

2020

考研数学

常考题型

解题方法技巧归纳

数学三

毛纲源◎编著

- ✓ 题型分类、解法多样的复习全书
- ✓ 阐述严谨，脉络分明，深入浅出
- ✓ 反复锤炼，不断更新，长销20年

扫码>
超值赠送



2002—2019年
真题PDF电子版



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

2020

考研数学

2020年12月出版

2020年12月出版

常考题型

解题方法技巧归纳

数学三

毛纲源◎编著



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

中国·武汉

OSOS

图书在版编目(CIP)数据

考研数学常考题型解题方法技巧归纳. 数学三/毛纲源编著. —武汉: 华中科技大学出版社, 2019.3
ISBN 978-7-5680-4888-0

I. ①考… II. ①毛… III. ①高等数学-研究生-入学考试-题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 024362 号

考研数学常考题型解题方法技巧归纳(数学三)

Kaoyan Shuxue Changkao Tixing Jieti Fangfa Jiqiao Guina(Shuxue San)

毛纲源 编著

策划编辑: 王汉江(QQ:14458270)

责任编辑: 王汉江

封面设计: 杨玉凡

责任校对: 张会军

责任监印: 赵月

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话: (027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编: 430223

录排: 武汉市洪山区佳年华文印部

印刷: 武汉科源印刷设计有限公司

开本: 787mm×1092mm 1/16

印张: 39

字数: 1023 千字

版次: 2019 年 3 月第 1 版第 1 次印刷

定价: 88.00 元



华中出版

本书若有印装质量问题, 请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

前言

本书是笔者在教育部制定的考研数学三考试大纲的指导下,经过多年的教学实践精心编写而成的,完整的知识体系,更加符合当前考生复习备考的需求.全书共分为三篇:第1篇为高等数学,第2篇为线性代数,第3篇为概率论与数理统计.书中附录给出了相应章节配套的经典常考题型同步测试题及参考答案.

书中重点讲述与考试大纲中基本概念、基本理论、基本方法有关的经典试题,内容丰富,题型广泛、全面,任何一年的真题均可在本书中找到对应的题型;同时作者还对各类重点常考题型的解题思路、方法和技巧进行归纳、总结,对容易出错的地方以“注意”的形式作了详尽的注解加以强调,讲解的方法通俗易懂,由浅入深,富于启发.这是一本广度、深度及难度均适合广大考生使用的考研数学辅导书.

本书有以下几个特点:

首先,本书根据考研数学大纲的要求,将历年考研数学试题按题型分类,对各类题型的解法进行了归纳总结,使考生能做到举一反三.数学试题是无限的,而题型是有限的,掌握好这些题型及其解题方法与技巧,会减少解题的盲目性,从而提高解题效率,考生的应试能力自然就得到了提高.

本书特别强调对考研数学大纲划定的基本概念、基本定理、基本方法和基本公式的正确理解.为此针对每一题型,在讲解例题前常对上述“四个基本”进行剖析,便于考生理解、记忆,避免常犯错误.

本书另一特点是总结了许多实用快捷的算法,这些算法新颖、独特,它们是作者多年来教学经验的总结,会大大提高考生的解题速度和准确性,使考生节省大量的答题时间.

本书还注重培养提高综合应用多个知识点解决问题的能力,对综合型题型进行了较多的分析,以期提高考生在这方面的能力.与此同时,本书注重一题多解,以期开阔考生的解题思路,使所学知识融会贯通,能灵活地解决问题.

本书的讲述方法由浅入深,适于自学,选用的例题精而易懂、全而不滥.

为使考生具有扎实的数学基础知识,也为了更好地阅读本书,特向读者推荐一套可以指导你全面、系统、深入复习考研数学的参考书,这就是本人编写的经济类数学学习指导、硕士研究生的考生备考指南丛书:《经济数学(微积分)解题方法技巧归纳》、《经济数学(线性代数)解题方法技巧归纳》、《经济数学(概率论与数理统计)解题方法技巧归纳》.这套丛书自出版以来一直受到全国广大读者的一致好评,长销不衰.很多已考取经济类硕士研究生的学生都受益于这套丛书.本人在撰写本书时,多处引用了这套丛书的内容和方法,如果能把这套丛书结合起来学习,必将达到事半功倍的效果.

承蒙读者多年来对本书的厚爱,笔者很欣喜地从网络评论中看到,有人把本书誉为“研

究性的考研数学辅导书”“考研数学中的大百科全书”“考研数学中的神书”。他们中有的登门拜访,有的通过出版社编辑转发电子邮件来与我联系,为本书的勘误提供了大量的信息,甚至有的对本书知识点及题型的安排提出了很多宝贵的建议,在此向他们无私的帮助表示衷心的感谢!

鉴于笔者精力和水平有限,书中错误、疏漏之处在所难免,恳请专家、读者指正!

最后,预祝考生复习顺利,圆入名校之梦!

毛纲源

※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※ ※

读者可在 PC 端完成注册、登录,也可以直接用手机扫码注册并登录。

一、PC 端读者操作步骤

登录网址 <http://dzdq.hustp.com>,完成注册后点击登录。输入账号密码(读者自设)后,提示登录成功。

点击“课程”→“考研数学(数学三)”,进入课程详情页,浏览“相关资源”→“文档”,点击即可选择下载历年真题。

二、手机端学员扫码操作步骤

手机扫描二维码,即可看到历年真题列表,如需下载真题,会提示登录。新用户先注册,然后再登录。登录之后,即可下载。

若遇到操作上的问题可咨询陈老师(QQ:514009164)和王老师(QQ:14458270)。

欢迎加入考研数学交流 QQ 群:149812311,275350834。

目 录

第1篇 高等数学

1.1 函数	(2)
1.1.1 求几类函数的表达式	(2)
题型 1.1.1.1 已知函数,求其反函数的表达式	(2)
题型 1.1.1.2 求与复合函数有关的函数表达式	(2)
1.1.2 奇、偶函数的判别及其性质的应用	(4)
题型 1.1.2.1 判别经四则运算后的函数的奇偶性	(4)
题型 1.1.2.2 判别自变量带相反符号的两同名函数的代数 and 的奇偶性	(4)
题型 1.1.2.3 判别复合函数的奇偶性	(4)
题型 1.1.2.4 判别原函数 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 的奇偶性	(5)
题型 1.1.2.5 判别函数 $(a^{kx} \pm 1)/(a^{kx} \mp 1)$ 的奇偶性 ($a > 0, a \neq 1, k \neq 0$)	(5)
题型 1.1.2.6 奇、偶函数的几个性质的应用	(5)
1.1.3 函数有界性的判定	(6)
题型 1.1.3.1 判定在有限开区间内连续函数的有界性	(6)
题型 1.1.3.2 判定在无穷区间内连续函数的有界性	(7)
题型 1.1.3.3 判定分段连续函数的有界性	(7)
1.1.4 讨论函数的周期性	(8)
1.2 极限、连续	(10)
1.2.1 极限的概念与基本性质	(10)
题型 1.2.1.1 正确理解极限定义中的“ ε - N ”“ ε - δ ”“ ε - X ”语言的含义	(10)
题型 1.2.1.2 正确区别无穷大量与无界变量	(10)
题型 1.2.1.3 正确运用极限的保序性、保号性	(12)
1.2.2 求未定式极限	(13)
题型 1.2.2.1 求 $\frac{0}{0}$ 型或 $\frac{\infty}{\infty}$ 型极限	(13)
题型 1.2.2.2 求 $0 \cdot \infty$ 型极限	(17)
题型 1.2.2.3 求 $\infty - \infty$ 型极限	(18)
题型 1.2.2.4 求幂指函数型 (0^0 型、 ∞^0 型、 1^∞ 型) 极限	(18)
1.2.3 求数列极限	(22)
题型 1.2.3.1 求无穷多项和的极限	(22)
题型 1.2.3.2 求由递推关系式给出的数列极限	(27)
题型 1.2.3.3 求一般数列的极限	(28)
1.2.4 求几类子函数形式特殊的函数极限	(28)
题型 1.2.4.1 求需先考查左、右极限的函数极限	(28)
题型 1.2.4.2 求含 $1/x$ 的函数极限	(31)
题型 1.2.4.3 求含根式差的函数极限	(31)
题型 1.2.4.4 求含指数函数差的函数极限	(32)
题型 1.2.4.5 求含幂指函数的函数极限	(32)

题型 1.2.4.6	求含 $\ln f(x)$ 的函数极限, 其中 $\lim_{x \rightarrow \square} f(x) = 1$	(32)
题型 1.2.4.7	求含有界变量为因子的函数极限	(33)
题型 1.2.4.8	求含参变量 x 的函数极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(x, n)$	(33)
1.2.5	已知含未知函数的极限, 求与该函数有关的极限	(35)
1.2.6	求极限式中的待定常数	(37)
题型 1.2.6.1	求有理函数极限式中的待定常数	(37)
题型 1.2.6.2	确定分式函数极限式中的待定常数	(38)
题型 1.2.6.3	求 $\infty \pm \infty$ 型的根式极限式中的待定常数	(40)
题型 1.2.6.4	求含变限积分的极限式中的待定常数	(40)
1.2.7	比较和确定无穷小量的阶	(41)
题型 1.2.7.1	比较无穷小量的阶	(42)
题型 1.2.7.2	确定无穷小量为几阶无穷小量	(43)
题型 1.2.7.3	利用无穷小量阶的比较求待定常数	(44)
1.2.8	讨论函数的连续性及间断点的类型	(44)
题型 1.2.8.1	判别初等函数的连续性	(45)
题型 1.2.8.2	讨论分段函数的连续性	(46)
题型 1.2.8.3	讨论含参变量的极限式所定义的函数的连续性	(46)
题型 1.2.8.4	判别函数间断点的类型	(47)
1.2.9	连续函数性质的两点应用	(48)
题型 1.2.9.1	利用连续函数性质证明中值等式命题	(49)
题型 1.2.9.2	证明方程实根的存在性	(50)
1.2.10	极限在经济活动分析中的应用	(51)
题型 1.2.10.1	计算连续复利	(51)
题型 1.2.10.2	求解贴现问题	(52)
1.3	一元函数微分学	(54)
1.3.1	导数定义的三点应用	(54)
题型 1.3.1.1	讨论函数在某点的可导性	(54)
题型 1.3.1.2	利用导数定义求某些函数的极限	(58)
题型 1.3.1.3	利用导数定义求函数表达式	(59)
1.3.2	讨论分段函数的可导性及其导函数的连续性	(60)
题型 1.3.2.1	讨论分段函数的可导性	(60)
题型 1.3.2.2	讨论分段函数的导函数的连续性	(61)
题型 1.3.2.3	讨论一类特殊分段函数在其分段点的连续性、可导性及其导函数的连续性	(62)
1.3.3	讨论含绝对值的函数的可导性	(62)
题型 1.3.3.1	讨论绝对值函数 $ f(x) $ 的可导性	(62)
题型 1.3.3.2	讨论 $f(x) = \varphi(x) + g(x)$ 的可导性	(63)
1.3.4	求一元函数的导数和微分	(64)
题型 1.3.4.1	求复合函数的一阶导数与二阶导数	(64)
题型 1.3.4.2	求反函数的导数	(65)
题型 1.3.4.3	求由一个方程所确定的隐函数的导数	(66)
题型 1.3.4.4	求分段函数的一阶、二阶导数	(67)
题型 1.3.4.5	求带绝对值的函数的导数	(67)
题型 1.3.4.6	求幂指数函数及含多个因子连乘积的函数的导数	(68)

题型 1.3.4.7 求由参数方程所确定的函数的导数	(68)
题型 1.3.4.8 求某些简单函数的高阶导数	(69)
题型 1.3.4.9 求一元函数的微分	(71)
1.3.5 利用函数的连续性、可导性确定其待定常数	(73)
题型 1.3.5.1 利用函数的连续性确定其待定常数	(73)
题型 1.3.5.2 根据函数的可导性确定待定常数	(74)
1.3.6 利用微分中值定理的条件及其结论解题	(75)
1.3.7 利用罗尔定理证明中值等式	(76)
题型 1.3.7.1 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $cf'(\xi) = bg'(\xi)$, 其中 c, b 为常数	(77)
题型 1.3.7.2 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f(\xi)g'(\xi) + f'(\xi)g(\xi) = 0$	(78)
题型 1.3.7.3 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi)g(\xi) - f(\xi)g'(\xi) = 0$ ($g(\xi) \neq 0$)	(78)
题型 1.3.7.4 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) + g'(\xi)f(\xi) = 0$	(79)
题型 1.3.7.5 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) + g'(\xi)[f(\xi) - b\xi] = b$	(79)
题型 1.3.7.6 已知函数在多点处的取值情况, 证明有关的中值等式	(80)
题型 1.3.7.7 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $nf(\xi) + \xi f'(\xi) = 0$ (n 为正整数)	(81)
题型 1.3.7.8 利用定积分等式或变限定积分证明中值等式	(81)
题型 1.3.7.9 证明存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $F^{(k)}(\xi) = 0$ ($k \geq 2$)	(83)
1.3.8 拉格朗日中值定理的几点应用	(84)
题型 1.3.8.1 证明与函数差值有关的中值命题	(84)
题型 1.3.8.2 证明函数与其导数的关系	(86)
题型 1.3.8.3 证明含或可化为函数差值的不等式	(87)
题型 1.3.8.4 求中值的(极限)位置	(88)
1.3.9 利用柯西定理证明中值等式	(89)
题型 1.3.9.1 证明两函数差值之比的中值等式	(89)
题型 1.3.9.2 证明两函数导数之比的中值等式	(89)
1.3.10 证明多个中值所满足的中值等式	(90)
1.3.11 利用导数讨论函数性态	(93)
题型 1.3.11.1 证明函数在区间 I 上是一个常数	(93)
题型 1.3.11.2 证明(判别)函数的单调性	(93)
题型 1.3.11.3 利用极限式讨论函数是否取得极值	(94)
题型 1.3.11.4 利用二阶微分方程讨论函数是否取极值, 其曲线是否有拐点	(96)
题型 1.3.11.5 利用导数(值)的不等式, 讨论函数是否取极值, 其曲线是否有拐点	(96)
题型 1.3.11.6 求函数的单调区间、极值、最值	(97)
题型 1.3.11.7 求曲线凹凸区间与拐点	(98)
题型 1.3.11.8 求曲线的渐近线	(101)
题型 1.3.11.9 利用函数性态作函数图形	(103)
题型 1.3.11.10 已知函数的图形, 确定其函数或其导函数性质	(104)
题型 1.3.11.11 利用导函数的图形, 确定原来函数的性态	(104)
1.3.12 利用函数性态, 讨论方程的根	(105)
题型 1.3.12.1 讨论不含参数的方程实根的存在性及其个数	(105)
题型 1.3.12.2 讨论含参数的方程实根的个数及其所在区间	(106)
1.3.13 利用导数的性质证明或判断不等式	(106)
题型 1.3.13.1 已知 $F(a) \geq 0$ (或 $F(b) \geq 0$), 证明 $x > a$ (或 $x < b$) 时 $F(x) > 0$	(106)
题型 1.3.13.2 证明含常数加项的不等式	(109)

题型 1.3.13.3	利用函数导数值的大小比较函数值的大小	(110)
题型 1.3.13.4	证明含两个变量(常数)的函数(数值)不等式	(111)
1.3.14	一元函数微分学的几何应用	(112)
题型 1.3.14.1	求平面曲线的切线方程和法线方程	(112)
题型 1.3.14.2	求解与切线在坐标轴上的截距有关的问题	(113)
题型 1.3.14.3	求解与两曲线相切的有关问题	(114)
1.3.15	导数在经济活动分析中的应用	(115)
题型 1.3.15.1	计算弹性	(116)
题型 1.3.15.2	计算与边际成本或平均成本相关的问题	(116)
题型 1.3.15.3	求解与边际和弹性有关的应用题	(117)
题型 1.3.15.4	求解经济应用中一元函数的最值问题	(119)
1.4	一元函数积分学	(121)
1.4.1	原函数的判定及其求法	(121)
题型 1.4.1.1	函数存在原函数的条件	(121)
题型 1.4.1.2	原函数的判定	(122)
题型 1.4.1.3	求分段函数的原函数	(122)
题型 1.4.1.4	利用积分运算与微分运算的互逆关系求解与原函数有关的问题	(124)
题型 1.4.1.5	已知函数的原函数,求该函数或与该函数有关的不定积分	(124)
1.4.2	计算不定积分	(125)
题型 1.4.2.1	计算 $\int f(x)g(x)dx$	(125)
题型 1.4.2.2	计算简单无理函数的不定积分	(125)
题型 1.4.2.3	求 $\int \frac{1}{(ax+b)^k} f\left(\frac{1}{(ax+b)^{k-1}}\right) dx$, 其中 $k \neq 1$ 为正实数	(128)
题型 1.4.2.4	求 $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx$	(129)
题型 1.4.2.5	求被积函数的分母为相差常数的两函数乘积的积分	(131)
题型 1.4.2.6	求被积函数的分子、分母为 $\sin x, \cos x$ 的线性组合的不定积分	(131)
题型 1.4.2.7	求被积函数含反三角函数为因子函数的积分	(131)
1.4.3	利用定积分性质计算定积分	(132)
题型 1.4.3.1	利用其几何意义计算定积分	(132)
题型 1.4.3.2	计算对称区间上的定积分	(133)
题型 1.4.3.3	计算周期函数的定积分	(134)
题型 1.4.3.4	利用定积分的常用计算公式求其值	(135)
题型 1.4.3.5	计算被积函数含函数导数的积分	(136)
题型 1.4.3.6	比较和估计定积分的大小	(137)
题型 1.4.3.7	求解含积分值为常数的函数方程	(138)
题型 1.4.3.8	计算几类需要分子区间积分的定积分	(139)
题型 1.4.3.9	计算含参数的定积分	(140)
题型 1.4.3.10	求需换元计算的定积分	(141)
题型 1.4.3.11	求连续函数的定积分的极限	(142)
1.4.4	求解与变限积分有关的问题	(143)
题型 1.4.4.1	求含变限积分的未定式极限	(143)
题型 1.4.4.2	求变限积分的导数	(145)

题型 1.4.4.3 求变限积分的定积分	(147)
题型 1.4.4.4 计算分段函数的变限积分	(147)
题型 1.4.4.5 讨论变限积分函数的性态	(148)
1.4.5 证明定积分等式	(149)
题型 1.4.5.1 证明定积分的变换公式	(149)
题型 1.4.5.2 证明定积分中值等式	(151)
1.4.6 定积分不等式的常用证法	(152)
1.4.7 计算反常积分	(156)
题型 1.4.7.1 计算无穷区间上的反常积分	(156)
题型 1.4.7.2 判别 $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$ 与 $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}$ ($a > 0$) 的敛散性	(159)
题型 1.4.7.3 计算无界函数的反常积分	(159)
题型 1.4.7.4 判别 $\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^p}$ 与 $\int_a^b \frac{dx}{(x-a)^p}$ 的敛散性	(161)
题型 1.4.7.5 判别混合型反常积分的敛散性,如收敛计算其值	(161)
1.4.8 定积分的应用	(162)
题型 1.4.8.1 已知曲线方程,求其所围平面图形的面积	(162)
题型 1.4.8.2 求旋转体体积	(163)
题型 1.4.8.3 求解几何应用与最值问题相结合的应用题	(166)
题型 1.4.8.4 已知曲线所围平面图形的面积(或其旋转体体积)反求该曲线	(168)
题型 1.4.8.5 求函数在区间上的平均值	(168)
题型 1.4.8.6 由变化率求原经济函数或其变化值	(168)
题型 1.4.8.7 由边际函数求(最优)总函数	(169)
1.5 多元函数微积分学	(171)
1.5.1 二(多)元函数微分学中的几个概念	(171)
题型 1.5.1.1 判别二元函数的极限、连续、可偏导及可微之间的相互关系	(172)
题型 1.5.1.2 用定义判别二元函数在某点是否可微	(173)
1.5.2 计算偏导数与全微分	(174)
题型 1.5.2.1 计算显函数的偏导数	(174)
题型 1.5.2.2 求带抽象函数记号的复合函数偏导数	(175)
题型 1.5.2.3 计算由一个方程确定的隐函数的(偏)导数	(178)
题型 1.5.2.4 求由方程组确定的隐函数的(偏)导数	(179)
题型 1.5.2.5 变换含一阶、二阶偏导数的表达式	(181)
题型 1.5.2.6 求二元函数的全微分	(181)
1.5.3 多元函数微分学的应用	(182)
题型 1.5.3.1 求二元函数的极值和最值	(182)
题型 1.5.3.2 求二(多)元函数的条件极值	(185)
1.5.4 用直角坐标系计算二重积分	(187)
题型 1.5.4.1 根据积分区域选择积分次序计算二重积分	(187)
题型 1.5.4.2 根据被积函数选择积分次序计算二重积分	(188)
题型 1.5.4.3 证明二次积分等于单积分	(191)
题型 1.5.4.4 利用对称性简化计算二重积分	(191)
题型 1.5.4.5 分块计算二重积分	(194)

题型 1.5.4.6	计算无界区域上较简单的二重积分	(195)
1.5.5	用极坐标系计算二重积分	(198)
题型 1.5.5.1	计算圆域 $x^2 + y^2 \leq a^2 (a > 0)$ 上的二重积分	(198)
题型 1.5.5.2	计算圆域 $x^2 + y^2 \leq 2ax (a > 0)$ 上的二重积分	(199)
题型 1.5.5.3	计算圆域 $x^2 + y^2 \leq -2ax (a > 0)$ 上的二重积分	(199)
题型 1.5.5.4	计算圆域 $x^2 + y^2 \leq 2by (b > 0)$ 上的二重积分	(200)
题型 1.5.5.5	计算圆域 $x^2 + y^2 \leq -2by (b > 0)$ 上的二重积分	(201)
题型 1.5.5.6	计算圆域 $x^2 + y^2 \leq 2ax + 2by + c$ 上的二重积分	(201)
1.5.6	交换二次积分次序与转换二次积分	(202)
题型 1.5.6.1	交换二(累)次积分的积分次序	(202)
题型 1.5.6.2	转换二次积分	(204)
1.5.7	求含二重积分的极限	(205)
1.6	无穷级数	(206)
1.6.1	判别常数项级数的敛散性	(206)
题型 1.6.1.1	判别正项级数的敛散性	(206)
题型 1.6.1.2	判别交错级数的敛散性	(210)
题型 1.6.1.3	判别任意项级数的敛散性	(212)
1.6.2	求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域	(218)
1.6.3	求级数的和函数	(220)
题型 1.6.3.1	求 $\sum_{n=1}^{\infty} P(n)x^n$ 的和函数, 其中 $P(n)$ 为 n 的多项式	(220)
题型 1.6.3.2	求 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{Q(n)}x^n$ 的和函数, 其中 $Q(n)$ 为 n 的多项式	(222)
题型 1.6.3.3	求 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{P(n)}{Q(n)}x^n$ 的和函数, 其中 $P(n)$ 及 $Q(n)$ 为 n 的多项式	(224)
题型 1.6.3.4	求其系数分母为连乘积的幂级数的和函数	(225)
题型 1.6.3.5	求数项级数的和	(227)
1.6.4	初等函数展为幂级数与简单幂级数求和	(227)
题型 1.6.4.1	初等函数 $f(x)$ 展为幂级数	(227)
题型 1.6.4.2	求函数 $f(x)$ 的 n 阶导数 $f^{(n)}(x_0)$	(231)
题型 1.6.4.3	利用幂级数的展开式求数列通项 a_n	(231)
1.7	常微分方程与差分方程	(233)
1.7.1	求解一阶线性微分方程	(233)
题型 1.7.1.1	求解变量可分离的微分方程	(233)
题型 1.7.1.2	求解齐次微分方程	(233)
题型 1.7.1.3	求解一阶线性微分方程	(234)
题型 1.7.1.4	求解以 x 为因变量, y 为自变量的一阶微分方程	(236)
题型 1.7.1.5	求以分段函数为非齐次项或系数的一阶微分方程的连续解	(237)
题型 1.7.1.6	求解可化为一阶微分方程的函数方程	(238)
1.7.2	求解二阶常系数线性微分方程	(239)
题型 1.7.2.1	求解二阶常系数齐次线性微分方程	(239)
题型 1.7.2.2	求解二阶常系数非齐次线性微分方程	(240)
题型 1.7.2.3	变换已知的函数方程或微分方程为新的形式, 并求其解	(241)

1.7.2.4 已知线性微分方程,求具有某性质的特解	(244)
1.7.3 已知特解,反求其二阶常系数线性方程	(244)
1.7.3.1 已知特解,反求其二阶齐次方程	(244)
1.7.3.2 已知特解,反求其二阶非齐次方程	(245)
1.7.4 微分方程的简单应用	(246)
1.7.4.1 求解与几何量有关的问题	(246)
1.7.4.2 求解简单的经济应用题	(246)
1.7.5 常系数线性差分方程	(248)
1.7.5.1 求解一阶常系数齐次差分方程	(248)
1.7.5.2 求解一阶非齐次差分方程	(248)
1.7.5.3 求解二阶常系数非齐次差分方程	(252)
第2篇 线性代数	
2.1 计算行列式	(254)
2.1.1 计算数字型行列式	(254)
2.1.1.1 计算非零元素(主要)在一条或两条线上的行列式	(254)
2.1.1.2 计算非零元素在三条线上的行列式	(256)
2.1.1.3 计算行(列)和相等的行列式	(257)
2.1.1.4 计算范德蒙行列式	(258)
2.1.1.5 求代数余子式之和的值	(259)
2.1.1.6 计算 n 阶可逆矩阵的所有代数余子式的和	(260)
2.1.1.7 求行列式中含某因子的所有项	(260)
2.1.2 计算抽象矩阵的行列式	(261)
2.1.2.1 计算由行(列)向量表示的矩阵的行列式的值	(261)
2.1.2.2 计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式	(262)
2.1.2.3 计算含零子块的四分块矩阵的行列式	(263)
2.1.2.4 证明方阵的行列式等于零	(263)
2.1.3 克拉默法则的应用	(264)
2.2 矩阵	(267)
2.2.1 证明矩阵的可逆性	(267)
2.2.1.1 证明矩阵可逆	(267)
2.2.1.2 证明和(差)矩阵可逆	(269)
2.2.1.3 证明方阵为不可逆矩阵	(270)
2.2.2 矩阵元素给定,求其逆矩阵的方法	(270)
2.2.3 求解与伴随矩阵有关的问题	(272)
2.2.3.1 计算与伴随矩阵有关的矩阵行列式	(272)
2.2.3.2 求与伴随矩阵有关的矩阵的逆矩阵	(273)
2.2.3.3 求与伴随矩阵有关的矩阵的秩	(274)
2.2.3.4 求伴随矩阵	(275)
2.2.3.5 证明伴随矩阵的性质	(276)
2.2.4 计算方阵高次幂的方法	(276)

2.2.5 求矩阵的秩	(281)
题型 2.2.5.1 求元素具体给定的矩阵的秩	(281)
题型 2.2.5.2 求抽象矩阵的秩	(282)
题型 2.2.5.3 已知矩阵的秩,求其待定常数	(285)
2.2.6 分块矩阵乘法运算的应用	(286)
2.2.7 初等变换与初等矩阵的关系的应用	(288)
题型 2.2.7.1 用初等矩阵表示初等变换	(288)
题型 2.2.7.2 利用初等矩阵的性质计算矩阵	(288)
题型 2.2.7.3 利用矩阵的初等变换性质解题	(289)
2.2.8 求解矩阵方程	(290)
题型 2.2.8.1 求解含单位矩阵 E 加项的矩阵方程	(290)
题型 2.2.8.2 求解未知矩阵前或(和)后的系数矩阵可逆的矩阵方程	(291)
题型 2.2.8.3 求解含多个未知矩阵的矩阵方程	(292)
题型 2.2.8.4 已知一矩阵方程,求方程中某矩阵的行列式	(294)
2.2.9 求解与矩阵等价的有关问题	(294)
题型 2.2.9.1 判别两矩阵等价	(295)
题型 2.2.9.2 利用矩阵等价的性质求解有关问题	(295)
2.3 向量	(297)
2.3.1 判别向量组线性相关、线性无关	(297)
题型 2.3.1.1 用线性相关性定义做选择题、填空题	(297)
题型 2.3.1.2 判别分量已知的向量组的线性相关性	(298)
题型 2.3.1.3 证明几类向量组的线性相关性	(300)
题型 2.3.1.4 已知向量组的线性相关性,求其待定常数	(305)
2.3.2 判定向量能否由向量组线性表示	(306)
题型 2.3.2.1 判定分量已知的向量能否由向量组线性表示	(306)
题型 2.3.2.2 判断一抽象向量能否由向量组线性表示	(307)
题型 2.3.2.3 判别一向量组可否由另一向量组线性表示	(308)
2.3.3 两向量组等价的判别方法及常用证法	(309)
2.3.4 向量组的秩与极大线性无关组的求(证)法	(312)
题型 2.3.4.1 求分量给出的向量组的秩及其极大无关组	(312)
题型 2.3.4.2 将向量用极大线性无关组线性表示	(313)
题型 2.3.4.3 求解(证明)与向量组的秩有关的问题	(314)
题型 2.3.4.4 证一向量组为一极大无关组	(316)
2.3.5 将线性无关向量组正交规范化	(316)
2.4 线性方程组	(318)
2.4.1 判定线性方程组解的情况	(318)
题型 2.4.1.1 判定齐次线性方程组解的情况	(318)
题型 2.4.1.2 判定非齐次线性方程组解的情况	(321)
2.4.2 由其解反求方程组或其参数	(322)
题型 2.4.2.1 已知 $AX = 0$ 的解的情况,反求 A 中参数	(322)
题型 2.4.2.2 已知 $AX = b$ 的解的情况,反求方程组中参数	(323)
题型 2.4.2.3 已知其基础解系,求该方程组的系数矩阵	(324)
2.4.3 证明一组向量为基础解系	(325)

2.4.4	基础解系和特解的简便求法	(327)
2.4.5	求解含参数的线性方程组	(328)
2.4.5.1	求解方程个数与未知数个数相等的含参数的线性方程组	(328)
2.4.5.2	求解方程个数与未知数个数不等的含参数的线性方程组	(333)
2.4.5.3	求解参数仅出现在常数项的线性方程组	(333)
2.4.5.4	求解通解满足一定条件的含参数的方程组	(334)
2.4.5.5	求解有无穷多解的矩阵方程	(335)
2.4.6	求抽象线性方程组的通解	(337)
2.4.6.1	A 没有具体给出, 求 $AX = 0$ 的通解	(337)
2.4.6.2	已知 $AX = b$ 的特解, 求其通解	(338)
2.4.6.3	利用线性方程组的向量形式求(证明)其解	(339)
2.4.7	求两线性方程组的非零公共解	(340)
2.4.7.1	求两齐次线性方程组的非零公共解	(340)
2.4.7.2	证明两齐次线性方程组有非零公共解	(342)
2.4.7.3	讨论两方程组同解的有关问题	(342)
2.5	矩阵的特征值、特征向量	(344)
2.5.1	求矩阵的特征值、特征向量	(344)
2.5.1.1	求元素已给出的矩阵的特征值、特征向量	(344)
2.5.1.2	求(证明)抽象矩阵的特征值、特征向量	(346)
2.5.2	由特征值和(或)特征向量反求其矩阵	(348)
2.5.2.1	由特征值和(或)特征向量反求其矩阵的待定常数	(348)
2.5.2.2	已知特征值、特征向量, 反求其矩阵	(350)
2.5.3	已知一矩阵的特征值、特征向量, 求相关联矩阵的特征值、特征向量	(351)
2.5.4	判别或证明矩阵是否可对角化	(353)
2.5.4.1	判别元素给定的矩阵是否可对角化	(353)
2.5.4.2	判别或证明含重特征值的矩阵是否可对角化	(354)
2.5.4.3	判别或证明满足抽象矩阵等式的矩阵是否可对角化	(355)
2.5.5	相似矩阵的判别及其性质的简单应用	(356)
2.5.5.1	判定两矩阵是否相似	(356)
2.5.5.2	相似矩阵性质的简单应用	(358)
2.5.6	与两矩阵相似有关的计算	(360)
2.5.6.1	n 阶矩阵 A 可相似对角化, 求 A 中待定常数及可逆矩阵 P , 使 $P^{-1}AP = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ (λ_i 为 A 的特征值)	(360)
2.5.6.2	求 n 阶实对称矩阵 A 中待定常数及正交矩阵 Q , 使 $Q^{-1}AQ = Q^T AQ = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ (λ_i 为 A 的特征值)	(361)
2.5.6.3	A 为实对称矩阵, 求与其相似的对角矩阵 A	(363)
2.5.6.4	已知矩阵 A 和可逆阵 P , 使 $P^{-1}AP = B$, 求方阵 B	(364)
2.5.6.5	计算相似矩阵的高次幂(详见 2.2.4 节)	(364)
2.6	二次型	(365)
2.6.1	求二次型的矩阵及其秩	(365)
2.6.1.1	用矩阵形式表示二次型	(365)
2.6.1.2	求二次型的秩	(366)
2.6.2	化标准形及由标准形确定二次型	(367)

题型 2.6.2.1 化二次型为标准形、规范形	(368)
题型 2.6.2.2 将实对称矩阵合同对角化	(374)
题型 2.6.2.3 由二次型的标准形确定该二次型	(376)
2.6.3 判别(证明)实二次型(实对称矩阵)的正定性	(376)
题型 2.6.3.1 判别或证明具体给定的二次型或其矩阵的正定性	(376)
题型 2.6.3.2 判别或证明抽象的二次型(实对称矩阵)的正定性	(377)
题型 2.6.3.3 确定参数值或其取值范围使二次型或其矩阵正定	(380)
2.6.4 判别两矩阵是否合同	(381)
题型 2.6.4.1 判别(证明)两实对称矩阵合同	(381)
题型 2.6.4.2 判别(证明)两矩阵不合同	(382)
2.6.5 讨论矩阵等价、相似及合同的关系	(383)

第 3 篇 概率论与数理统计

3.1 随机事件和概率	(386)
3.1.1 随机事件间的关系及其运算	(386)
题型 3.1.1.1 描绘随机试验的样本空间	(386)
题型 3.1.1.2 用式子表示事件关系	(386)
题型 3.1.1.3 利用事件运算的性质或图示法简化事件算式	(387)
题型 3.1.1.4 求满足一定条件的事件关系	(387)
3.1.2 直接计算随机事件的概率	(388)
题型 3.1.2.1 计算古典型概率	(388)
题型 3.1.2.2 计算几何型概率	(390)
题型 3.1.2.3 计算伯努利概型中事件的概率	(391)
3.1.3 间接计算随机事件的概率	(392)
题型 3.1.3.1 计算和、差、积事件的概率	(392)
题型 3.1.3.2 求与包含关系有关的事件的概率	(395)
题型 3.1.3.3 计算与互斥事件有关的事件的概率	(395)
题型 3.1.3.4 求与条件概率有关的事件的概率	(396)
题型 3.1.3.5 求与他事件有关的单个事件的概率	(396)
题型 3.1.3.6 判别或证明事件概率不等式	(397)
3.1.4 几个计算概率公式的实际应用	(397)
题型 3.1.4.1 用加法公式求解实际应用题	(397)
题型 3.1.4.2 用条件概率与概率的乘法公式求解实际应用题	(398)
题型 3.1.4.3 用全概率公式和逆概率(贝叶斯)公式求解实际应用题	(399)
题型 3.1.4.4 利用抽签原理计算事件概率	(402)
3.1.5 判别事件的独立性	(402)
题型 3.1.5.1 判别(证明)两事件相互独立	(402)
题型 3.1.5.2 判别(证明) $n(n > 2)$ 个事件相互独立	(405)
3.2 一维随机变量及其分布	(407)
3.2.1 分布列、概率密度及分布函数性质的应用	(407)
题型 3.2.1.1 判别分布列、概率密度及分布函数	(408)

题型 3.2.1.2	利用分布的性质,确定待定常数或所满足的条件	(410)
题型 3.2.1.3	求随机变量落在某点或某区间上的概率	(411)
3.2.2	求分布列(概率分布)、概率密度及分布函数	(412)
题型 3.2.2.1	求概率分布(分布律)及分布函数	(412)
题型 3.2.2.2	求连续型或混合型随机变量的分布函数或其取值	(414)
题型 3.2.2.3	求概率密度	(417)
3.2.3	利用常用分布计算事件的概率	(418)
题型 3.2.3.1	利用二项分布计算伯努利概型中事件的概率	(418)
题型 3.2.3.2	利用超几何分布计算事件的概率	(420)
题型 3.2.3.3	利用几何分布计算事件的概率	(421)
题型 3.2.3.4	利用泊松分布计算事件的概率	(421)
题型 3.2.3.5	利用均匀分布计算事件的概率	(422)
题型 3.2.3.6	利用指数分布计算事件的概率	(423)
题型 3.2.3.7	利用正态分布计算事件的概率	(424)
题型 3.2.3.8	利用相关分布与二项分布相结合计算事件的概率	(427)
3.2.4	求随机变量函数的分布	(428)
题型 3.2.4.1	求离散型随机变量函数的概率分布	(428)
题型 3.2.4.2	求连续型随机变量函数的分布	(429)
题型 3.2.4.3	讨论随机变量函数分布的性质	(433)
3.3	二维随机变量的联合概率分布	(434)
3.3.1	求二维随机变量的分布	(434)
题型 3.3.1.1	求二维离散型随机变量的联合分布律	(434)
题型 3.3.1.2	求二维随机变量的边缘分布	(438)
题型 3.3.1.3	由联合分布、边缘分布求条件分布	(441)
题型 3.3.1.4	由条件分布反求联合分布、边缘分布	(443)
题型 3.3.1.5	已知分区域定义的联合密度,求其分布函数	(445)
3.3.2	随机变量的独立性	(446)
题型 3.3.2.1	判别两随机变量的独立性	(446)
题型 3.3.2.2	利用独立性确定联合分布中的待定常数	(450)
3.3.3	计算二维随机变量取值的概率	(451)
题型 3.3.3.1	计算两离散型随机变量运算后取值的概率	(451)
题型 3.3.3.2	求二维连续型随机变量落入平面区域内的概率	(453)
题型 3.3.3.3	求与 $\max\{X,Y\}$ 或(和) $\min\{X,Y\}$ 有关的概率	(454)
题型 3.3.3.4	求系数为随机变量的二次方程有根、无根的概率	(455)
题型 3.3.3.5	已知系数为随机变量的二次方程有根、无根的概率,反求该随机变量的分布	(455)
3.3.4	求二维随机变量函数的分布	(455)
题型 3.3.4.1	已知 (X,Y) 的联合分布律,求 $Z = g(X,Y)$ 的分布律	(455)
题型 3.3.4.2	求两连续型随机变量的简单函数的分布	(457)
题型 3.3.4.3	求分布连续型和离散型的两随机变量的简单函数的分布	(461)
题型 3.3.4.4	已知 X,Y 的分布,求 $\max\{X,Y\}$ 与 $\min\{X,Y\}$ 的分布	(461)

3.4 随机变量的数字特征	(464)
3.4.1 求一维随机变量的数字特征	(464)
题型 3.4.1.1 求随机变量的数学期望与方差	(464)
题型 3.4.1.2 求随机变量函数的数学期望与方差	(469)
题型 3.4.1.3 计算随机变量的矩	(472)
3.4.2 求二维随机变量的数字特征	(472)
题型 3.4.2.1 求 (X,Y) 的函数 $g(X,Y)$ 的数学期望和方差	(472)
题型 3.4.2.2 计算协方差和相关系数	(478)
3.4.3 计算两类分布的数字特征	(486)
题型 3.4.3.1 计算二维正态分布的数字特征	(486)
题型 3.4.3.2 计算 $Z = \max\{X,Y\}$ 或 $(和)W = \min\{X,Y\}$ 的数字特征	(487)
3.4.4 讨论随机变量相关性与独立性的关系	(490)
题型 3.4.4.1 确定两随机变量相关与不相关	(490)
题型 3.4.4.2 讨论相关性与独立性的关系	(491)
3.4.5 已知数字特征,求分布中的待定常数	(492)
3.4.6 求解两类综合应用题型	(493)
题型 3.4.6.1 求解与数字特征有关的实际应用题	(494)
题型 3.4.6.2 求解概率论与其他数学分支的综合应用题	(496)
3.5 大数定律和中心极限定理	(498)
3.5.1 用切比雪夫不等式估计事件的概率	(498)
3.5.2 大数定律成立的条件和结论	(500)
题型 3.5.2.1 利用三个大数定律成立的条件解题	(502)
题型 3.5.2.2 求随机变量序列依概率的收敛值	(504)
3.5.3 两个中心极限定理的简单应用	(504)
题型 3.5.3.1 利用棣莫弗-拉普拉斯定理近似计算事件的概率	(505)
题型 3.5.3.2 已知随机变量取值的概率,估计取值范围	(505)
题型 3.5.3.3 应用列维-林德伯格中心极限定理的条件和结论解题	(506)
题型 3.5.3.4 近似计算 n 个随机变量之和取值的概率	(507)
题型 3.5.3.5 已知 n 个随机变量之和取值的概率,求个数 n	(508)
3.6 数理统计初步	(509)
3.6.1 求解统计量分布有关的问题	(509)
题型 3.6.1.1 求解与统计量分布有关的基本概念问题	(509)
题型 3.6.1.2 求统计量的分布及其分布参数	(511)
题型 3.6.1.3 求统计量取值的概率	(517)
题型 3.6.1.4 已知统计量取值的概率,反求取值范围	(519)
题型 3.6.1.5 求统计量的数字特征	(520)
题型 3.6.1.6 求经验分布函数	(522)
3.6.2 参数估计	(523)
题型 3.6.2.1 求总体分布中未知参数的矩估计量(值)	(523)
题型 3.6.2.2 求未知参数的极(最)大似然估计量(值)	(526)
附录一 经典常考题型同步测试题	(531)
附录二 习题答案与提示	(589)