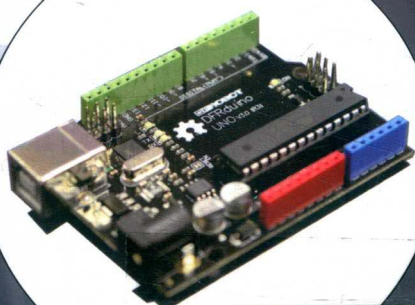


MEMS

电子元器件

非线性动力学

李高峰 杨志安 著



中国建材工业出版社

唐山学院学术著作出版资助经费资助出版

MEMS 电子元器件非线性动力学

李高峰 杨志安 著



中国建材工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

MEMS 电子元器件非线性动力学/李高峰, 杨志安著

· --北京: 中国建材工业出版社, 2019. 9

ISBN 978-7-5160-2612-0

I. ①M… II. ①李… ②杨… III. ①电子元器件—非线性力学—动力学 IV. ①TN6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 155449 号

内容提要

将非线性动力学理论应用于 MEMS 系统, 为工程应用提供理论依据, 是作者研究课题和出版本书的初衷所在。作者结合多年研究成果, 以阐述电子元器件的非线性动力学的基本概念和研究方法为主, 从非线性电路入手, 在非线性电容 RLC 串联电路的非线性动力学、RLC 电路与弹簧耦合系统的非线性动力学、RLC 电路与微梁耦合系统的非线性动力学等方面介绍了 MEMS 动力学的发展及应用。

本书可作为机械及电子相关专业本科生、研究生的教材, 也可供有关技术人员参考。

MEMS 电子元器件非线性动力学

MEMS Dianzi Yuanqijian Feixianxing Donglixue

李高峰 杨志安 著

出版发行: 中国建材工业出版社

地 址: 北京市海淀区三里河路 1 号

邮 编: 100044

经 销: 全国各地新华书店

印 刷: 北京鑫正大印刷有限公司

开 本: 787mm×1092mm 1/16

印 张: 7

字 数: 215 千字

版 次: 2019 年 9 月第 1 版

印 次: 2019 年 9 月第 1 次

定 价: 38.00 元

本社网址: www.jecbs.com, 微信公众号: zgjcgycbs

请选用正版图书, 采购、销售盗版图书属违法行为

版权专有, 盗版必究。本社法律顾问: 北京天驰君泰律师事务所, 张杰律师

举报信箱: zhangjie@tiantailaw.com 举报电话: (010) 68343948

本书如有印装质量问题, 由我社市场营销部负责调换, 联系电话: (010) 88386906

前 言

MEMS 技术是 21 世纪高科技市场影响未来世界的、关系到国家科技发展及国防安全和经济繁荣的关键技术,是新的高技术产业生长点,是一场新的产业革命,它将会对所有的科技领域产生冲击和影响。MEMS 器件随着尺寸减小、精度提高、性能的不断改善,面临着各种需要解决的力学问题。对于各类微谐振器、微陀螺仪等,深入研究其在复杂环境下非线性振动行为以及各种动力学耦合机制,有助于 MEMS 器件的优化设计和应用拓宽。MEMS 技术是人类科技发展过程中的一次重大技术整合,能够完成真正意义上的微小型系统集成,极大地改善人类生存方式与生活质量,也将会带动一个充满活力的产业迅速成长。

MEMS 一般是指特征尺寸介于微米与毫米之间,集微型传感器、执行器以及信号处理、控制和驱动电路于一体的,自动性能高的机电耦合微型机械装置,它的学科基础涉及现代光学、微电子学、力学、热学、声学、磁学、自动控制、仿生学、材料科学、化学等领域。MEMS 技术是一门多学科深度交叉融合的综合技术。MEMS 动力学特性,尤其是其振动特性、非线性动力学特性、动力学设计与控制、动态测试与实验及可靠性等方面的研究尤为重要。非线性科学是研究世界的本质复杂现象的一门新科学。无线电技术促使了非线性振动理论的诞生。从实际问题中建立起来的动力学模型一般是非线性的,由于非线性因素,当系统的控制参数受干扰发生变化时,系统将产生丰富且复杂的动力学行为。

本书是作者多年科研成果的总结,以阐述电子元器件的非线性动力学的基本概念和研究方法为主,从非线性电路入手,在非线性电容 RLC 串联电路的非线性动力学、RLC 电路与弹簧耦合系统的非线性动力学、RLC 电路与微梁耦合系统的非线性动力学等方面介绍了 MEMS 动力学的发展及应用。将非线性动力学理论应用于 MEMS 系统,为工程应用提供理论依据,是作者研究课题和出版本书的初衷所在。

本书分为 5 章,采用递进式论述。第 1 章绪论是基础准备部分,简要介绍了非线性动力学和 MEMS 的研究简史、MEMS 研究进展和机电耦联动力学。第 2 章是非线性电路基本理论,也是 MEMS 电子元器件的基础部分,通过介绍非线性电阻、非线性电容和非线性电感、非线性电路方程,对 MEMS 系统知识进行了梳理,也对 MEMS 电子元器件非线性动力学研究的必要性进行了阐述。第 3 章是非线性电容 RLC 串联电路的动力学,首先从电容式位移传感器入手,以此推导出具有一般意义的线性电容 RLC 串联电路模型,对其主共振、亚谐共振和超谐共振的非线性动力学进行研究。第 4 章是 RLC 电路与弹簧耦合系统的非线性动力学,从线性电感系统的非线性耦合电路、非线性电感单自由度系统动力学和非线性电感双自由度系统动力学三个方面进行了研究。第 5 章是 RLC 电路与微梁耦合系统的非线性动力学研究,从 RLC 电路与微梁耦合系统的

建模、分析主共振和 $1/3$ 次亚谐共振的动力学进行了研究。

本书在编写过程中得到了唐山学院相关部门领导及同人的大力支持。同时，也借鉴了国内外众多专家相关领域学术研究成果。本书的出版得到了河北省自然科学基金项目(A2009000097)、河北省高等学校科学技术研究项目(ZD2017307)、唐山市科技计划项目(15130262a)的资助，本书同时也是项目研究内容的一部分。另外，在本书的出版过程中，得到了出版社编辑的关心和支持，在此一并向他们表示衷心的感谢。

由于编者学识能力所限，本书不足之处在所难免，恳请读者不吝赐教和批评指正。

李高峰

2019 年 8 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 非线性动力学	1
1.2 机电耦联动力学	3
1.3 MEMS 非线性动力学	3
1.4 电子元器件的非线性动力学	5
第 2 章 非线性电路	9
2.1 非线性电阻电路	10
2.2 非线性电容和非线性电感电路	13
2.3 非线性电路的方程	14
2.3.1 一阶非线性电路	14
2.3.2 二阶非线性电路的状态平面	16
2.3.3 非线性振荡电路	18
2.3.4 非线性机电回路方程	19
第 3 章 非线性电容 RLC 串联电路的动力学	22
3.1 电容式位移传感器的动力学	22
3.1.1 电容式位移传感器的等效模型	23
3.1.2 分叉混沌共振分析	24
3.1.3 分岔曲线拓扑结构	28
3.1.4 复杂运动分析	29
3.2 RLC 串联电路的主共振	31
3.2.1 RLC 串联电路的振动方程	31
3.2.2 主共振理论分析	32
3.2.3 主共振数值分析	34
3.2.4 Simulink 仿真分析	36
3.3 RLC 串联电路的超谐共振	38
3.3.1 2 次超谐共振	38
3.3.2 3 次超谐共振	42
3.4 RLC 串联电路的亚谐共振	47
3.4.1 $1/2$ 次亚谐共振	47
3.4.2 $1/3$ 次亚谐共振	52

第 4 章 RLC 电路与弹簧耦合动力学 59

4.1 线性电感系统的非线性耦合电路 59

4.2 非线性电感单自由度系统动力学 60

4.2.1 数学模型 61

4.2.2 主共振的动力学 62

4.3 非线性电感双自由度系统动力学 64

第 5 章 RLC 串联电路与微梁耦合动力学 69

5.1 RLC 电路与微梁耦合系统 70

5.1.1 受简谐激励的斜梁的动力学 70

5.1.2 RLC 电路与微梁耦合系统数学模型 79

5.2 RLC 电路与微梁系统的主共振 85

5.2.1 主共振理论分析 85

5.2.2 动力学分析 87

5.2.3 仿真模型的建立 91

5.3 RLC 电路与微梁系统的 1/3 次亚谐共振 93

5.3.1 动力学分析 94

5.3.2 仿真模型分析 97

参考文献 99

第 1 章 绪 论

微型机械电力系统 (Micro-Electro-Mechanical Systems, MEMS, 简称微机电系统) 技术是 21 世纪发展的具有革命性的高新技术, 在航空航天、精密仪器、生物技术、人工智能等领域有着广泛的应用, 是国家中长期科学和技术发展规划纲要明确指出的重要发展方向。随着器件尺寸减小、精度提高、性能的不断改善, MEMS 面临着各种需要解决的力学问题。对于各类微谐振器、微陀螺仪等, 深入研究其在复杂环境下非线性振动行为以及各种动力学耦合机制有助于 MEMS 器件的优化设计和应用拓宽。

非线性科学是研究世界本质复杂现象的一门新科学。无线电技术促使非线性振动理论诞生。从实际问题中建立起来的动力学模型一般是非线性的, 由于非线性因素, 当系统的控制参数受干扰发生变化时, 系统将产生丰富且复杂的动力学行为。

1.1 非线性动力学

非线性动力学是研究非线性动态系统各类运动状态的定性和定量变化规律, 尤其是系统的长时间运动模式演化行为中的复杂性的科学 (陈立群, 《非线性动力学》)。一个动力系统, 若其基本力学量的运动由非线性方程描述, 则称作非线性动力学系统。工程、物理、化学、生物、电磁, 甚至天体、地质动力系统随时间而变化, 可用非线性方程 (包括常微、偏微、代数等方程) 来描述, 称为非线性动力系统。动力系统理论起源于 19 世纪末对动力学行为中常微分方程的定性研究。到了 20 世纪 60 年代, 随着微分几何和微分拓扑理论的发展, 动力系统理论取得了重大的进展, 在物理、化学、生态学、经济学、控制理论、数值计算等各个领域都得到广泛的应用, 成为当代最活跃的数学分支之一。非线性动力学形成新的分支学科, 涉及多个学科 (应用数学、一般力学、物理学等) 的交叉。

非线性动力学问题的研究具有深刻的理论意义。在混沌现象广为人知以前, 对自然界的描述分成随机性和确定性截然不同的两类。确定性系统具有决定论的性质。非线性动力学的研究导致了一种新的实验方式 (即数值实验) 的产生和广泛应用。非线性动力学的研究也促进了数学、物理学、力学中相关学科的发展, 在工程技术、生物医学和社会科学中也有广阔的应用前景。

非线性动力系统的行为, 揭示非线性对系统动力学行为的影响。非线性现象具有内在规律, 掌握这些规律就有可能利用非线性现象创造出线性动力系统所不具备的功能。例如, 自激振动原理已被广泛应用于振荡电路, 多解现象被用来对系统状态进行切换, 混沌现象被用来进行保密通信、提高振动机械的工作效率等。

非线性动力学问题的求解一般非常困难, 只有极个别的简单问题有精确解。由于线

性系统的叠加原理不适用于非线性系统，这些简单问题的解无法叠加组成复杂问题的解。研究非线性动力学问题的第一步是通过力学理论或实验建立研究对象的数学模型。在现有的非线性振动教科书和专著中，通常不涉及理论建模，而将其归于理论力学、材料力学、分析力学等前期课程或多体动力学、非线性弹性理论等专门课程。解析方法是一种定量方法。研究方法常用的是谐波平衡法、摄动法、平均法、渐近法和多尺度法等近似解析方法。拓扑方法是一种定性方法，从几何观点描述系统的动力学行为。解析方法和拓扑方法可以互相补充，拓扑方法可以得到动态系统大范围的结果，定量方法可以对一个确定的小范围给出定量结果。

工程系统中广泛存在非线性力（如电场力、磁场力、万有引力等）、运动学非线性（如法向加速度、哥氏加速度等）、几何非线性（如非线性本构关系等）、材料非线性和弹性大变形等。工程实际问题在建立数学模型时应该为非线性系统。当非线性因素较强时，用线性化或等效线性化理论得出的结果无法解释实际现象。早在 1940 年，《工程师们和非线性问题打交道》一书中就强调了非线性问题在工程中的重要性。

非线性动力学在工程中的重要性主要体现在以下几个方面：

（1）非线性动力学表明简单的数学模型可能产生复杂的动力学行为，可应用于时间序列的非线性建模、预测以及控制。

（2）非线性动力学揭示了不规则的噪声信号可能产生于低阶的确定性非线性系统，为噪声的抑制提供了新的思路。

（3）非线性动力学对于系统全局和长期性态的分析结果，可用于数值仿真结果可靠性的研究。

（4）非线性动力学为实验研究提供了新的概念和方法，在传统的频谱分析之外可以测量、确定、识别混沌运动的一些特征。

数值工程中的非线性动力学问题虽千差万别，解决的途径却往往具有共同性。其共同的前提是建立系统的数学模型。非线性动力学作为一般力学的分支学科，重点讨论系统模型的分析。在工程系统的数学模型的基础上，可以对非线性系统进行分析、仿真、优化和控制。

实际工程的动力系统总含有各种各样的非线性因素，例如机械系统中的间隙、干摩擦、轴承油膜，结构系统的大变形、非线性材料本构关系，控制系统的非线性控制策略等。线性系统只是真实动力系统的一种简化模型，只能逼近真实系统动力学行为，被忽略的非线性因素有时会在分析和计算中引起无法接受的误差。特别对于系统的长时间历程动力学问题，即使略去很微弱的非线性因素，也常常会在分析和计算中出现本质性的错误。为了说明这一观点，我们列举若干种依靠线性系统理论无法解释的动力学现象。

例如，无阻尼单摆的微振动可以由单自由度线性系统来描述，其自由振动频率与摆的初始状态无关。但随着初始摆角增大，摆的自由振动将呈现非线性，自由振动频率会随着初始摆角的增加而降低。

许多未受外激励的非线性系统会发生所谓自激振动。其典型表现是：如果对处于平衡位置的系统给予一极小的扰动，系统会偏离平衡位置而发生幅值越来越大的振动，但当振动幅值大到一定程度后便趋于某一定值，形成周期振动，其振幅和周期均与系统初

始状态无关。产生自激振动的原因在于这类系统具有不容忽略的非线性阻尼。

在简谐激励下,线性阻尼系统的稳态响应是唯一的、与激励频率相同的简谐振动。然而,受简谐激励的非线性系统会发生多频振动现象和多解现象。即系统的稳态振动具有周期性,但具有与简谐激励不同的频率,其傅里叶(Fourier)频谱呈现多个峰;系统存在多种可能的稳态振动,不同的初始状态会导致不同的稳态振动。

1.2 机电耦联动力学

机电耦合系统广泛存在于生产实际,机电耦合系统动力学是研究机械、力学、电路、电场、磁场耦合系统动力学规律的交叉学科。研究动力学问题,建立研究对象的运动方程至关重要。机电耦合系统动力学就是要用数学、力学、电路、电磁场等理论建立系统的力学模型和数学模型,即建立反映力学模型与系统作用特征的动力学方程。一般来说,确定机电耦合动力系统运动方程的方法有两种:一种是从力学和电磁学等学科的基本规律出发,列出系统的运动方程;另一种是利用变分原理,通过拉格朗日能量泛函的极值条件,利用分析力学方法或哈密尔顿变分原理,来确定系统的运动方程。

机电动力学是将力学与电磁学结合起来,研究运动物体在电磁场中发生相互作用的规律,其涉及电机动力学、磁弹性动力学、磁流体动力学、等离子体动力学、生物系统机电学等多个学科领域。机电耦联动力系统是由电机及其他机械和电力系统相互耦合的复杂系统,涉及多个学科的基础领域,包括力学(指一般力学、连续力学、振动理论等)、电学(包括电磁场理论、电机理论、电路等)以及它们形成的交叉学科。机电耦联动力系统在国民经济的发展中占有重要的地位,影响广泛的工农业生产和科学技术领域。交通工具的发展,推动了高能电动车、电气机车及高速磁悬浮列车的研制发展。磁悬浮列车利用强大的电磁力悬浮车体载重并利用直线电机驱动列车前进,配置一套控制、磁浮力、拖动力及气隙大小等项目的控制系统,形成一个机电耦联动力系统。机电耦联动力学的研究对经济发展和社会进步具有重要的意义。

任何机电装置都是由电系统、机械系统和联系两者的电磁场组成的。要研究各种不同形式激励时机电系统的动力学行为,必须首先建立系统的运动方程。MEMS系统是机电耦合系统,在研究MEMS系统动力学行为时,需要建立电路系统与执行器件的运动方程。微电子机械系统中的传感器涉及的悬臂梁、简支梁等结构,常简化为RLC串联电路与梁耦合系统。微电子机械系统建模时只考虑电场力与结构变形的简单耦合,忽略了电子元件与结构的耦合,模型仅适用于纯电路系统,也就是RLC串联电路的动力学。电路中实际存在电阻与电感,在考虑了系统的电场力、阻尼力和惯性力之后,微梁和固定电极共同构成了电容器,此时系统应存在两个广义位移,除了微梁的横向位移还有电路中的电量或电流,即在电场力的作用下结构发生变形,结构的变形又导致电场力的改变,从而形成了机电耦合问题。

1.3 MEMS非线性动力学

MEMS是在20世纪80年代后期随着半导体集成电路微细加工技术和超精密机械

加工技术的发展而在国际上兴起的一项高端技术。目前普遍接受的关于 MEMS 的定义为：由微米和纳米加工技术制作而成的，融合机械、电子、光、磁以及其他相关技术群为一体的、可以活动和控制的微工程系统。MEMS 是由多学科综合而成的科学，包括机械科学、微电子学，还涉及现代光学、气动力学、流体力学、热力学、声学、磁学、仿生学及材料科学等诸多学科领域。MEMS 中存在着多种非线性因素，比如微机械元件的变形与其自身尺度的比值大所导致的几何非线性，所用特殊材料的非线性、静电力的非线性以及挤压气隙阻力的非线性等。MEMS 具有丰富的动力学特性，尤其是在振动特性、非线性动力学特性、动力学设计与控制、动态测试与实验及可靠性等。

MEMS 的发展可追溯到 1947 年 12 月 16 日，美国新泽西州 3 位科学家——威廉·肖克利 (William Shockley)、约翰·巴顿 (John Bardeen) 和沃特·布拉顿 (Walter Brattain) 成功地在贝尔实验室制造出第一个晶体管。1959 年，诺贝尔物理学奖获得者 Feynman 教授，参加了美国物理学会年会。会议中，Feynman 教授在加州理工学院发表了极具划时代意义的主题演讲 *There's Plenty of Room at the Bottom*，报告中首次提出了微型机械的设想。当时 Feynman 教授已经预见到 MEMS 所隐藏的巨大发展潜力。1967 年 Nathanson 等人研制了首台可批量生产的 MEMS 装置谐振栅晶体管。1983 年 Feynman 教授在帕萨迪纳喷气推进实验室做了题为 *infinitesimal machinery* 的报告，成功预言了微机电技术发展过程中的多种核心技术以及涉及的重要研究课题。1987 年，美国举行了 IEEE 机器人与自动化研讨会，会议的主题报告 *Small machines, Large opportunities* 中首次提出了 MEMS 一词，标志着 MEMS 研究的正式开始。1988 年 5 月 27 日，美国加州大学伯克利分校的科研人员启动了一个直径约为 $120\mu\text{m}$ 的静电微电动机，并在显微镜下观察了其转动过程，标志着 MEMS 时代的到来。自 20 世纪 90 年代起，MEMS 的研究与应用进入一个突飞猛进、日新月异的发展阶段，世界各国的科技界、教育界以及政府对 MEMS 的研究都给予了极大的关注与支持。进入 21 世纪，随着微集成制造业水平的不断提高，MEMS 在航空航天、精密仪器、汽车工业、生物医学、环境保护、工厂维修、信息通信、交通运输、生物技术、国防军事、通信、医学研究等诸多领域均展现出十分广阔的应用前景。

直观地讲，MEMS 一般是指特征尺寸介于微米与毫米，集微型传感器、执行器以及信号处理、控制和驱动电路于一体的、自动性能高的机电耦合微型机械装置，它的学科基础涉及现代光学、微电子学、力学、热学、声学、磁学、自动控制、仿生学、材料科学、化学等领域，是一门多学科深度交叉、融合的综合技术。MEMS 器件具有体积小、质量轻、功耗低、响应快、智能化、可大批生产等优点，大力发展 MEMS 技术是实现低能耗、高功效、低成本生产的重要技术途径。MEMS 在生物医药、军事、航空航天、汽车电子等各种人工智能领域显示了重要的应用前景。例如研制智能药物胶囊、发展微创手术技术、设计微型飞行器、发展各种高性能传感器等。

然而，MEMS 器件所具有的微小型化、智能化、微电子集成及高精度的批量制造等特性，也向材料、机械、微电子等工程技术学科以及力学、物理学等基础学科提出了更高的挑战，迫使人们不断研究各学科所面临的微观问题以及学科间的知识交叉问题。微小型系统集成在芯片上实现了力、热、磁、化学到电的转变。

MEMS 器件研发、加工、封装、工作阶段都涉及大量的力学知识,随着尺寸的不断缩减、各种新型材料的使用、加工封装工艺的不断提高、对系统灵敏度和稳定性要求的不断提高, MEMS 面临着各种需要解决的力学问题。MEMS 加工技术包括表面微加工技术(薄膜生成技术和牺牲层技术)、体形微加工技术(化学腐蚀和离子刻蚀)、LIGA技术和 SLIGA 技术(光刻、电铸及注塑)、特种精密机械加工技术、固相键合技术。特种精密机械加工技术有电火花加工、激光加工和光造型加工。固相键合技术有阳极键合、Si—Si 直接键合、玻璃封接键合和冷压焊键合等。

研究表明, MEMS 中存在明显的由于结构的大位移、材料非线性、阻尼非线性、尺度效应、材料蠕变、多物理场耦合、结构模态耦合、环境噪声干扰等因素所导致的复杂非线性特性,需要应用非线性理论予以分析和研究。其中建立多物理场耦合下的动力学模型,分析各个物理场和结构模态之间能量转移耗散机制,提供合理的参数设计增强系统稳定性和提高品质因子成为研究的当务之急,其能够更加清晰地解释内部工作机理,并在很大程度上改善 MEMS 器件的工作性能。因此,开展 MEMS 的非线性静动力学研究具有重要的理论和工程价值。

MEMS 非线性动力学问题包括宏观非线性(材料特性、几何特性等)、微观非线性(微摩擦、微动磨损、黏附等)、固有非线性(初始应力、大位移、热传输效应等)、机械非线性(表面接触、大变形、非线性阻尼等)、多能域耦合非线性(电、磁、热、光、化学等)。

国家“十三五”研究规划指出,优先发展高维系统的非线性动力学理论、方法和实验技术,重点解决含非线性、非光滑性、时滞和不确定性等因素的高维约束系统的动力学建模、分析与控制,及学科交叉中的新概念和新理论。同时《国家中长期科学和技术发展规划纲要(2006—2020年)》中明确指出:将微系统动力学列为面向国家重大战略需求的基础研究之一。MEMS 动力学涉及复杂高维耦合非线性动力学的建模、分析和控制,研究多物理场耦合下的 MEMS 动力学和控制符合国家重大需求和力学发展规划,同时能够很好地解决 MEMS 工程实际中遇到的力学问题。MEMS 技术是 21 世纪高科技市场影响未来世界的、关系到国家科技发展及国防安全和经济繁荣的关键技术,是新的新技术产业生长点,是一场新的产业革命,它将会对所有的科技领域产生冲击和影响。MEMS 技术不仅在生物、医学、环保、宇航、农业、汽车工业和军事等诸多领域具有潜在的广阔市场和应用前景,而且向基础研究领域提出了巨大的挑战。MEMS 是人类科技发展过程中的一次重大技术整合,能够完成真正意义上的微小型系统集成,极大地改善了人类生存方式与生活质量,也将会带动一个充满活力的产业迅速成长。

1.4 电子元器件的非线性动力学

电子元器件是构成电子产品的基础,一般分为有源器件和无源器件两大类。通常称有源器件为“器件”,称无源器件为“元件”。器件工作时,需输入信号,还必须有专门的电源。它在电路中的作用主要是能量转换,如晶体管、集成电路等。元件工作时,不需要专门的附加电源,如电阻、电容、电感和接插件。电阻器是典型的耗能元件;电容

器、电感器则属于储能元件。而开关、接插件属于结构元件。

电子元器件是电子元件和电子小型的机器、仪器的组成部分，其本身常由若干零件构成，可以在同类产品中通用；常指电器、无线电、仪表等工业的某些零件，如电容、晶体管、游丝、发条等子器件，常见的有二极管等。电子元器件包括电阻、电容器、电位器、电子管、散热器、机电元件、连接器、半导体分立器件、电声器件、激光器件、电子显示器件、光电器件、传感器、微特电机、电子变压器、继电器、印制电路板、集成电路、压电、晶体、石英等。

随着电子技术的发展，越来越多的电、磁、机械耦合系统大量涌现，这种类型的机电耦合系统必然存在着丰富的动力学现象，对其进行深入地研究，掌握系统中电路子系统和机械子系统的动力学规律，可以提高设备运转的稳定性及安全性。电子电路广泛用于通信系统和各种电子设备中。任何电路元件都是非线性的，因为元件在大电压或大电流下工作时都将呈现非线性性质，这使得所有的电路都具有非线性，比如电气设备中的变压器线圈、发电机励磁；电子控制技术中的整流、解调等电路；电子器件中高度非线性的逻辑电路等。在一定的条件下，非线性电路可能发生某种线性电路在原理上根本不可能发生的物理现象，其中包括自激振荡、分谐波振荡、自调制、触发现象、取决于初始条件的趋稳过程等。

从 20 世纪 80 年代开始到现在，学者均对 RLC 电路进行了持续深入地研究。非线性电抗，如变容二极管，在许多领域的电气工程已经广泛使用。在设计参数放大器、上频器、混音器、低功率微波振荡器、电子调谐装置等电路时，非线性电容可作为其中的一部分。含有非线性元件的电路是非线性电路。元件性质（R 的伏安特性、L 的韦安特性、C 的库伏特性）不再是线性关系，即参数不再是常量的元件成为非线性元件。非线性元件电路是指由非线性元件构成的电路，如线圈、电容等构成的 LR、CR、LC、LCR 电路等，这些可构成微分电路或积分电路，这就是非线性电路。非线性电路有电气设备中的变压器线圈、电子管振荡器、电子控制技术中的整流、解调、铁磁谐振电路等。电工中常利用某些元器件的非线性，例如避雷器的非线性特性表现在高电压下电阻值变小，这种性质被用来保护雷电环境下的电工设备；铁心线圈的非线性由磁场的磁饱和引起，这种性质被用来制造电流互感器。音频信号发生器的自激振荡电路中因有放大器这一非线性元件而成为非线性电路。

国内外学者对 RLC (Resistance Inductance Capacitance) 电路的非线性特性进行了一系列的研究。詹士昌用普通钨丝灯泡、变压器线圈和电容组成的非线性 RLC 串联铁磁谐振电路，演示非线性系统常见的单稳态、双稳态、状态的自动跳变（闪灭）等各种现象。这类现象的发生是两种非线性元件（铁心线圈、灯丝）与线性电容器联合作用的结果。王小艳用数值方法对非线性 RLC 串并联电路的暂态过程进行了分析研究，得到了非线性 RLC 电路的一些普遍特征。黄偲给出了一类非线性 RLC 电路的新解法及数值仿真，从而算出电路的相轨线、时程曲线、相程曲线、时幅曲线、相幅曲线、幅频曲线、相频曲线和响应周期。数值仿真显示，结果与数值积分法吻合良好。丁光涛利用 Lagrange 力学逆问题理论和方法，构造了电感、电容和电阻三种耦合 RLC 电路的 Lagrange 函数和 Hamilton 函数。郭晓莹在电容耦合 RLC 电路中，通过改变外部信号源

的频率,测量了传输到第一个RLC回路的功率随信号频率的变化关系。潘杰对RLC并联谐振电路进行了理论研究。杨志安等研究了电阻和电感非线性RLC电路耦合系统和RLC串联电路与微梁耦合系统的非线性振动,应用拉格朗日—麦克斯韦方程建立系统的数学模型,根据非线性振动的多尺度法,得到系统满足共振条件的一次近似解以及对应的定常解。崔一辉等应用拉格朗日—麦克斯韦方程建立起一个受到简谐激励的RLC电路弹簧耦合系统的数学模型,分别用龙格库塔法和级数法计算了在无外激励的情况下,有阻尼和无阻尼时系统分别对应的时间响应。邹海勇利用MATLAB设计了基于Simulink的RLC电路分析与仿真方法,展示了动态仿真结果。常秀芳等从实际问题入手,依据闭合电路定律,建立起RLC振荡电路的数学模型。Blankenstein G. 利用混合势函数描述考虑不受约束的控制电压或电流源非线性RLC电路动力学问题。Chakravarthy S. K. 研究电路是否产生共振与系统的参数有关。Oksasoglu A. 等研究在弱非线性激励下,适当的系统参数能使系统产生混沌现象。Homsup N. 等利用Newton-Raphson分析,在无约束条件下,Brayton-Morses's混合电动势存在非线性方程解法。Nana B. 等研究了铁磁磁芯电感器件的非线性,分析了在由交流电源强迫的RLC串联电路中电流的解析表达式。国外学者还对非线性RLC电路动力学问题和系统产生混沌现象的条件等进行了研究。

电容传感器是近年来发展最快的用以测量微位移的方法之一,传统的电容式位移传感器是一对互相绝缘的极板:一个极板固定;另一个极板安装在被测物体表面或就是被测物本身。前一种情况,当物体和电极一起移动时,两电极间距发生变化,导致传感器等效电容发生变化;后一种情况,当物体移向传感器时,物体和传感器间介电常数发生变化,等效电容随着变化。传感器是一种典型的机电耦合系统,存在着丰富的动力学现象,对其进行深入的研究,掌握系统中电路子系统和机械子系统的动力学规律,可以提高设备运转的稳定性及安全性。电容传感器可由一个RLC电路耦合系统动力学模型描述,电路系统与弹簧、阻尼器组成的机械系统相互耦合,并施加简谐外激励,考虑系统的动能、磁能,弹簧的势能和电容器的电能,建立起系统运动微分方程。运用非线性振动理论对该系统模型进行动力学分析,理清系统中各参数之间的相互关系,寻找振动的控制策略。谐振梁是传感器的敏感元件,谐振梁的振动特性对传感器的性能至关重要。谐振式传感器被测参量的改变表现为谐振梁固有频率的改变,可以由敏感元件谐振梁的机电耦合模型描述。微传感器系统具有丰富的动力学现象,掌握电路系统中丰富的非线性特征,为传感器本身的研制提供参考依据。因此本项目以应用电场能、磁场能以及机械能建立传感器敏感元器件的机电耦联系统振动方程为研究对象,应用非线性振动的理论及现代分析方法来求解方程,研究系统参数对传感器非线性振动特性的影响,提出一种传感器的动态参数设计方案,所得结论为传感器研制中的安全性、可靠性及敏感度设计提供参考,可进行结构优化。

传感器广泛应用于航空、兵器工业和民用工业。在飞机的设计制造中,常采用传感器对一些重要部件进行振动测试。在民用工业方面,对于各种大型电机、空气压缩机、机床、车辆、轨枕振动台、化工设备以及各种水管道、气管道、桥梁楼房等的振动监测或振动研究都广泛使用传感器。

电容式传声器以及电枢控制、电动机拖动等机电耦合系统可由一个 RLC 电路、弹簧耦合系统的多自由度动力学模型描述。如电路中电容器的极板在电场力的作用下会产生振动，研究了电容器和弹簧串联时极板的振动，可以证明极板的振动是非线性的。RLC 电路系统具有丰富的动力学现象，掌握电路系统中丰富的非线性特征，可以为电子元器件本身的研制提供参考依据。在电子工程领域中，各种晶体三极管、场效应管等电子元器件都是非线性器件，即便是一个简单的 RLC 电路，由于电阻、电感、电容等电子器件本身的特性，也使得电路具有非线性的特点，在一定条件下，非线性电路会产生自激振荡、分谐波振荡、自调制等无法用线性理论解释的现象。应用电磁场理论、弹性动力学建立 RLC 电路的机电耦合系统振动方程，应用非线性振动的理论及现代分析方法来求解方程，研究系统参数对各类电子元器件非线性振动特性的影响，所得结论为电子元器件研制中的安全性、可靠性设计及敏感度设计提供参考。

第 2 章 非线性电路

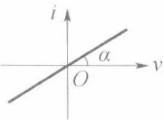
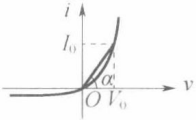
在实际工作中，电子元器件的参数总是随着电压或电流变化而变化，工作中的实际电路都是非线性电路。对电路可进行线性化处理，简化电路分析过程。若非线性程度比较微弱，电路元器件可处理为线性元器件，不会给电路带来本质上的差异。大多数电子元器件的非线性特征不能忽略，若将其作为线性元器件处理，计算结果与实际量值相差太大，甚至还会产生本质的差异。由于电路本身具有的非线性特性，研究非线性电路具有重要的意义。

电阻、电感、电容等电子元器件本身的特性，也使得电路具有非线性特点，非线性电路会产生自激振荡、分谐波振荡、自调制等无法用线性理论解释的现象。当然，随着其使用条件的不同，电子元器件表现出来的非线性程度也大不相同。在线性电子线路中，对信号进行处理时，使用其线性部分，电路基本上是线性的，略有失真。利用电子元器件的非线性来完成振荡频率变换等功能时，电路统称为非线性电子线路。电路元器件的参数随着电压或电流而变化，即电路元器件的参数与电压或电流有关，就称为非线性元器件，含有非线性元器件的电路称为非线性电路。

例如功率放大器，由于输入信号幅度大，且要考虑放大器效率等要求，元器件就应工作到非线性特性部分，这样，就不能用线性等效电路表示电子元器件，而必须用非线性电路的分析方法。因此，从分析方法的观点出发将功率放大器归在非线性电路的范畴。

非线性电路广泛应用于通信系统和各种电子设备中。非线性元器件与线性元器件的区别见表 2-1。

表 2-1 非线性元器件与线性元器件的区别

	线性元器件	非线性元器件
工作特性	直线关系  $R = \frac{1}{\tan \alpha}$	正向：指数曲线 反向：数值很小的反向饱和电流  $R = \frac{1}{\tan \alpha}$
频率变换作用	无频率变化	产生新的频率
叠加原理	满足	不满足

工程近似分析法包括图解法和解析法。解析法可应用到非线性元器件和时变参量元器件。非线性元器件的分析方法包括幂级数分析法、指数函数分析法、折线分析法等。时变参量元器件的分析方法有线性时变电路分析法和开关函数法。

2.1 非线性电阻电路

参数不随电压或电流变化而变化的电路元件是线性元件，由线性元件组成的电路是线性电路。参数随电压或电流变化而变化的电路元件就是非线性元件，含有非线性元件的电路称为非线性电路。

电压电流特性曲线是以电压和电流为坐标轴的曲线，通过 $u-i$ 平面坐标原点直线的电阻 [图 2-1 (a)] 为线性电阻，曲线的电阻为非线性电阻，如图 2-1 (b) 和 (c) 所示。线性电阻元件的伏安特性可用欧姆定律来表示，在 $u-i$ 平面上它是通过坐标原点的一条直线。

非线性电阻元件不能应用欧姆定律。按照非线性电阻特性曲线的特点可以将它们进行分类。非线性电阻在电路中的符号如图 2-1 (a) 所示，图 2-1 (b) 所示隧道二极管是压控电阻，图 2-1 (c) 所示氖灯是流控电阻。

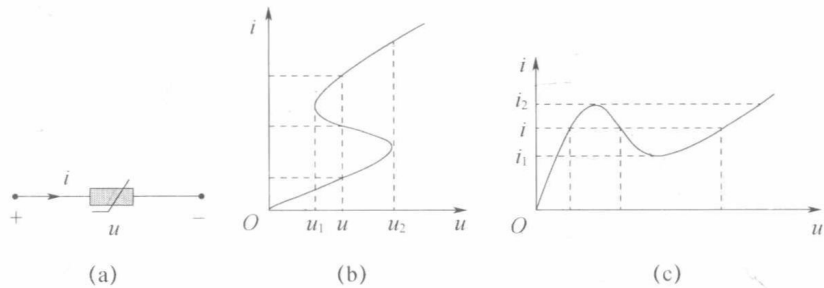


图 2-1 非线性电阻

电压是电流的单值函数的电阻，称为流控电阻，用 $u=f(i)$ 表示；电流是电压的单值函数的电阻，称为压控电阻，用 $i=g(u)$ 表示。

流控电阻两端的电压是电流的单值函数，伏安特性可表示为

$$u=f(i) \tag{2-1}$$

流控电阻的伏安特性曲线如图 2-1 (b) 所示，由图可知，对于每个电流值 i ，有且只有一个电压值 u 与之相对应；而对于某一电压值，可能是多值电流与之对应。如电压值为 u 时，就有 3 个不同的电流值与之对应，如某些充气二极管。

压控电阻两端的电流是其两端电压的单值函数，伏安特性可表示为

$$i=g(u) \tag{2-2}$$

压控电阻的伏安特性曲线如图 2-1 (c) 所示，对于每一个电压值 u ，有且只有电流值 i 与之对应。对于某电流值，可能是多值电压与之对应，如隧道二极管。

由图 2-1 (b) 和图 2-1 (c) 可知，有一段下倾伏安特性曲线段，这说明某范围内电流随着电压的增长反而下降。

“单调型”非线性电阻的伏安特性是单调增长或单调下降的，既是流控电阻又是压控电阻的。“单调型”非线性电阻最典型代表是二极管，如图 2-2 所示，伏安特性可用函数式表示为