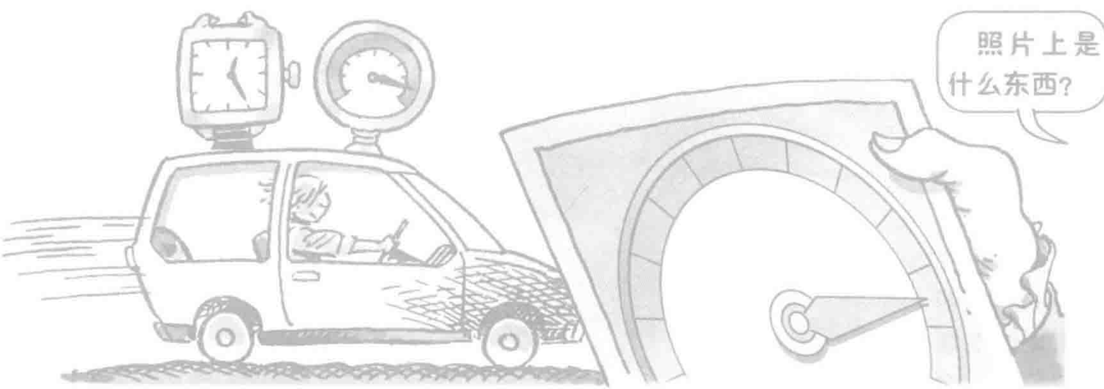
当德尔塔的速度计度数为 100km/h 的时候意味着什么呢？首先，它一定意味着如果她保持绝对稳定的速度，那么她将会在一小时之内开出 100km，对吗？（为了清晰德尔塔已将表架在车顶棚上了）

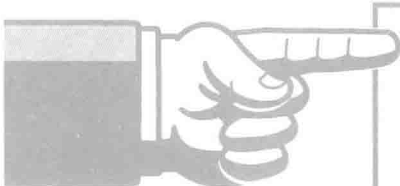
我们会在 2h 内走 200km，0.5h 内走 50km，t h 内走 $100t$ km……这是一个即使对短时间间隔也应有效的式子。以绝对稳定的 100km/h 的速度，德尔塔在 1/100h（36s）内行驶了 1km，在 0.001h（3.6s）内行驶了 0.1km，在 0.00001h 内或者说 0.036s 内行驶了 0.001km，即 1m。

t_2-t_1/h	s_2-s_1/km
10	1000
9	900
5	500
1	100
0.5	50
0.1	10
0.01	1
0.001	0.1
0.0001	0.01
0.0000001	0.00001

那得是速度保持绝对稳定……但是现实世界中，速度会随着汽车的减速和增速而改变。那么读数又意味着什么呢？（现在她又在车顶加了一个速度计）

答案比较微妙：你一定已经注意到在一个非常短的时段内，速率计不会改变太多。即使你将油门踩到底，v在一个时段内，比如 1/500s，也近似为一个常数。通过短曝光拍摄的照片可展示出一个完全不模糊的速度计。





这就是牛顿和莱布尼茨的

基本观点：

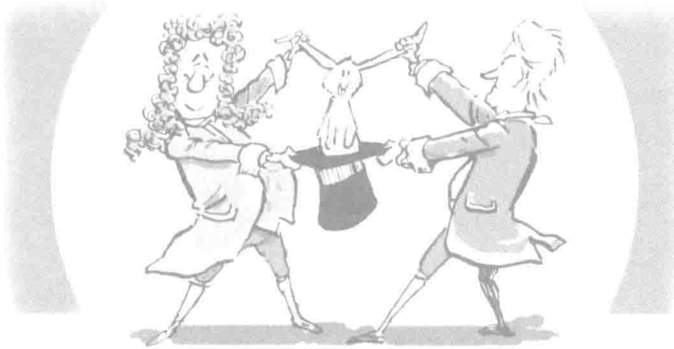
计算短时间内的比率（s_2-s_1）/(t_2-t_1)。无论从哪点来看，这个比率就是在 t_1 时刻的速度（也是在 t_2 时刻的速度，它们是如此接近！）。

换句话说，一个物体的瞬时速度在 t_2-t_1 很小时可以由 $(s_2-s_1)/(t_2-t_1)$ 近似估计。（你可能会好奇牛顿和莱布尼茨是如何想到他们实际上可以测量一个时间间隔，比如说0.00001s内位置的改变的呢，但是现在别管这个了）

但是牛顿和莱布尼茨想要的不仅仅是一个近似估计：他们想要速度的准确值……更重要的是，他们展示出了如何得到它！忘掉测量吧，他们使用了数学方法——一种他们为此特别发明的新的数学分支。

我们称它为微积分。

如果按照一些式子，一个物体的位置取决于时间，那么微积分会像变魔术一样产生一个全新的、确切地用于求任意时刻速度的式子。



这似乎太神奇了，以至于有相当一部分人认为微积分值得怀疑……怪异……从奇怪的、毫无依据的假设中得出的结果……不知怎么的……是错误的……

（莱布尼茨的方法似乎尤其可疑：他乐于将一个东西除以另一个东西，不仅在数量很小时，而且是在它们“无穷小”但不为零时，不管那意味着什么。）

不管微积分的基础是否可疑，它的确起了作用，而且非常棒。它惊人地有效，并产生了许多结果！

所以人们利用微积分……不仅可以求速度，还可以求各种变量的变化率。于是微积分被广泛应用！

最终，他们或多或少地修正了微积分的基础……不幸的是，我们无法全面地诠释这是如何做到的，或者描述由微积分造成的棘手问题……这么说吧，芝诺的一些想法在今天看来仍是巨大的挑战……