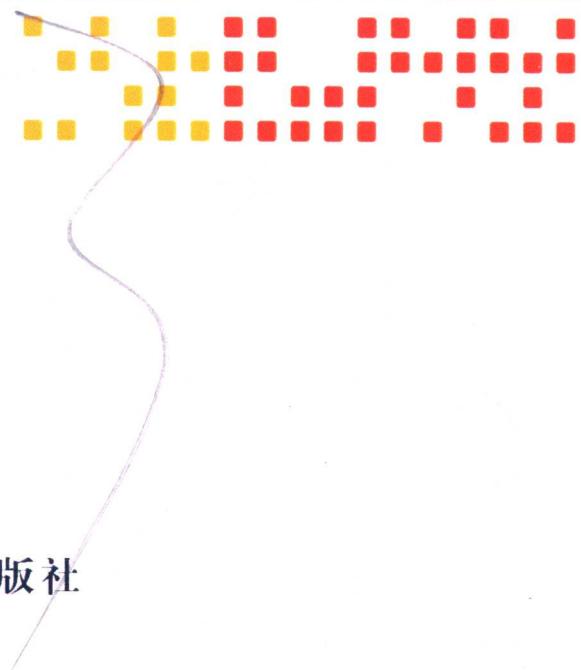
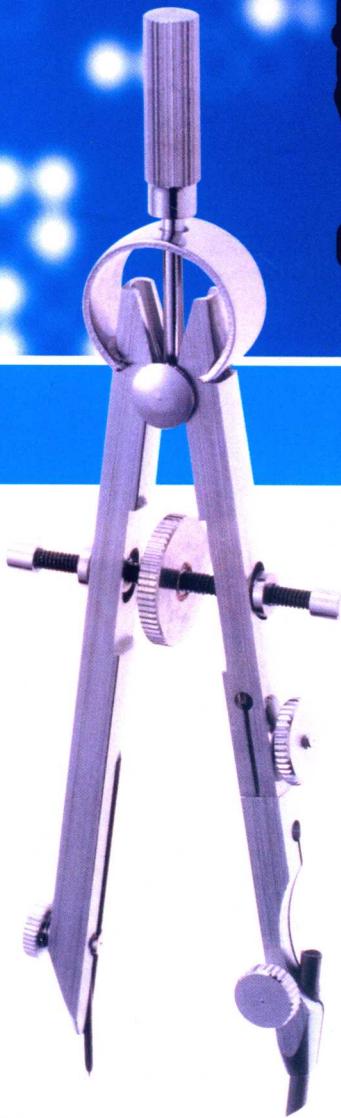


SHUXUE KETANG JIAOXUE
YU JIETI JIQIAO

数学课堂教学 与解题技巧

季洁宇 田青兰 褚国娟 著



 金陵日报出版社

数学课堂教学与解题技巧

季洁宇 田青兰 褚国娟 著



经济日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学课堂教学与解题技巧 / 季洁宇, 田青兰, 褚国娟著. -- 北京 : 经济日报出版社, 2019. 4

ISBN 978-7-5196-0508-7

I. ①数… II. ①季… ②田… ③褚… III. ①数学课
—课堂教学—教学研究 IV. ①01-4

中国版本图书馆CIP数据核字(2019)第050667号

数学课堂教学与解题技巧

作 者	季洁宇 田青兰 褚国娟
责任编辑	周 璠
出版发行	经济日报出版社
地 址	北京市西城区白纸坊东街2号(邮政编码:100054)
电 话	010-63567691(编辑部) 63516959(发行部)
网 址	www.edpbook.com.cn
E-mail	edpbook@126.com
经 销	全国新华书店
印 刷	北京建宏印刷有限公司
开 本	16
印 张	5.875
字 数	135千字
版 次	2019年4月第一版
印 次	2019年4月第一次印刷
书 定	ISBN978-7-5196-0508-7
定	40.00元

前 言

PREFACE

随着社会的发展，数学已经突破传统的应用范围，向几乎所有人类知识领域渗透，并越来越直接地为人类物质生产与日常生活做出贡献。数学不仅应用范围在不断扩大，而且对人们思维和行为的影响也越来越大，因而数学已经成为现代社会的一种文化，并且数学观念在众多不同层次上影响着我们的生活方式和工作方式。作为整个教育的一个组成部分，数学教育在人的发展、社会的发展方面具有极为重要的作用。作为数学教育的主要部分，数学教师的状况直接影响了数学教育的情况，也就直接影响了学生的发展，从而影响了社会的发展。

数学教学是数学教师教育最基本的问题，科学的教育理念需要在教学中贯彻，数学的教育价值需要在教学中体现，数学的理性精神和思想方法需要在教学中传承，数学知识赋予人类探索世界奥秘的力量需要在教学中展示。这表明数学教师的首要任务是明确数学教学的根本目的，学习数学教学的基本原理，掌握数学教学的基本技能，形成数学教学的科学认识，这正是“数学课堂教学”所要达到的目标。

同样地，学生的数学解题也贯穿数学学习过程的始终。

首先，数学解题是数学学习中不可或缺的核心内容，数学解题的思维实质是发生数学。一方面，解题是一种认识活动，是对概念、定理的继续学习，是对方法的继续熟练，而不仅仅是规则的简单重复或操作的机械执行。寻找解题思路的过程就是条件知识与结论知识两者逻辑联系转换的过程，在这个过程中，我们激活知识、检索知识、提取知识、组织知识，从而解决问题。当解题由一个步骤推进到下一个步骤时，其实质就是知识点之间的联系与生成；当解题由一个关系结构对应到另一个关系结构时，其实质就是关系结构之间的联系与生成；当解题有多个解法时，其实质就是不同解法的知识点之间存在逻辑关系。

或对应关系。另一方面，数学学习无一例外地充满着数学解题活动，概念的抽象、定理的发现与证明、知识的实际应用等都是在解题。

其次，数学解题是数学学习中不可替代的实践活动，解题活动的核心价值在于掌握数学。数学概念的生成、定理的理解、技能的熟练、方法的掌握、能力的发展、数学语言的熟悉、数学思想的领悟、数学观点的培养、数学意识的形成、数学文化的积淀等都离不开数学解题活动。没有勤奋和科学的解题训练是不可能掌握数学的！解题活动是掌握数学、学会数学的思考关键途径。

最后，数学解题水平是数学思维能力的主要体现。

那么如何才能提高自己的解题能力呢？数学解题必须落实到解题的实践中，通过解题而学习解题，在实践中感悟、体会数学思想方法的技巧，这就要求学生动手做题，如果一个学生拿到一道习题后，通过翻看正确答案，也看懂了，好像他的问题得到了解决，但是他缺少学习的过程和体验。同样地，如果教师只是讲解数学题的答案，缺少分析的过程，求解是和盘托出的，学生同样没有知识发生的过程。这就好比爬山，如果直接到山顶（比如蒙着眼坐电梯）是不可能体验一路跋涉的艰辛和美丽风景的。

目 录

CONTENTS

第一章 数学教学的基本理论分析	1
第一节 数学教学目标.....	2
第二节 数学教学原则.....	7
第三节 数学教学方法.....	17
第四节 数学教学模式.....	22
第二章 数学思维方法与教学	27
第一节 数学思想方法教学中存在的问题.....	28
第二节 数学思想方法的主要教学类型.....	31
第三节 思想方法培养的层次性.....	32
第三章 数学教学的常规工作	35
第一节 备 课.....	36
第二节 上 课.....	40
第三节 说 课.....	42
第四节 听 课.....	45
第五节 观 课.....	48

第六节 作业的布置与批改.....	50
第七节 课外辅导.....	52
第四章 数学解题概述.....	55
第一节 成功解题的要素.....	56
第二节 数学解题的模式.....	63
第三节 如何提高数学解题能力.....	68
第五章 数学解题技巧.....	77
第一节 模式识别技巧.....	78
第二节 简单化和直观化技巧.....	80
第三节 特殊化和一般化技巧.....	82
第四节 整体化技巧.....	84
结束语.....	86
参考文献.....	87

第一章

数学教学的基本理论分析

第一节 数学教学目标

一、数学教学目标概述

数学教学目标是根据我国教育的性质、任务和课程目标，依据数学学科的特点和中学生的年龄特征而制定的，是国家的教育方针在数学教学领域中的体现。数学教学目标是数学教育一切活动的起点和归宿，也是确定数学教学内容和选择教学方法的依据和指南。一般来说，教育目标规定了教学应当完成的知识传授、能力培养等方面的目标和思想、个性品质等方面的教学任务，它既是指导教学的依据，也是教学评估的依据。因此，研究数学教学必须正确理解和全面把握数学教学目标。

（一）知识认知目标：奠定基础知识

1.数学基础知识

中学数学教学活动的基础性目的，是使学生获得适应社会生活、社会生产发展和进一步学习现代化科学技术所必需的数学基础知识和基本技能。不仅要让学生掌握一定的数学基本原理、思想和方法，更重要的是使学生充分了解数学原理、思想、方法对客观存在的覆盖范围和应用范围。

数学基础知识，从要求上讲，应以“最低限度”为当；从本质上讲，应是现代数学最初步、最基本的部分的方法。它除了包括大纲规定的数与代数、图形与几何、概率与统计等内容外，还包括由这些数学知识所折射出来的数学思想和方法。达尔文说过：“最有价值的知识是关于方法的知识”，数学思想和方法不仅构成了数学知识内部的方法论部分，而且由于其具有概括性、稳定性和广泛应用性的特色，已经成为哲学和科学方法论的组成部分。因此，教学中应特别注意将数学思想和方法的培养与数学知识的教学融为一体，充分使学生了解其覆盖领域和应用范围。

2.数学基本技能

技能是指顺利完成某种任务的动作方式或心智活动方式，是个体运用已有的知识经验，通过练习而形成的智力动作或肢体动作的复杂系统，通常表现为一系列固定下来的自动化活动方式。无论是头脑中的思维操作还是外部的行为动作，都属于技能的范畴，前者是内部心智技能，后者是外部操作技能。

数学基本技能是在熟练运用数学基础知识的过程中形成的技能。中学数学教学要培养的基本技能主要表现为能算、会画、会推理。例如，按照一定的步骤和程序去推理是推

理技能；按照一定的步骤和程序处理数据是处理数据的技能等。

技能通过操作训练的方式才能掌握，数学的练习与习题发挥的作用之一正是培养和训练技能。技能训练如何掌握一定的“度”，这需要认真仔细的研究，要讲究练习科学化，绝不是教师随心所欲、随意布置。目前学生作业量过大，重复和不必要的、无教育价值的练习占了很大比例，给学生加重了负担，并未真正起到训练技能的作用，技能形成到一定程度后，即使增加练习训练量也不会再有什么提高，教师应该清醒地认识这点。

（二）智能发展目标：培养数学能力

数学能力是指运算能力、逻辑思维能力与空间想象能力，最终要落实到运用知识解决实际问题上。这里指的实际问题包括日常生活中的问题、生产中的问题以及其他学科中的数学问题，这些问题如何抽象成数学问题需要经过认真分析、抽象和转化，这个过程既培养了学生应用数学的意识，又培养了学生应用数学解决问题的本领。

中学生的数学能力可以具体分为不同层次的四种基本能力，即思维能力、数学运算能力、空间想象能力、解决实际问题的能力。

1.思维能力

思维能力是人们所有能力的核心，逻辑思维能力与非逻辑思维能力都是思维能力最基本的成分。

逻辑思维能力是思维能力的核心。它是按照逻辑思维的规律，运用逻辑思维的方法进行思考、推理和论证的能力。在中学数学教学中，应当培养的逻辑思维能力主要包括三个方面：一是运用分析、比较、综合、抽象、概括的方法形成概念的能力；二是运用演绎方法进行推理论证的能力；三是运用分类方法建构知识体系的能力。具备一定的逻辑思维能力，不仅有助于深刻地理解新知识，而且有助于人们正确地表述思想和解决问题，这对于新的学习无疑具有促进作用。

非逻辑思维能力主要指归纳、类比及直觉思维的能力。归纳是由个别到一般的思维形式，类比是由个别到个别的思维形式，虽然推理的结果均具有或然性，其正确与否还有待于验证，但与逻辑思维相比，这两种思维形式都具有很大的创新性，属于创造性思维的范畴。直觉思维不受逻辑规则的约束，是直接洞察事物本质和内在联系的一种思维形式，同样属于创造性思维的范畴，而且由于简化了思维过程，应用十分方便。

在中学数学教学中，培养学生的非逻辑思维能力主要有三个方面的内容：首先，要使学生熟悉正确的思维过程，即从特殊到一般的抽象化过程和从一般到特殊的具体化过程；既要使学生善于从认识具体的、个别的、特殊的事物的特征，逐步扩展到认识同类一般事物的内在的、本质的特征，又要使学生能以这种一般认识为指导，继续研究同类新的事物，认识其特殊的本质，从而丰富和发展这种共同的本质的认识。其次，要重视数学思想和数学方法的教学，使学生掌握各种逻辑思维方法与非逻辑思维方法。最后，利用直觉

思维和合情推理，培养学生提出假设与猜想的能力。

2. 数学运算能力

运算是一个广义的概念，所谓运算能力，是根据运算法则，按照一定的步骤去推理运算并求得结果的能力，是善于分析题目的条件，寻求合理简捷的方法与途径达到运算结果的能力，这是运算能力的双重含义。从结构上看，运算能力包含四个要素，即准确程度、快慢程度、合理程度和简捷程度，这四个要素反映出运算能力的大小。

中学数学中的运算不仅包括数值的计算，还包括各种代数运算、初等超越运算、分析运算以及式的变形等。具体来说，中学数学中的运算主要有五种，即六种代数运算；指数运算、对数运算、三角运算等初等超越运算；求导数、微分、积分等分析运算；统计与概率运算；集合运算等。

3. 空间想象能力

中学数学研究的空间就是人们生活的现实空间，也就是一维、二维和三维的空间，就数学科学的体系来说，则属于欧氏空间。数学中的空间想象能力，是指人们对客观事物的空间形式进行观察、分析、抽象思考和构造创新的能力。想象是创造性思维能力的基础，要培养一代富于创造性和开拓性的人才，在中学数学教学中努力培养学生的空间想象能力显然是一项重要的任务。

我们通常认为，数学教学应当培养学生的数学能力，即运用数学知识分析和解决实际问题的能力。从数学能力的结构来看，除了三大基本能力之外，还包括观察能力、记忆能力以及发现和提出问题的能力等一般能力。

知识、技能与能力虽然都是巩固了的概括化的系统，但概括的对象与概括水平是不同的。一般认为，知识是对经验的概括；技能是对动作和动作方式的概括；能力则是对调节认识活动的心理过程的概括，是较高水平的概括。知识、技能与能力虽然存在着上述质的不同，但它们又是互相联系、互相转化的。一方面，知识与能力是形成技能的前提，制约着技能掌握的速度、深浅与巩固程度；另一方面，技能的形成与发展又影响着知识的掌握与能力的提高。因此，它们的关系是辩证的统一。

(三) 观念形态目标：树立数学观念

数学观念是指人们对数学的本质、数学思想及数学与现实世界的联系的根本看法和认识。它是数学思维乃至整个人类现代思维的基本观察角度、出发点和归宿，正确的数学观念是高层次的科学素质。因此，一个人的数学观念支配着他从事数学活动的方式，决定着他用数学处理实际问题的能力，影响着他对待数学乃至整个客观现实的看法。

学生正确的数学观念是在不同的学习阶段逐步形成的，并随着学习活动的深入和数学视野的开拓而逐步完善。又由于认识结构的差异，每个人的数学观念在层次上也不尽相同。但对中学生而言，要求学生通过对数学内容的感知及具体的数学活动方式的体验，逐

渐了解数学的价值，增进对数学的理解和认识，习惯运用数学的思维方式观察、分析现实社会，解决一些简单的实际问题，还是切实可行的。

目前，中学生应形成的具体的数学观念虽然还没有较一致的看法，但至少应具备如下的一些基本观点、意识：

1. 数学与客观世界具有密切的联系，数学是以数和形的形式揭示了客观世界所具有的秩序、和谐和统一美的规律。
2. 高新技术的基础是应用科学，而应用科学的基础是数学。
3. 数学是提高思维能力的有力手段，是理性思维的基本形式。
4. 数学是一种深刻的文化素养。
5. 在数学活动中产生的数学思想方法也是探索未知世界的一种科学方法，学会了这种方法将受益终身。

总之，数学教学不仅要教知识、学知识，更重要的是在知识的基础上使学生形成数学观念。数学观念的存在不是抽象的，而是非常具体生动的，它存在于任何一种数学知识中。

(四) 情感教育目标：进行品德教育

中学阶段是一个人的人生观、价值观逐渐形成的重要阶段。要把学生培养成德、智、体、美、劳全面发展的，有理想、有道德、有文化、有纪律的一代新人，思想品德教育便显得至关重要。

数学教学中的思想品德教育应结合数学本身的特点，通过具体的数学内容进行。主要有以下几个方面：

1. 在数学教学活动中，结合数学在日常生活、生产和科学技术领域中的广泛应用性及科学文化价值，激发学生为“四化”学习数学的责任感和积极性，对学生进行社会主义前途和个人远大理想的教育。
2. 逻辑的严谨性、结论的确定性，数学语言的精确性、简约性和一义性是数学的基本特征。在教学中充分利用数学这些特征，培养学生言必有据、一丝不苟、坚持真理、修正错误的、实事求是的科学态度和严谨作风。
3. 数学中蕴含着丰富的辩证关系和辩证思想，培养学生的辩证唯物主义观点成为数学教育责无旁贷的任务。
4. 充分利用数学模型的创造性、概括性，教学方法的灵活性、多样性等特点，鼓励学生一题多解、多题一解，以培养学生独立思考、积极主动、百折不挠、勇于创新的精神。

二、数学教学目标与数学教学的现代化

数学教育目的改革是现代数学教育改革的重要内容，是数学教育现代化的需要。为了使我国中学数学教育更好地适应未来发展的趋势，我们认为改革中学数学教育，新的数

学教育目的观应具有以下特点和要求：

（一）中学数学教学目标的改革应体现新课改的精神和理念

当前，我国正处于新一轮课程改革与发展的重要时期，实现数学教育由“精英教育”向“大众教育”转变，由“应试教育”向“素质教育”转变。新课程改革带来了新理念，教师的角色、学生的学习方式都发生了重要变化，教学工作的重心就是以学生的发展为本，围绕数学活动的开展，在教师的组织和指导下进行学生的主动参与、合作交流、自主探索已成为主要的教学方式。这一大的转变形成了数学教育改革的一个基本指导思想：以全面提高学生的素质为核心，改变以升学为中心、以考试为模式的数学教学体系，要让所有学生学到适应现代生产发展和现代社会生活，人人必须学到而且能够学到的最基本的数学内容，并通过有效的数学活动学习、掌握基本的数学技能和思想方法，发展自身的能力，使学生体会数学的科学价值、社会价值和文化价值，成为全面和谐发展的、适应社会主义现代化建设事业需要的公民。

同时，随着社会的发展，“人的可持续发展”和“终身学习”等教育理念进一步得到人们的认同，数学教育观面临着重大变革。实践与创新是时代赋予数学素养的鲜明特点，并将成为新世纪公民素质结构中的一个重要组成部分。新的课程理念要求我国处于基础教育阶段的数学教育，无论哪一个层次、哪一个范围的教学都无一例外地明确素质教育方面应该达到的目标要求，突出体现义务教育的普及性、基础性和发展性，使数学教育面向全体学生，实现“大众数学”的目标。

（二）中学数学教学目标的改革应与国际同步

数学教育是一个开放的系统，数学教学的新趋势是数学教学实践的产物，它总是在一定的教育活动中孕育、生长的；数学教学的趋势也必然体现于数学教育的国际潮流中。随着全球经济一体化进程的加快，国际间综合国力的竞争日趋激烈，数学教育的国际性也越来越强。当今，世界各国都非常重视调整培养目标，关注学生整体发展目标的调整，努力使新一代国民具有适应21世纪社会、科技、经济发展所必备的全面素质，而不仅仅关注学业目标。一些国际潮流中的许多问题都值得我们重视，如“大众数学”重视数学交流、问题解决、数学应用等观念，都在广泛意义上影响着我国数学教育的改革与发展。此外，数学建模、开放性问题教学、现代的数学思想方法、数学文化观、数学作为信息交流工具的价值等，这些都应该结合我国的实际情况，作为数学教育目的的要素，在适当的教学层次上得到体现。

（三）中学数学教学目的应具有适当的趋前性

数学教学目的的适当的趋前性，是相对于当前的教学现状而言的。数学教育对人才的培养是具有一定年限的周期性活动，培养规格的形成仅在中学阶段就有一个长达6年的过程，加之在培养过程中，随着时代的前进和社会的发展，对数学教育的要求也在改变，

因此教育目的的着眼点不能局限于眼前，更应着眼于未来，我们现在所从事的是培养跨世纪人才的工作，教育目的责无旁贷地应该在面向新世纪的数学教育中发挥它应有的作用。

关于数学教育目的的讨论，已经引起数学教育界的广泛重视。近年来，随着我国教育改革的不断深入和发展，我国数学教育界对中学数学教育如何适应新时代目的的改革与发展，正在进行许多有益的探索，已经取得一些理论研究成果，但如何在教学实践中具体运用还有待进一步探索、研究。

第二节 数学教学原则

一、数学教学原则确立的依据

国内外的许多教学论著作对教学原则的提法各有不同，而当今数学教育界也提出了许多不同的数学教学原则体系，名目繁多，不一而足。因此，如果没有一个确立教学原则的范围和合理统一的划分标准，便很可能会出现不同体系的数学教学原则。本节先介绍确定教学原则的科学准则，然后再探讨确立数学教学原则的一些主要依据。

(一) 确定数学教学原则的科学准则

1. 完备性准则

完备性准则是指数学教学过程中的一些基本要求都应当在数学教学原则体系中得到反映。这里所说的完备性是从严格的科学意义上说的，在实践上却具有相对性。因为到目前为止，还没有可能发现全部的数学教学规律，所以还不能完整地提出数学教学一般性原则的体系，数学教学原则具有发展性。目前许多数学教学论著作中所提出的若干数学教学原则都具有阶段性特点，都有待进一步完善和充实。然而，我们提出的教学原则体系应最大程度地符合完备性准则。

2. 独立性准则

独立性准则是指体系中各条原则应相对独立，不重复，不重叠，任何一条不为其他一条或若干条所替代、所包含。例如，有的学者将“具体与抽象相结合”与“数与形相结合”作为两条数学教学原则同时提出，似乎就有违反独立性准则之嫌。如果将“数”看成是抽象的，而将“形”看成是具体直观的，那么“具体与抽象相结合原则”便包含“数与形相结合原则”。应该指出，独立性也是在相对意义上的独立。

3. 简练性准则

简练性准则是指不要将过于一般化的内容列入体系中，也不要将过于具体的内容列

入其中，应使体系中的原则条文尽可能简练和经济。当然，对简练性的把握有一定的难度。一般来说，不宜将教学论的一般原则、哲学的一般原理、认识论的一般原理、一般政治标准直接“移植”过来作为数学教学的一般原则；也不应将数学教学原则具体到十分仔细的程度。如将“口语与手势相结合”“语调与表情相结合”等之类列入数学教学原则中，这是不符合简练性准则的。

4. 相容性准则

相容性准则是指体系中各条原则不能相互矛盾，任何一条与其他各条都要相容，任何一条包含的要点也要求彼此相容。例如，如果“理论联系实际”和“直观性”同时作为数学教学的原则，那么会产生不相容问题，因为在有些情况下。要求“直观”就意味着“理论与实际”的脱离。

5. 界定性准则

界定性准则是指对所讨论的问题的范围、内涵要有一定的界定，要有针对性，要适当，要对口。教学原则体系是讨论教学领域的问题，就应界定在这个范围讨论，而不应扩大为教育领域，更不能扩大为社会领域，虽然与这些领域有密切联系，但不能取而代之，首先应具备教学的“个性”。此外，这里讨论的是教学的“原则”问题，不是教学规律，也不是教学目的，当然也不是指教学方法，因此也就不能以这些教学规律、目的、方法等代替“原则”本身。如果讨论的是数学教学原则，那么这些原则就不仅应在“教学”的领域内讨论，要具备教学的个性，而且还要具备数学的个性特点。例如，有人将“数与形结合”作为一条数学教学原则，就不符合“界定性”准则，将其看作一种数学方法更为恰当。

（二）确立数学教学原则的主要依据

1. 数学的特点

数学是一门相对独立的科学，它和别的学科，如物理、化学、语文等具有共性，但又具有鲜明的个性特点。作为一门特殊的教育学科，它的教学原则应当突出反映其本身学科的特点，这样才能最有效地指导数学的教学。例如，考虑到数学的严谨性和抽象性两个基本特点，因此确立了“具体与抽象相结合”“严谨性与量力性相结合”这两条基本的数学教学原则，这两条教学原则不仅有别于社会科学学科的教学原则，还有别于自然科学学科，如物理、化学等学科的教学原则，具有鲜明的特殊性。

2. 数学教学目的

数学教学原则是根据一定社会的教学目的而确定的，这也是对数学教学原则的目的性要求。这不仅要求数学教学原则要反映数学教学的目的，而且还要反映教育的总目的。此外，由于科技发展水平不同、教学对象和教学内容不同，在不同的社会和不同的历史时期，数学教学原则会随着教学目的等因素的变化有不同的侧重，因此它还应该是一个变化

发展的体系。由教学目的确定的数学教学原则，是属于方向性的原则，在数学教学原则中属于最高层次。

3. 学生学习数学的心理、思维特点

许多数学教育学论著在确立本身的数学教学原则体系时，都注意到了教学目的、教学规律以及数学的基本特点等方面的依据，但由于数学学习、思维方面的研究在我国起步较晚，因此国内的一些数学教育学论著在确立本身的数学教学原则时，还不能很有效地吸收现代数学学习论、数学思维方法论、数学学习心理学等方面的优秀成果，将它们作为确立数学教学原则的重要依据。综合国内外众多学者的研究可以发现，学习是学习者经过一定的训练之后出现的某种变化，这种变化是复杂的、运动的、情感的、认知的，这种变化的心理机能也是多种多样的，有条件反射、尝试错误、模仿领悟等。引起这些变化的原因，有学习情景的因素与学习者自身的因素等。

二、数学教学的一般原则

数学课堂教学中有三个基本矛盾关系，数学教师教的主动性与学生学的适应性之间的矛盾关系、数学课程的数学特征与教育特征之间的矛盾关系、数学教学内容与学生原有水平之间的矛盾关系。这三个方面的矛盾稳定和长久地存在于数学教学的全过程，这些矛盾运动的结果使数学教学不断前进。

(一) 主动性原则

教学的普遍原则为主动性，然而数学教学中所强调的主动性，具有其自身的特点。数学教学过程的基本规律表明，数学教学实质上就是教师作为教学向导的主角引导学生去探究、去发现，把本来要教的东西变为学生主动去探索他所应该学的东西的过程。学习的主人是学生，他们的数学能力的发展和数学知识的建构最终要通过自己的主观努力才能获得，因而必须参与到数学活动中，这就要求学习者必须积极主动地参与数学活动，即数学教学必须遵循主动性原则。

主动性原则的基本标志是智力参与和独立思考。怎样才算主动？是看学生是否真正投入地进行了数学的思考，是否将自己的思维力、注意力、想象力、观察力等智力活动都参与进来。以动手为主的外部操作性参与必须结合或上升到智力参与的层次才能说教学是主动的。

在教学中突出主动性原则的途径主要有如下两个：

1. 在主动学习的方法上多加引导，通过介绍、讨论、对比思考的角度和方法，提高学生独立思考和智力参与的经验和质量。

2. 注重培养学生主动探究的意识，要将学生充分置身于探究的情境中，注意激发学生主动参与的兴趣和动力。

(二) 发展性原则

通过教学使学生在爱国热情、民族精神、高尚的情操、健全的人格、创造的精神、丰富的知识、敏锐的认识力等各方面获得最大程度的发展，特别是获得可持续发展力为教学的发展性原则。

从具体的数学学科教学的角度考察，以可持续发展为特征的发展性原则主要体现在以下几点：

1.使学生学会学习。保持学生可持续发展力的关键途径是学会学习。要把“教学生怎样学”作为数学教学的基本指导思想，注重对学生学习方法的指导，使学生掌握独立地获取知识的能力、科学研究的基本方法，学会从提出问题、形成假设，到探寻方法、构建概念、验证猜想、语言表述，直至最终构建和解决问题。

2.发展学生的认识力。数学教学的最重要的教学原则之一是要把发展学生的思维力、想象力、洞察力、判断力、鉴赏力、鉴别力、辨析力等认识能力放在最突出的地位。学过的数学知识很容易被忘掉，但在学习数学的过程中所获得的抽象的认识力却作为一种基本的数学素养体现在人的身上，持久地发挥作用。因此，每节数学课都应把发展学生的认识力作为教学的最大目标。

3.使学生充满主动学习的热情。这就要求数学教学以培养学生学习数学的求知欲、好奇心为起点，以激发学生的主动探究数学的积极态度、学习兴趣为原则，始终使学生保持主动学习的动力和热情。

(三) 启发性原则

教师作为教学向导的主角，其引导作用主要是通过启发来实现的，而学生作为主动的探究者，也离不开教师适时的启发引导。数学教学的基本指导思想为启发性原则。启发性原则最基本的要求就是教师要站在学生的角度，从学生的思维水平、知识水平、经验水平出发，提出适当的问题，设置合理的问题情境，引导学生思考，使学生的思维向着新知识或问题的目标靠拢，最后达到目标。

“产婆术”和“愤悱术”为教学中启发的两种基本方式。这两种方式都强调通过教师的向导作用引导学生积极主动地学习，但两种方式又有很大的差异。

“产婆术”是由古希腊学者苏格拉底提出的启发式教育思想，他认为学生获得真理正像接生婆帮助产妇以其向力分娩婴儿那样，靠自身的力量去孕育真理，生产真理。其基本要义是教师凭借正确的连环提问，诱导、刺激、调控学生的思考，引导学习者沿着教师所希望的方向，通过自身的思考，亲自去发现真理。“问——答——问——答”是“产婆术”启发式的基本展开方式，所以这种“产婆术”又被称为“对话术”。

“产婆术”的最大特点在于把握发问的技术，这种发问技术是根据学生的情况，朝着问题的目标，由远及近地发出具有暗示作用或具有启迪意义的问题，通过学生自