

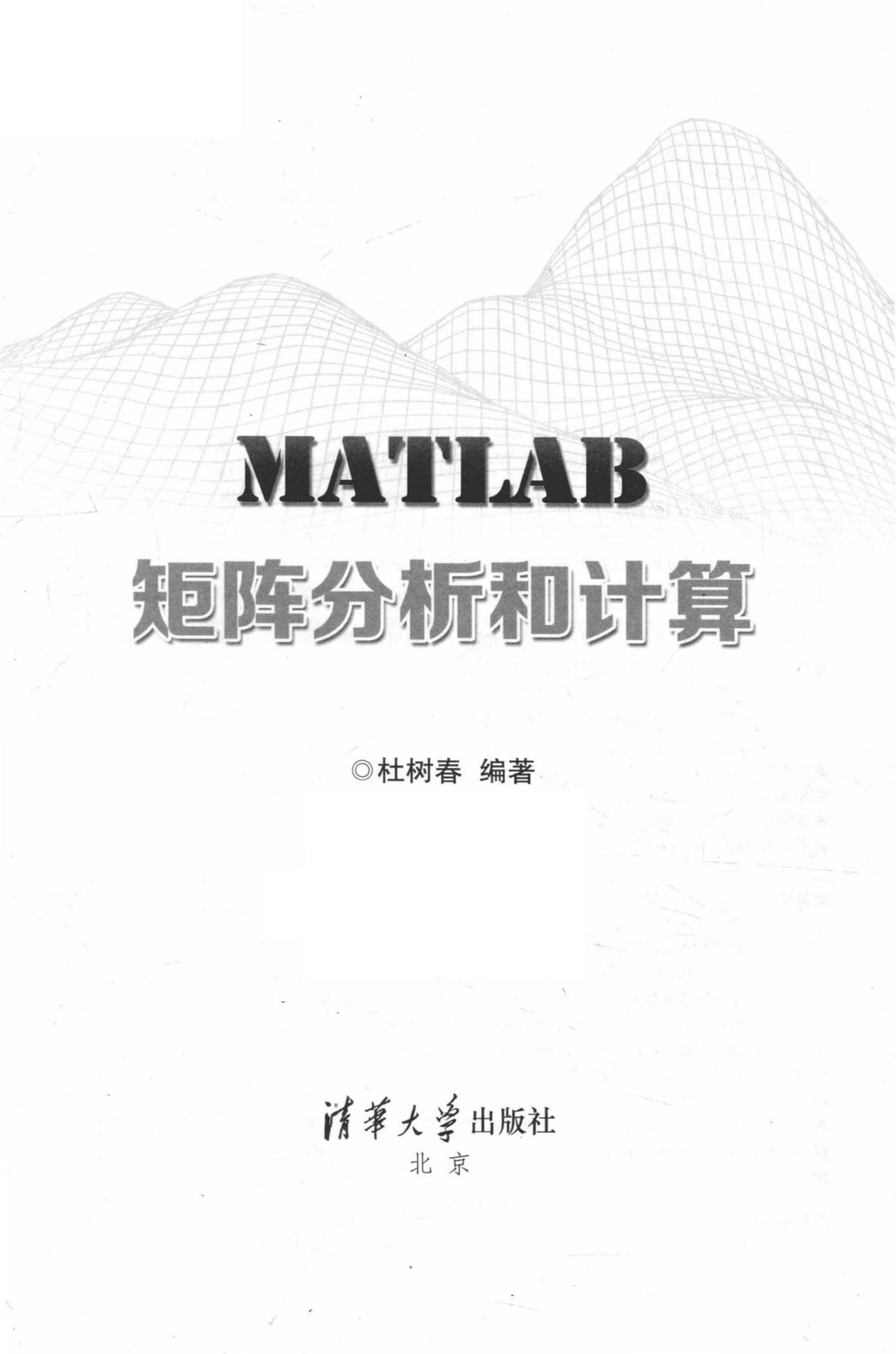
MATLAB

矩阵分析和计算

◎杜树春 编著



清华大学出版社



MATLAB

矩阵分析和计算

©杜树春 编著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书侧重于 MATLAB 软件在矩阵分析和计算中的应用介绍。本书由大量的 MATLAB 计算实例组成。本书共分 10 章,第 1 章介绍 MATLAB 基础知识,第 2 章介绍矩阵基础知识,第 3 章介绍常用数学函数运算,第 4 章介绍数组的生成及运算,第 5 章介绍常用矩阵生成,第 6 章和第 7 章介绍矩阵的运算,第 8 章介绍解稀疏矩阵,第 9 章介绍解矩阵方程,第 10 章介绍矩阵的综合应用。

本书适合三类人阅读或参考:一是学习 MATLAB 课程的理工科大中专及高等、中等职业学校的在校学生;二是包括广大工程技术人员在内的所有科技人员;三是数学爱好者。

本书的特点是通俗易懂,实例丰富,实用性强。本书既适用于初学者,也适用于有一定 MATLAB 基础的爱好者及专业技术人员。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 矩阵分析和计算/杜树春编著. —北京:清华大学出版社,2019

ISBN 978-7-302-52481-6

I. ①M… II. ①杜… III. ①MATLAB 软件—应用—矩阵分析 ②MATLAB 软件—应用—矩阵—计算方法 IV. ①O151.21-39 ②O241.6-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 043137 号

责任编辑:文 怡 李 晔

封面设计:台禹微

责任校对:李建庄

责任印制:刘海龙

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 装 者:三河市铭诚印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm

印 张:21.75

字 数:528 千字

版 次:2019 年 6 月第 1 版

印 次:2019 年 6 月第 1 次印刷

定 价:59.00 元

产品编号:082561-01

作者简介

杜树春,男,1947年12月4日生,山西省武乡县。1977年毕业于吉林大学物理系。曾先后供职于(西安)兵器工业部205研究所和(太原)山西省自动化研究所。高级工程师。编著有《单片机C语言和汇编语言混合编程实例详解》《单片机应用系统开发实例详解》《单片机C语言和汇编语言混合编程实践》《单片机与外围器件接口实例详解》《基于Proteus和Keil C51的单片机设计与仿真》《基于Proteus的数字集成电路快速上手》《基于Proteus的模拟电路分析与仿真》《基于Proteus的电路基础知识快速上手》《51单片机开发快速上手》《集成运算放大器应用经典实例》《常用电子元器件使用指南》《51单片机很简单——Proteus及汇编语言入门与实例》《实用有趣的C语言程序》《循环冗余校验码(CRC)计算》《集成运算放大器及其应用》《MATLAB在日常计算中的应用》等图书。

前言

FOREWORD

MATLAB 软件代表了当今国际科学计算软件的先进水平,应用领域非常广泛。很多人都希望将 MATLAB 强大的数值计算和分析功能应用于自己的项目和实践中,从而可以直观、方便、快捷地进行分析、计算和设计工作。

MATLAB 是在计算机上使用的计算软件。它是一种集计算、可视化和编程等功能于一身的高效的工程计算语言。这种软件非常好学,可以说只要会用计算器就会用这种软件。

目前,市场上介绍 MATLAB 软件使用方法的书不少,有的是全面、整体的介绍,有的是就一个专题着重介绍。本书侧重于 MATLAB 软件在矩阵分析和计算中的应用介绍。我们知道,矩阵是单个数和数组的推广——单个数是 1×1 矩阵,数组是 $1 \times n$ 矩阵。所以,只要掌握了矩阵的运算,就掌握了包括单个数和数组运算在内的所有运算。本书由大量的 MATLAB 计算实例组成。

本书共分 10 章,第 1 章介绍 MATLAB 基础知识,第 2 章介绍矩阵基础知识,第 3 章介绍数学函数运算,第 4 章介绍数组生成及运算,第 5 章介绍矩阵生成,第 6 章和第 7 章介绍矩阵的运算,第 8 章介绍解稀疏矩阵,第 9 章介绍解矩阵方程,第 10 章介绍矩阵的综合应用。

本书配套的电子资料包的内容,仍是以书中章节为单位,请扫描封底二维码下载。其中一些章包括有一个章文件夹,下面有例 N. 1、例 N. 2……例文件夹,例文件夹内就是扩展名为 .m 的 M 文件。在 MATLAB 软件已安装的前提下,把 M 文件复制到 MATLAB 命令窗口,可直接执行。使用 M 文件的另一种方法是通过“cd x:\存放 M 文件的文件夹”命令,把存放 M 文件的文件夹置于 MATLAB 的可搜索路径中。这样,在命令窗口就可以重新编辑或直接执行这些 M 文件了。

本书所用 MATLAB 的版本是 R2015b,这不是最新版本。最新版本是 R2016b,其实每个新版本与旧版本相比,只有细节处的一些改进。如果只是作一般的计算,用近几年的任何一个版本都行。

本书适合三类人阅读或参考:一是学习 MATLAB 课程的理工科大中专及高等、中等职业学校的在校学生;二是包括广大工程技术人员在内的所有科技人员;三是数学爱好者。

本书的特点是通俗易懂,例子丰富,实用性强。本书既适用于初学者,也适用于有一定 MATLAB 基础的爱好者及专业技术人员。

II MATLAB矩阵分析和计算

在本书的编写过程中,参考了许多国内的优秀教材,并已列在书末的参考文献中,也得到了清华大学出版社编辑的指导和帮助。在此向相关单位和个人表示衷心感谢。

由于编者水平有限且时间仓促,书中难免存在缺点和错误,恳请读者批评指正。

编者

2019年3月

目 录

CONTENTS

第 1 章 MATLAB 基础知识	1
1.1 MATLAB 的发展历程	1
1.2 MATLAB 的特点	1
1.3 MATLAB 的桌面操作环境	2
1.4 MATLAB 的常量和变量	4
1.5 MATLAB 命令窗口应用实例	6
1.6 小结	9
第 2 章 矩阵基础知识	10
2.1 行列式	10
2.2 矩阵的加法、乘法和矩阵的转置	13
2.3 矩阵的除法——矩阵求逆	15
2.4 矩阵的特征值和特征向量	17
2.5 依克莱姆法则解线性方程组	20
2.6 小结	22
第 3 章 常用数学函数运算	23
3.1 正弦和反正弦函数	23
3.2 余弦和反余弦函数	25
3.3 正切和反正切函数	27
3.4 四象限的反正切函数	29
3.5 余切和反余切函数	30
3.6 正割和反正割函数	31
3.7 余割和反余割函数	32
3.8 双曲正弦和反双曲正弦函数	32
3.9 双曲余弦和反双曲余弦函数	33
3.10 双曲正切和反双曲正切函数	33
3.11 双曲余切和反双曲余切函数	34

3.12	双曲正割和反双曲正割函数	35
3.13	双曲余割和反双曲余割函数	35
3.14	数值的绝对值和复数的幅值	36
3.15	求复数的相位角	36
3.16	求复数的共轭值	37
3.17	创建复数	37
3.18	求复数的实数部分	38
3.19	求复数的虚数部分	38
3.20	小结	39
第4章	数组的生成及运算	40
4.1	建立行向量和列向量	40
4.2	一维数组元素的标识、访问和赋值	41
4.3	通过冒号建立一维数组	42
4.4	通过函数 linspace() 建立一维数组	42
4.5	通过函数 logspace() 建立一维数组	43
4.6	创建二维数组	44
4.7	数组的四则运算	45
4.8	数组的乘方	47
4.9	数组的点积	49
4.10	数组的关系运算	49
4.11	数组的逻辑运算	51
4.12	数组信息的获取	52
4.13	小结	58
第5章	常用矩阵的生成	59
5.1	zeros——生成零矩阵	59
5.2	eye——生成单位矩阵	60
5.3	cat——创建多维数组	61
5.4	ones——生成全1矩阵	62
5.5	hankel——生成Hankel矩阵	63
5.6	magic——生成魔方矩阵	64
5.7	randperm——生成随机整数排列	65
5.8	hilb——生成希尔伯特矩阵	65
5.9	生成逆希尔伯特阵	67
5.10	生成帕斯卡矩阵	67
5.11	toeplitz——生成托普利兹矩阵	69

5.12	compan——生成友矩阵	71
5.13	wilkinson——生成 wilkinson 特征值测试矩阵	72
5.14	vander——生成范德蒙矩阵	73
5.15	linspace——生成线性等分向量	74
5.16	logspace——生成对数等分向量	74
5.17	blkdiag——生成指定对角线元素矩阵	75
5.18	diag——生成对角矩阵	76
5.19	spaugment——生成最小二乘增广矩阵	77
5.20	rand——生成 0~1 均匀分布矩阵	79
5.21	randn——生成服从正态分布矩阵	81
5.22	小结	83
第 6 章 矩阵的运算(一)		84
6.1	方阵的行列式	84
6.2	矩阵的转置	86
6.3	矩阵的旋转	89
6.4	矩阵的翻转	90
6.5	矩阵尺寸的改变	92
6.6	矩阵的加减运算	92
6.7	矩阵的乘法运算	94
6.8	矩阵的除法	97
6.9	矩阵元素的求和	99
6.10	矩阵元素的求积	101
6.11	矩阵元素的差分	102
6.12	矩阵元素的查找	103
6.13	矩阵的排序	104
6.14	矩阵的乘方	105
6.15	矩阵的函数	112
6.16	矩阵的点运算	115
6.17	矩阵的逆	117
6.18	向量范数	120
6.19	矩阵的范数	122
6.20	奇异值分解	125
6.21	矩阵的平方根	129
6.22	矩阵的指数	132
6.23	矩阵的对数	137
6.24	矩阵的条件数	140

6.25	矩阵 1-范数的条件数估计	143
6.26	矩阵 2-范数的条件数估计	145
6.27	矩阵可逆的条件数估计	146
6.28	矩阵特征值的条件数	147
6.29	两向量的数量积(或点积、点乘、内积)	149
6.30	两向量的向量积(或叉乘、叉积、外积)	152
6.31	三向量的混合积	157
6.32	三重向量积	158
6.33	张量积	159
6.34	矩阵正交规范化(或矩阵的标准正交基)	160
6.35	普通矩阵函数运算	163
6.36	向量的卷积和多项式乘法	167
6.37	向量反卷积和多项式除法	168
6.38	三种对数之比较	168
6.39	矩阵的海森伯格分解	172
6.40	复对角阵转化为实对角阵	174
第 7 章 矩阵的运算(二)		176
7.1	trace——计算矩阵的迹	176
7.2	rank——计算矩阵的秩	177
7.3	diag——提取矩阵对角线元素	179
7.4	tril——抽取下三角阵	181
7.5	triu——抽取上三角阵	183
7.6	numel——确定矩阵元素个数	185
7.7	计算矩阵的特征多项式	186
7.8	lu——LU 分解	188
7.9	qr——QR 分解	191
7.10	schur——Schur 分解	196
7.11	qz——广义特征值问题的分解	200
7.12	gsvd——广义奇异值分解	203
7.13	rsf2csf——实 Schur 向复 Schur 转化	206
7.14	dmperm——Dulmage-Mendelsohn 分解	207
7.15	rref——计算行阶梯矩阵及向量组的基	209
7.16	qrdelete——对矩阵删除列/行后 QR 分解	211
7.17	qinsert——对矩阵添加列/行后 QR 分解	213
7.18	nnz——统计矩阵中非零元素的个数	215
7.19	nonzeros——将矩阵中非零元素构成列向量	216

7.20	nzmax——计算矩阵中非零元素分配的存储空间数	217
7.21	chol——Cholesky 分解	219
7.22	矩阵的逻辑运算	222
7.23	矩阵比较运算	225
7.24	intersect——求两个集合的交集	227
7.25	setdiff——求两个集合的差	228
7.26	setxor——求两个集合交集的非(异或)	229
7.27	union——求两个集合的并集	230
7.28	unique——取集合单值元素	231
7.29	ismember——检测集合中的元素	233
7.30	矩阵取整运算	234
7.31	reshape——矩阵变维	235
7.32	repmat——矩阵的复制和平铺	236
7.33	rat——用有理数形式表示矩阵	237
7.34	rem——矩阵的余数	237
7.35	sym——转换矩阵数值为分数或符号	238
7.36	factor——符号矩阵的因式分解	239
7.37	expand——符号矩阵的展开	239
7.38	矩阵的伪逆(或 Moore-Penrose 广义逆矩阵)	240
7.39	矩阵空间之间的夹角	243
7.40	化零矩阵的运算	245
7.41	小结	246
第 8 章 解稀疏矩阵		247
8.1	sparse——生成稀疏矩阵	247
8.2	full——将稀疏矩阵转化为满矩阵	249
8.3	spdiags——生成带状(对角)稀疏矩阵	250
8.4	speye——生成单位稀疏矩阵	251
8.5	sprand——生成均匀分布随机稀疏矩阵	252
8.6	sprandn——生成正态分布随机稀疏矩阵	252
8.7	sprandsym——生成随机对称稀疏矩阵	253
8.8	find——稀疏矩阵非零元素索引	254
8.9	spconvert——将外部数据转化为稀疏矩阵	255
8.10	spfun——针对稀疏矩阵中非零元素应用函数	257
8.11	spy——绘制稀疏矩阵非零元素的分布图	258
8.12	colmmd——稀疏矩阵非零元素列最小度排序	259
8.13	colperm——稀疏矩阵中非零元素的列变换	260

8.14	luinc——稀疏矩阵的不完全 LU 分解	261
8.15	cholinc——稀疏矩阵的不完全 Cholesky 分解	264
8.16	eigs——稀疏矩阵的特征值分解	266
8.17	小结	272
第 9 章 解矩阵方程		273
9.1	inv()和 rref()求解具有唯一解方程组	273
9.2	null 和 pinv——求解具有无穷解的矩阵方程组的基础解系和特解	276
9.3	pinv——利用 moore-penrose 广义逆求无解方程的近似最小二乘解	277
9.4	lyap——连续 Lyapunov 方程和 Sylvester 方程(广义 Lyapunov 方程)求解	278
9.5	dlyap——离散 Lyapunov 方程	279
9.6	are——Riccati 方程求解	280
9.7	利用 LU 分解求方程组的解	281
9.8	利用 QR 分解求方程组的解	282
9.9	LQ 解法解线性方程组	283
9.10	bicg——双共轭梯度法解线性方程组	285
9.11	bicgstap——稳定双共轭梯度法解线性方程组	287
9.12	cgs——复共轭梯度平方法解方程组	288
9.13	lsqr——共轭梯度法的 LSQR 法求解线性方程组	289
9.14	gmres——广义最小残差法解线性方程组	290
9.15	minres——最小残差法解方程组	291
9.16	pcg——预处理共轭梯度法解线性方程组	292
9.17	qmr——准最小残差法解线性方程组	293
9.18	小结	294
第 10 章 矩阵的综合应用		295
10.1	特征值和特征向量之一	295
10.2	特征值和特征向量之二	298
10.3	相似矩阵	304
10.4	正定矩阵	309
10.5	正规矩阵	312
10.6	解线性方程组	325
10.7	小结	333
参考文献		334

第1章

MATLAB基础知识



MATLAB 是一种高效的工程计算语言,它将计算、可视化和编程等功能集于一身。

MATLAB 这个词代表“矩阵实验室”(matrix laboratory),它是以解决矩阵计算问题的子程序为基础发展起来的一种开放性程序设计语言。它是美国 MathWorks 公司推出的商业数学软件,用于算法开发、数据可视化、数据分析以及数值计算的高级技术计算语言和交互式环境,主要包括 MATLAB 和 Simulink 两大部分。

1.1 MATLAB 的发展历程

20 世纪 80 年代初, MATLAB 的创始人 Cleve Moler 博士在美国新墨西哥州大学讲授线性代数课时发现采用高级语言编写程序很不方便,为了减轻学生编程的负担,他构思并开发了 MATLAB 软件。

经过几年试用,该软件的公开版本于 1984 年正式推出。同年, Cleve Moler 和 John Little 成立了 MathWorks 公司,发行 MATLAB 的 DOS 版本 1.0。

1992 年, MathWorks 公司推出了具有划时代意义的 MATLAB 1.0 版本。1999 年推出 MATLAB 5.3 版本, 2000 年推出 MATLAB 6.0 版本, 2004 年推出 MATLAB 7.0 版本。此后, MathWorks 发布 MATLAB 版本几乎形成一个规律,每年的 3 月和 9 月分别推出当年的 a 版本和 b 版本。例如, 2012 年的两个版本就是 MATLAB 2012a 和 2012b。目前的最新版本是 R2016a。本书的 MATLAB 软件解题实例大都是在 R2015a 版本下完成的。

1.2 MATLAB 的特点

MATLAB 语言具有不同于其他高级语言的特点,称为第四代计算机语言,其最大的特点就是简单和直接。正如第三代计算机语言(如 C 语言和 Fortran 语言)使人们摆脱对

计算机硬件操作一样, MATLAB 语言使人从烦琐的程序代码中解放出来, 它丰富的函数使开发者无须重复编程, 只要简单的调用或使用即可。MATLAB 语言的主要特点体现在如下方面:

(1) 编程效率高。MATLAB 是一种面向科学与工程计算的高级语言, 允许以数字形式的语言编写程序, 与 BASIC、Fortran 和 C 等语言相比, 更加接近速写计算公式的思维方式, 用 MATLAB 编写程序就像在演算纸上排列公式与求解问题。因此, 也称 MATLAB 语言为演算纸式科学算法语言, 它编程简单、高效, 易学易用。

(2) 使用方便。MATLAB 语言是一种解释执行的语言, 灵活、方便, 调试程序手段丰富, 调试速度快。

(3) 扩充能力强, 交互性好。高版本的 MATLAB 语言具有丰富的库函数, 在进行复杂数学运算时可以直接调用, 而且 MATLAB 的库函数与用户文件在形式上一样, 所有用户文件也可作为 MATLAB 的库函数调用。因而, 用户可以根据自己的需要方便地建立和扩充新的库函数, 提高 MATLAB 的使用效率和扩充它的功能。

(4) 语句简单, 函数丰富。MATLAB 语言中最基本、最重要的成分是函数, 其一般形式为:

$$[a, b, c, \dots] = \text{fun}(d, e, f, \dots)$$

即一个函数由函数名、输入变量和输出变量组成。对于同一函数名 fun, 不同数目的输入变量及不同数目的输出变量, 代表着不同的含义。

(5) 高效方便的矩阵和数组运算。因为最早 MATLAB 软件是处理矩阵的, 因此矩阵运算的功能特别强大。

(6) 便捷强大的绘图功能。MATLAB 的绘图功能十分强大, 它有一系列的绘图函数(命令), 仅绘图的坐标就有线性坐标、对数坐标、半对数坐标和极坐标等, 只需调用不同的绘图函数(命令), 即可在图上标出图题、XY 轴标注、格(栅)绘制需要调用相应的命令, 简单易行。另外, 在调用绘图函数时调整自变量可以绘出不同颜色的点、线、复线或多重线。

(7) 功能强大、简捷的工具箱。MATLAB 提供了许多面向应用问题求解的工具箱函数, 从而大大方便了各个领域专家学者的使用。目前, MATLAB 提供的工具箱有信号处理、最优化、神经网络、图像处理、控制系统、系统识别、模糊系统和小波等。

(8) 移植性好、开放性好。MATLAB 是用 C 语言编写的, 而 C 语言具有良好的可移植性, 因此 MATLAB 可以很方便地移植到能运行 C 语言的操作平台上, 适合 MATLAB 的工作平台有 Windows、UNIX、Linux、VMS 6.1、PowerMac。

1.3 MATLAB 的桌面操作环境

启动 MATLAB 后, 就进入 MATLAB 的默认界面了, 如图 1-1 所示。图 1-1 是 MATLAB R2015a 版的界面。

由图 1-1 可见, MATLAB 的默认界面由当前目录(Current Folder)、命令历史

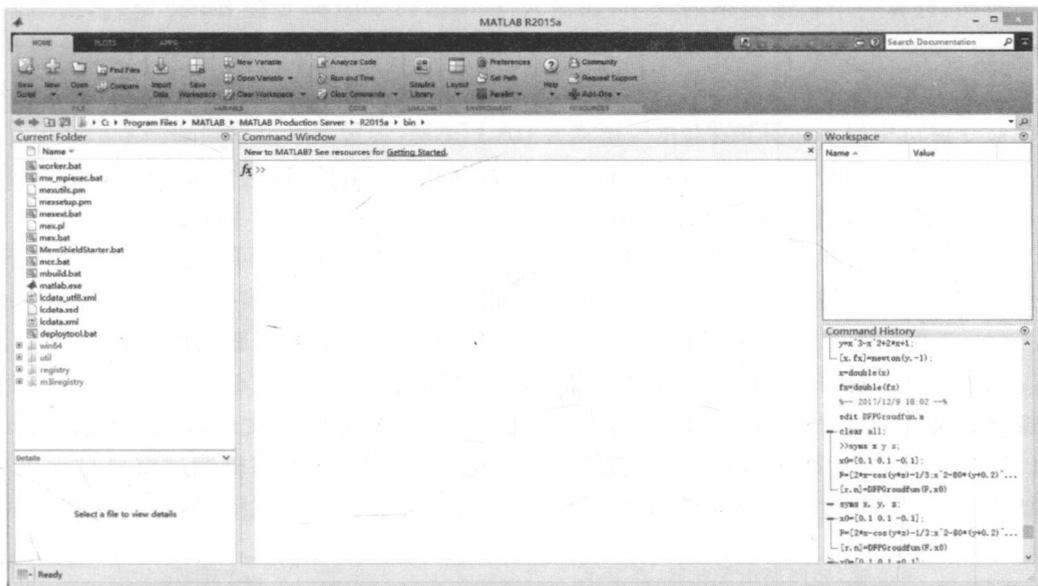


图 1-1 MATLAB 的默认界面

(Command History)、工作空间 (Workspace) 和命令窗口 (Command Window) 4 个窗口组成。

(1) 命令窗口。这是一个重要的窗口,所有 MATLAB 命令都是在这个窗口输入,运行结果也在这个窗口显示。单击命令窗口右上角的上箭头符号,即可单独显示命令窗口,如图 1-2 所示。这个窗口有计算器功能。例如,输入“3+2”再按 Enter 键,则“ans=”后给出其结果“5”。

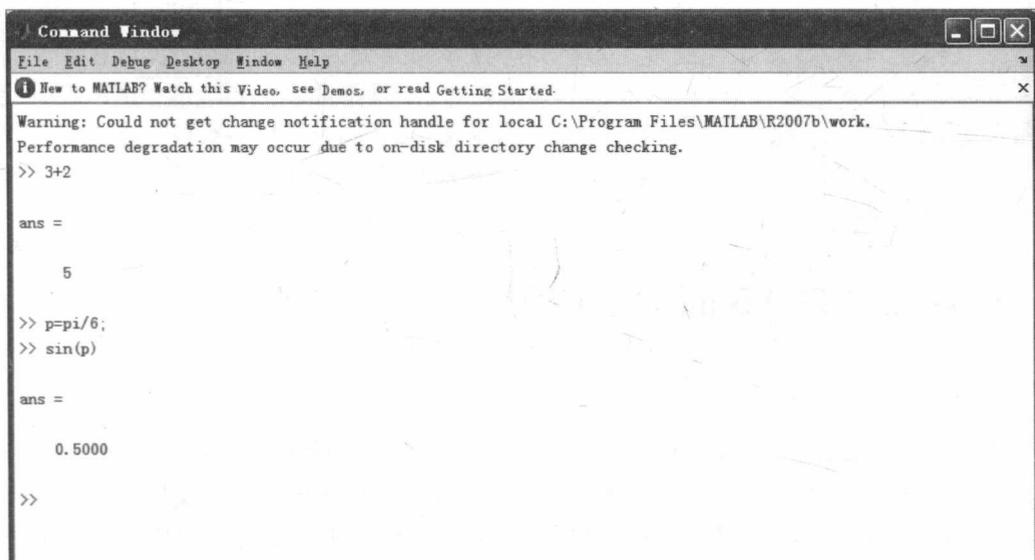


图 1-2 MATLAB 的命令窗口

再如,计算一个稍微复杂的式子,如输入“ $p = \pi/6$; $\sin(p)$ ”,按 Enter 键后,就会显示“ans=0.5000”。这里 π 代表圆周率 π , $\sin(\pi/6) = 0.5$ 。

注意: 当命令后面有分号时,按 Enter 键后,命令窗口中不显示运算结果;如果无分号,则在命令窗口中显示运算结果。

(2) 命令历史窗口。此窗口是执行过命令的历史记录窗口,有执行命令的日期和时间。想再次执行时,可把它们复制到命令窗口。

(3) 当前目录窗口。在目录窗口中可显示或改变当前目录,还可以显示当前目录下的文件。该窗口具有搜索功能。此外,该窗口也可以成为一个独立的窗口。

(4) 工作空间窗口。MATLAB 工作空间主要用于存储、管理和删除相应的变量。

除了这 4 个窗口外,还有个 M 文件编辑调试窗口(MATLAB Editor)。M 文件编辑调试窗口平时看不见,当要编辑 M 文件时,应在命令窗口,输入“edit 文件名.m”之后按 Enter 键,如果曾经编辑过具有该文件名的文件,该文件就会在 M 文件编辑调试窗口显示出来。要是从来没有编辑过具有该文件名的文件,屏幕就会出进入一个空白的 M 文件编辑调试窗口,如图 1-3 所示。

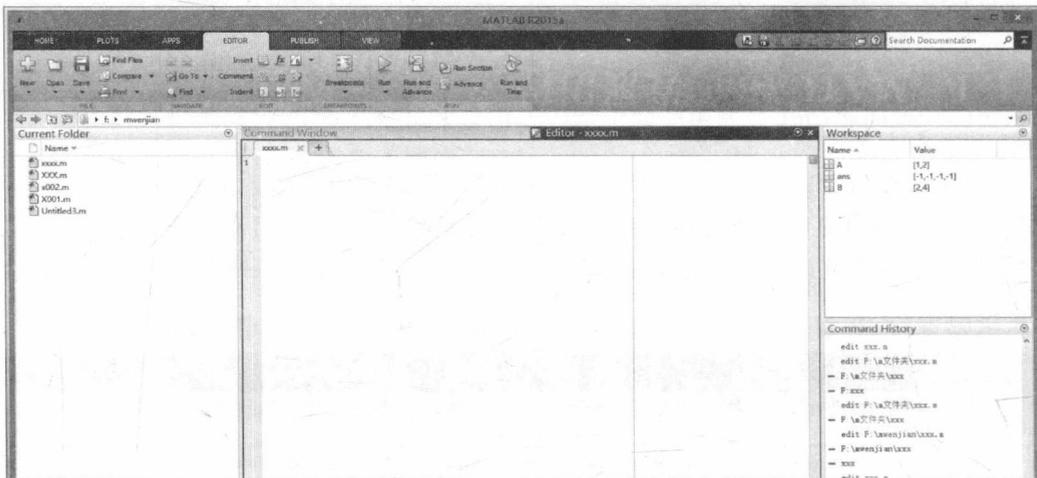


图 1-3 M 文件编辑窗口

1.4 MATLAB 的常量和变量

1. 变量

和其他计算机语言一样, MATLAB 也有自己的一套基本数据类型,包括常量、变量、数值、字符和结构体。和其他语言不同, MATLAB 语言并不要求事先对所使用的变量进行声明,也不需要指定变量的类型。MATLAB 语言会自动根据所赋予变量的值或对变量进行的操作来识别变量的数据类型。如果赋值时赋值变量已经有值,则 MATLAB 会用新值代替旧值,并以新值的数据类型代替旧值的数据类型。MATLAB 变量名必须是一个单一的词,不能包含空格,变量名是区分大小写的,变量名必须从一个字母开始,变量名的字符串长

度可以任意长,但只有前面 31 个字符起作用。

除此之外,MATLAB 有一些关键保留字,不能作为变量名,如 for end if while function return elseif case otherwise switch continue else try catch global persistent break 等。若用户不小心用这些保留字作为变量名,MATLAB 会发出一条错误信息。

2. 常量

MATLAB 也提供了一些特殊意义的常量,见表 1-1。

表 1-1 MATLAB 常量表

常 量	描 述
ans	结果的默认变量名
beep	使计算机发出“嘟嘟”声
pi	圆周率
eps	浮点数相对误差限
inf	无穷大,如 0/0
NaN 或 nan	不定数,即结果不能确定,如 0/0
i 或 j	表示 $\sqrt{-1}$
nargin	函数输入参数个数
nargout	函数输出参数个数
realmin	最小正浮点数值
realmax	最大正浮点数值
bitmax	最大正整数
varargin	可变的函数输入参数个数
varargout	可变的函数输出参数个数

在 MATLAB 编程时,定义变量应尽量不要与以上常量名重复,以免改变这些常数的值。如果不小心定义变量和常数同名,改变了某个常量的值,那么它原来特定的值就丢掉了。为了恢复它原来特定的值,有两种途径:一是重启 MATLAB 系统;二是对被覆盖的值执行 clear 命令,如图 1-4 所示。图中 pi 代表圆周率 π ,其数值为 3.1416。

```
>> pi
ans =

    3.1416
>> pi = 2
pi =

    2

>> clear pi
>> pi

ans =

    3.1416
```

图 1-4 常量值的修改和恢复