

配电网铁磁谐振 原理及防护

刘红文 赵现平 黄 星 张恭源 等 编著



科学出版社

配电网铁磁谐振原理及防护

刘红文 赵现平 黄 星 张恭源 等 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书介绍了国内外铁磁谐振研究现状及成果,侧重于铁磁谐振防治的实际应用。重点介绍了交流配电系统铁磁谐振原理、激发条件、影响因素、防护技术及防护设备性能检测、PSCAD 仿真技术。全书分为6章,第1章介绍了配电网铁磁谐振过电压原理,第2章介绍了配电网铁磁谐振发生条件及影响因素,第3章介绍了铁磁谐振防护技术及选用原则,第4章介绍了铁磁谐振防护设备性能检测,第5章介绍了电压互感器铁磁谐振试验,第6章介绍了配电网铁磁谐振仿真计算与分析。

本书可供发电、供电领域内从事交流配电网规划设计、运行维护及高压绝缘专业人员使用,对科研院校研究铁磁谐振同样具有参考价值。

图书在版编目(CIP)数据

配电网铁磁谐振原理及防护 / 刘红文等编著. — 北京:科学出版社, 2019.5
ISBN 978-7-03-060434-7

I. ①配… II. ①刘… III. ①配电系统-谐振过电压-研究 IV. ①TM86

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2019) 第 014107 号

责任编辑:张 展 叶苏苏 / 责任校对:彭 映

责任印制:罗 科 / 封面设计:墨创文化

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

成都锦瑞印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2019年5月第 一 版 开本:B5 (720×1000)

2019年5月第一次印刷 印张:8 3/4

字数:172 000

定价:79.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

编辑委员会

主要编著人员：刘红文 赵现平 黄 星 张恭源

其他编著人员：马 仪 李瑞桂 刘学忠 关静恩

柴晨超 董家斌 李 昊 彭 晶

杨金东 王 科 师海峰 张志磊

前 言

在 6~66kV 交流配电系统中,电气设备在运行中承受各种各样的过电压,如来自系统外部的雷电过电压和系统内部电气参数发生变化时电磁能量振荡积累而引起的内部过电压,它们会对交流配电系统的安全稳定运行造成巨大的危害。交流配电网因中性点接地方式及其具有分布广、设备种类多的特点,其过电压问题与超高压和特高压电网有很大区别。据统计,配电网过电压事故约占电力系统过电压事故的 70%以上,严重地威胁着供电安全。例如,配电系统中存在的内部过电压方面有间歇性电弧接地过电压、开断并联电容器过电压、开断高压感应电动机过电压、高压熔断器切除配电变压器、站用变压器、电磁式电压互感器过电压及谐振过电压等,都是配电网特有的过电压。近年来,国内 6~66kV 交流配电系统因铁磁谐振引起的电磁式电压互感器、熔断器、一次消谐器等设备频繁发生损坏,严重影响配电网的安全稳定运行和配电系统的电能质量问题。目前铁磁谐振的防护技术通常采用电压互感器高压侧中性点串接消谐电阻或单相电压互感器、选用励磁特性好的电压互感器、减少同一网络中接地的电压互感器台数、零序回路加阻尼等方法,然而每种方法都有其优缺点,有的属于设计考虑的问题,有的属于设备选型的问题,加之铁磁谐振防护设备相关的性能检测方法不足,部分产品尚无相关检测方法,设备质量参差不齐,导致目前铁磁谐振引起的设备及配电网事故问题依然突出。

关于铁磁谐振的防护技术国内外许多技术人员也发表了众多相关研究论文,但因文章质量参差不齐,不便于技术人员使用。为此,本书在编写过程中侧重于实际应用,结合国内外铁磁谐振研究的成果和经验,主要介绍交流配电系统铁磁谐振原理、发生条件、影响因素、防护设备选择和性能检测、铁磁谐振的 PSCAD 仿真技术,希望对相关专业人员有所帮助。

本书的大量数据来源于云南电网历年发生的铁磁谐振案例和建立的铁磁谐振试验、防护设备检测平台。本书作者有云南电网有限责任公司电力科学研究院长期从事铁磁谐振研究的工作人员,也有来自西安交通大学电气绝缘专业的专家教授和河北旭辉电气股份有限公司谐振防护设备的设计及制造人员。书中详细地介绍云南电网有限责任公司电力科学研究院提出并开发的检测电磁式电压互感器饱和型微机二次消谐装置的结构、性能指标和检测方法,该消谐装置克服了采用现有检测电压互感器开口三角零序电压型微机消谐装置的缺点。

本书在编写过程中,查阅、参考了许多文献资料、国家标准及行业标准,并

将云南电网有限责任公司电力科学研究院负责牵头的电力行业标准《电磁式电压互感器用碳化硅消谐器技术规范》及《中性点不接地系统铁磁谐振防护技术导则》融入书中。

本书可供发电、供电以及高压绝缘专业人员使用，且对科研院校有关专业师生具有参考价值，同时作者希望本书能为生产一线从事交流配电网规划设计、运行维护的工程技术人员在具体工作中解决因铁磁谐振导致的相关问题有所帮助。

铁磁谐振的防护方法较多，其研究成果丰富且不断更新，由于编者水平有限，难免有不妥之处，敬请读者批评指正。

目 录

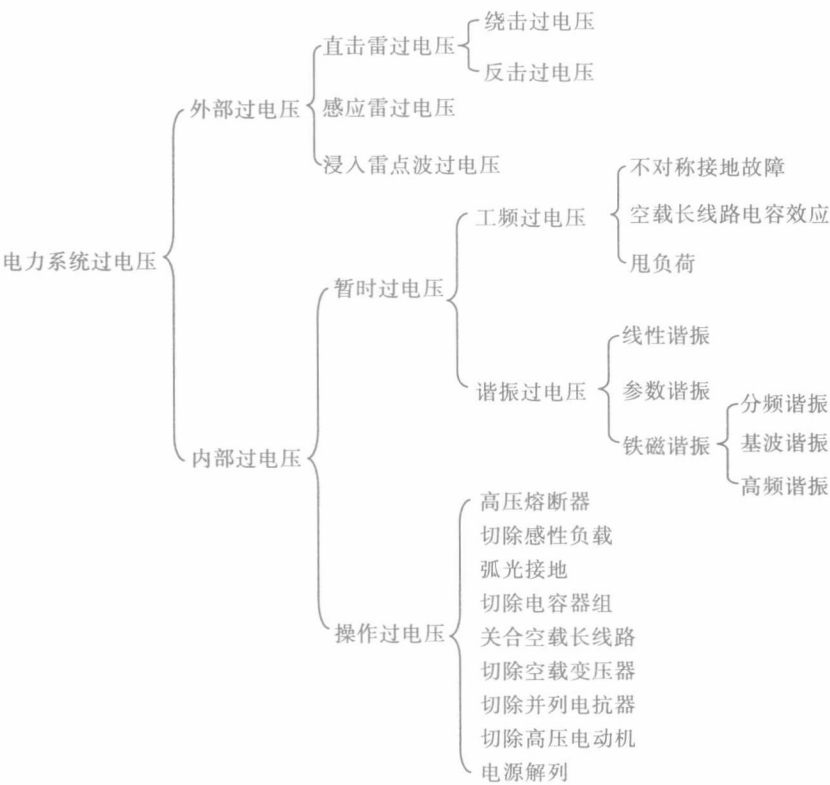
第 1 章 配电网铁磁谐振过电压原理	1
1.1 配电网谐振过电压	2
1.2 铁磁谐振原理	3
1.2.1 非线性电感的特性	3
1.2.2 铁磁谐振回路	4
1.2.3 铁磁谐振产生的物理过程	5
1.2.4 铁磁谐振的代数分析法	8
1.3 铁磁谐振振荡模式	12
1.4 配电网铁磁谐振种类	14
1.4.1 电磁式电压互感器铁磁谐振	14
1.4.2 配电变压器铁磁谐振	17
1.5 铁磁谐振的危害及案例	20
1.5.1 铁磁谐振的危害	20
1.5.2 分频谐振案例	21
1.5.3 工频谐振案例	23
第 2 章 配电网铁磁谐振发生条件及影响因素	26
2.1 配电网铁磁谐振发生条件	26
2.1.1 铁磁谐振区域	26
2.1.2 系统中不平衡能量	28
2.2 铁磁谐振的影响因素	28
2.2.1 电容电流	28
2.2.2 电压互感器励磁特性	34
2.2.3 并联电压互感器组数	37
2.2.4 阻尼	37
2.2.5 故障消失时刻	38
第 3 章 铁磁谐振防护技术及选用原则	39
3.1 铁磁谐振防护技术标准相关标准介绍	39
3.2 消弧线圈	40
3.3 一次消谐器	43
3.4 二次消谐器	46

3.4.1	传统二次消谐器	46
3.4.2	微机二次消谐器	47
3.5	4 单元电压互感器法(4PT)	54
3.6	电容式电压互感器	56
3.7	提高电压互感器饱和拐点电压	59
3.8	增加系统对地电容	60
3.9	减少接地电压互感器组数	60
第 4 章	铁磁谐振防护设备性能检测	61
4.1	SiC 一次消谐器	61
4.1.1	性能参数	61
4.1.2	性能要求	62
4.1.3	试验	63
4.2	微机二次消谐装置	64
4.2.1	性能参数	64
4.2.2	试验	65
第 5 章	电压互感器铁磁谐振试验	67
5.1	铁磁谐振试验系统基本组成	67
5.1.1	试验电源及滤波装置	67
5.1.2	试验设备	68
5.2	铁磁谐振模拟试验	68
5.2.1	分频谐振	68
5.2.2	工频谐振	73
5.2.3	高频谐振	74
5.2.4	参数不平衡谐振	75
5.3	防护设备性能试验	76
5.3.1	SiC 一次消谐器消谐性能试验	76
5.3.2	消弧线圈消谐性能试验	82
5.3.3	二次消谐器消谐性能试验	83
第 6 章	配电网铁磁谐振仿真计算与分析	89
6.1	仿真软件介绍	89
6.1.1	技术背景	89
6.1.2	主要的研究范围	90
6.1.3	目前应用情况	91
6.1.4	各版本限制	91
6.2	电磁式电压互感器铁磁谐振仿真计算与分析	91
6.2.1	基本模型	91

6.2.2	一次消谐器模型	94
6.2.3	消弧线圈模型	96
6.2.4	二次消谐器模型	96
6.2.5	接地引起的铁磁谐振仿真分析	97
6.2.6	断线引起的铁磁谐振仿真分析	105
6.2.7	接地引起的铁磁谐振防护技术仿真分析	107
6.2.8	断线引起的铁磁谐振防护技术仿真分析	111
6.2.9	线路参数不平衡时铁磁谐振防护技术仿真分析	113
6.3	配电变压器铁磁谐振仿真计算与分析	117
6.3.1	基本模型	117
6.3.2	铁磁谐振仿真分析	117
6.3.3	铁磁谐振防护技术仿真分析	122
参考文献		125

第 1 章 配电网铁磁谐振过电压原理

电气设备在运行中承受各种各样的过电压，有来自系统外部的雷电过电压和系统内部电气参数发生变化时电磁能量振荡积累而引起的内部过电压，交流配电系统过电压的分类如下。



雷电过电压的能量来自系统外部，又称为外部过电压，可分为直击雷过电压、感应雷过电压和侵入雷点波过电压 3 种类型。其中，直击雷过电压是由雷击输电线路的导线或杆塔引起的，而感应雷过电压是由雷击附近地面时产生的电磁感应引起的。直击雷过电压发生时，根据雷电击中输电线路部位的不同，可分为绕击过电压和反击过电压两类。绕击过电压发生时，因为避雷线的存在，雷电可能会绕过避雷线，直接击中导线，从而产生绕击过电压；反击过电压发生时，由于雷电击中避雷线或杆塔的顶部，引起杆塔对地电位的升高而产生反击过电压^[1]。

内部过电压的能量来自系统本身,根据持续时间的不同,可分为暂时过电压和操作过电压。暂时过电压发生时,因其持续的时间相对较长,有些暂时过电压可能会长期存在。因此,暂时过电压又称为稳态过电压,可以分为工频过电压和谐振过电压两类^[2]。工频过电压产生的原因包括不对称接地故障、空载长线路电容效应,以及甩负荷。电网中存在的电感和电容元件,可能会形成不同的振荡回路,在一定的电源激励下,当进行操作或发生故障时,就可能会引起谐振过电压。操作过电压的持续时间相对较短,一般在5个工频周期之内,根据断路器开合电气元件的不同,可分为高压熔断器、切除感性负载、弧光接地、切除电容器组、关合空载长线路、切除空载变压器、切除并列电抗器、切除高压电动机、电源解列等。

交流配电网过电压问题与高压、超高压和特高压电网是有区别的,配电网具有分布广、设备种类多、绝缘水平低的特点,容易因过电压造成事故。据统计,配电网过电压事故约占电力系统过电压事故的70%以上,严重地威胁供电安全。例如,内部过电压方面存在的间歇性电弧接地过电压、开断并联电容器过电压、开断高压感应电动机过电压、高压熔断器切除配电变压器、站用变压器、电磁式电压互感器及谐振过电压等都是配电网特有的过电压。

1.1 配电网谐振过电压

交流配电系统中包含许多电感和电容元件,作为电感元件的有电力变压器、互感器、发电机、消弧线圈及线路导线等的电感,作为电容元件的有线路导线的对地电容和相间电容、补偿用的串联和并联电容器组及各种高压设备的寄生电容等。在系统进行操作或发生故障时,这些元件可能形成各种不同的振荡回路,并在一定的能量作用下产生谐振现象,引起谐振过电压^[3]。

谐振过电压不仅可以在进行操作或发生故障的过程中产生,而且可能在过渡过程结束后的较长时间内稳定存在,直到发生新的操作,且谐振条件受到破坏为止。因此谐振过电压的严重性既取决于它的幅值,也取决于它的持续时间。谐振过程不仅会产生过电压危及电气设备的绝缘或产生持续的过电流而烧毁设备,而且还可能影响过电压保护装置的工作条件,如影响阀型避雷器的灭弧条件。不同电压等级、不同结构的系统中,可能产生不同类型的谐振过电压。通常认为系统中的电阻和电容元件为线性参数,电感元件则有3类不同的特性参数,对应3种电感参数,在一定的电容参数和其他条件配合下,可能产生线性谐振过电压、铁磁谐振过电压和参数谐振过电压3种不同性质的谐振过电压。因此谐振可分为线性谐振、铁磁谐振(非线性谐振)和参数谐振3种类型^[4]。

(1) 线性谐振。线性谐振是交流配电网中最简单的谐振形式,其电路中的元

件参数为常数,不随电压或电流而变化,主要是指不带铁芯的电感元件(如输电线路的电感、变压器的漏电感)或励磁特性接近线性的带铁芯电感元件。在正弦交流电压下,当电源频率和系统自振频率相等或接近时可能产生强烈的线性谐振现象。

(2)铁磁谐振。铁磁谐振是指振荡回路中带铁芯的电感元件(如变压器、电压互感器等)的磁路饱和作用,使它们的电感减小,从而激发起来的持续性的谐振。这种谐振可能是高频谐振、基波谐振、分频谐振,其表现形式可能为单相、两相或三相对地电压升高;以低频摆动,引起绝缘闪络或避雷器爆炸或产生高值零序电压分量,出现虚幻接地现象和不正确的接地指示;电压互感器中出现过电流引起熔断器熔断;电磁式电压互感器烧毁;可能使小容量的异步电动机发生反转等。

(3)参数谐振。参数谐振是指水轮发电机在正常的同步运行时,直轴同步电抗和交轴同步电抗周期性变动,或者同步发电机异步运行时,其电抗在直轴次暂态电抗和交轴稳态电抗之间周期性变动,如果与电机外露的容抗满足谐振条件,就有可能在电感参数周期变化的振荡回路中,引起谐振现象,成为参数谐振。

限制谐振过电压的基本方法有以下两种。

(1)尽量防止谐振的发生,这就要求在设计中做出必要的预测,适当地调整电网参数,避免谐振发生。

(2)缩短谐振存在的时间,降低谐振的幅值,削弱谐振的影响。一般是采用电阻阻尼进行抑制。

1.2 铁磁谐振原理

铁磁谐振仅产生于含有铁芯电感元件的电路中,铁芯电感元件的电感值随电压、电流的大小而变化,不是一个常数,所以铁磁谐振又称为非线性谐振。

1.2.1 非线性电感的特性

交流配电系统中存在大量的铁磁元件,如电压互感器、变压器等,因铁芯饱和,其电感将变为非线性,非线性电感的磁链 Φ 与电流 i 的关系为:当电流较小时,可认为 Φ 与 i 呈线性关系,静态电感 $L=\Phi/i$ 保持不变;随着电流不断增加,铁芯开始饱和,电感 L 逐渐减小。当交流电源作用于非线性电感时,波形会产生畸变现象。铁磁元件的非线性特性如图1-1所示,假设磁链 Φ 为标准的正弦波形,则电流波形将会出现尖峰,说明波形中含有了奇次谐波^[5]。

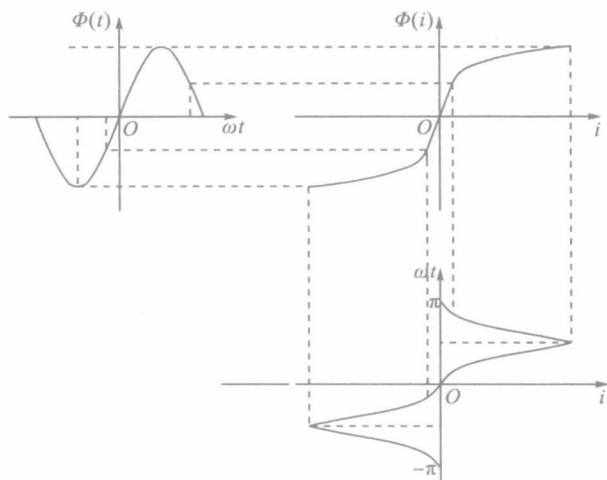


图 1-1 铁磁元件的非线性特性

交流配电系统中的铁磁谐振是由铁磁元件饱和引起的。

1.2.2 铁磁谐振回路

含有铁芯的电感元件会产生饱和现象，此时电感不再是常数，而是随着电流或磁通的变化而变化。交流配电网铁磁谐振现象常常发生在由空载变压器、电压互感器和电容器组成的回路中。

简单的 R 、 C 和铁芯电感 L 的串联电路如图 1-2 所示，假设在正常运行条件下，其初始状态是感抗大于容抗，即 $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ，此时不具备线性谐振条件。但当铁芯电感两端电压有所升高时，或者电感线圈中出现涌流时，就有可能使铁芯饱和，其感抗随之减小。当降至 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ （即满足 $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ），且满足串联谐振条件时发生谐振，并在电感和电容两端形成过电压，这种因电感元件铁芯饱和而引起的现象称为铁磁谐振^[6]。

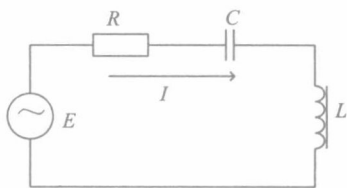


图 1-2 串联铁磁谐振电路

对于固定的电感、电容、阻尼和电源电压，谐振回路中有固定的自振频率(即 ω_0 为定值)。当谐振频率 f_0 为工作频率(50Hz)时，回路的谐振称为基波谐振；当谐振频率为工频的整数倍(如 3 倍、5 倍等)时，回路的谐振称为高次谐波谐振；当谐振频率为工频的 1/2、1/3、1/4 时，回路的谐振称为分频谐振。

因此，铁磁谐振具有各种谐波谐振的可能性，这是铁磁谐振不同于线性谐振的重要特点。

1.2.3 铁磁谐振产生的物理过程

图 1-3 所示为铁芯电感和电容上的电压随电流变化的曲线 U_L 、 U_C ，电压和电流都用有效值表示。显然， U_C 应是一根直线($U_C = \frac{1}{\omega C} I$)，而铁芯电感在铁芯未饱和和前， U_L 基本上是一根直线(见图 1-3 中 U_L 的起始部分)，它具有未饱和的电感值 L_0 ，当铁芯饱和以后，电感值减小，不再是直线。在正常运行条件下，铁芯电感的感抗要大于容抗，才有可能在铁芯饱和之后，由于电感值的下降而出现感抗等于容抗的谐振条件，即未饱和时电感值应满足 $\omega L_0 > \frac{1}{\omega C}$ ，这是产生铁磁谐振的必要条件，但不是充分条件。只有满足上述条件，伏安特性才有可能相交。从物理意义上可理解为：当满足以上条件时，电感未饱和时电路的自振频率低于电源频率。而随着铁芯的饱和，铁芯线圈中电流增加，电感值下降，使得在某一电流值(或电压)下，回路的自振频率正好为电源频率的整数倍或分数倍，也就是 U_L 、 U_C 两伏安特性曲线的交点^[7]。

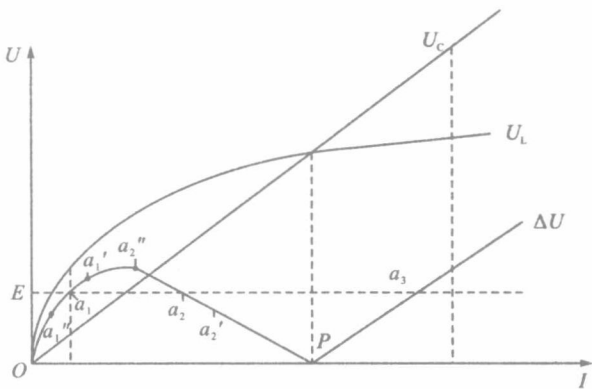


图 1-3 串联铁磁谐振回路的伏安特性

若忽略回路电阻，则回路中 L 和 C 上的压降之和应与电源电势平衡，即 $\dot{E} = \dot{U}_L + \dot{U}_C$ ，由于 $\dot{U}_L$ 与 $\dot{U}_C$ 相位相反，故此平衡方程变为 $E > \Delta U$ ，而 $\Delta U =$

$|U_L - U_C|$ 。在图 1-3 中也画出了 ΔU 的曲线, 可以看到 ΔU 曲线与 E 线(虚线)在三处(a_1 、 a_2 、 a_3)相交, 这三点都满足电压平衡条件 $E > \Delta U$, 称为平衡点。根据物理概念, 平衡点满足电压的平衡条件, 但不一定满足稳定条件, 而不满足稳定条件的点就不能成为实际的工作点。通常可用“小扰动”来考察某平衡点是否稳定, 即假定有一个小扰动使回路状态离开平衡点, 然后分析回路状态能否回到原来的平衡点状态, 若能回到平衡点, 则说明该平衡点是稳定的, 能成为回路的实际工作点; 否则, 若小扰动使回路状态越来越偏离平衡点, 则该平衡点是不稳定的, 不能成为回路的实际工作点。

根据这个原则, 我们来判断平衡点 a_1 、 a_2 、 a_3 中哪个是稳定的, 哪个是不稳定的。对点 a_1 来说, 若回路中的电流由于某种扰动而有微小的增加, ΔU 沿曲线偏离 a_1 点到 a_1' , 此时 $E < \Delta U$, 即外加电势小于总压降, 使电流减小, 从而 a_1' 又回到 a_1 ; 相反, 若扰动使电流有微小的下降, ΔU 沿曲线偏离 a_1 点到 a_1'' 点, 此时 $E > \Delta U$, 即外加电势大于总压降, 使得电流增大, 从而 a_1'' 又回到 a_1 。根据以上判断, 可见 a_1 点是稳定的。用同样的方法可以判断 a_3 点也是稳定的。对 a_2 点来说, 若回路中的电流由于某种扰动而有微小的增加, 从 a_2 偏离至 a_2' 点, 此时外加电势 E 将大于 ΔU , 这使得回路电流继续增加, 直至达到新的平衡点 a_3 为止; 反之, 若扰动使电流稍有减小, ΔU 沿曲线从 a_2 点偏离至 a_2'' 点, 此时外加电势 E 不能维持总压降 ΔU , 这使回路电流继续减小, 直到稳定的平衡点 a_1 为止。可见平衡点 a_2 不能经受任何微小的扰动, 是不稳定的。

由此可见, 在一定外加电势 E 的作用下, 铁磁谐振回路稳定时可能有两个稳定工作状态, 即 a_1 点与 a_3 点。在 a_1 点工作状态时, $U_L > U_C$, 整个回路呈电感性, 回路中电流很小, 电感上与电容上的电压都不太高, 不会产生过电压, 回路处于非谐振工作状态。在 a_3 点工作状态时, $U_L < U_C$, 回路呈电容性, 此时不仅回路电流较大, 而且在电感电容上都会产生较大的过电压(图 1-3 中 $U_L > U_C$ 都大大超过 E)。串联铁磁谐振现象, 也可从电源电势增加时回路工作点的变化中看出。如图 1-4 所示, 当电势由零逐渐增加时, 回路的工作点将由 O 点逐渐上升到 m 点, 然后跃变到 n 点, 同时回路电流将由感性突然变成容性, 这种回路电流相位发生 180° 突然变化的现象, 称为相位反倾现象。在跃变过程中, 回路电流激增, 电感和电容上的电压也大幅度提高, 这就是铁磁谐振的基本现象^[8]。

从图 1-3 中可以看到, 当电势较小时, 回路存在两个可能的工作点 a_1 、 a_3 , 而当 E 超过一定值后, 只可能存在一个工作点(图 1-3 中 a_3 点右移)。当存在两个工作点时, 若电源电势没有扰动, 则只能处在非谐振工作点 a_1 上。为了建立起稳定的谐振(工作于点 a_3 上), 回路必须经过强烈的过渡过程, 如电源的突然合闸等。这时到底是工作在非谐振工作点 a_1 上还是谐振工作点 a_3 上, 取决于过渡过程的激

烈程度。这种需要经过过渡过程来建立谐振的现象，称为铁磁谐振的激发。但是谐振一旦激发(即经过过渡过程之后工作于 a_3 点)，则谐振状态可能“自保持”(因为 a_3 点属于稳定工作点)，并且维持很长时间而不衰减。

下面来看图 1-3 中的 P 点，在该点 $U_L=U_C$ ，这时回路发生串联谐振(回路的自振角频率 ω_0 等于电源角频率 ω)。但 P 点不是平衡点，故不能成为工作点，由于铁芯的饱和，随着振荡的发展，在外界电势作用下，回路将偏离 P 点，最终稳定于 a_3 点或 a_1 点。而在 a_3 工作点时出现铁磁谐振过电压，正因如此，这里将 a_3 点而不是 P 点称为谐振点。

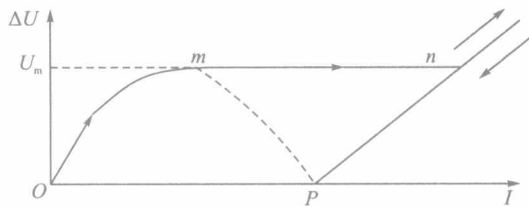


图 1-4 铁磁谐振开始时的跃变现象

在图 1-4 中进一步说明了回路中工作状态的转化过程。当电源电势 E 由零逐渐增加时，回路的工作点将沿着曲线 $\Delta U(I)$ 的 Om 段逐渐上升，直到 m 点，当电源电势再继续增加超过 m 点的值 U_m (幅值)时，在 Om 段无法再找到工作点，这样，工作点将从 m 点突然跳变到 n 点，并沿着曲线 $\Delta U(I)$ 的 Pn 端继续逐渐上移，此时回路电流相位完全反转，即所谓“相位反倾”，电感和电容上也有极高的过电压。

考虑回路中的电阻 R 后，回路的总压降 $\Delta U' = \sqrt{\Delta U^2 + (IR)^2}$ ，此时 $\Delta U'$ 曲线如图 1-5 所示，此时谐振工作点从 c 转移至 c' ， L 、 C 两端的过电压有所下降。若 R 特别大，此时 P 点高度大于电动势 E ，即 $I_p R > E$ ，则回路只有一个正常工作点，消除了铁磁谐振产生的可能。

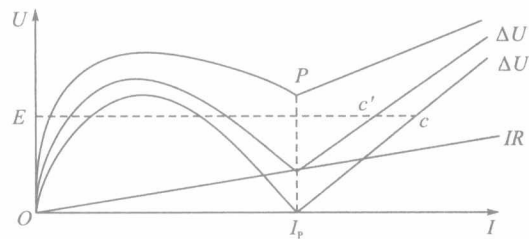


图 1-5 考虑电阻的串联铁磁谐振电路的特性曲线

1.2.4 铁磁谐振的代数分析法

这里用谐波平衡法对 RLC 串联回路的基频铁磁谐振特性进行推导。在图 1-2 中, 电阻 R 、非线性电感 L 和电容 C 构成串联回路, 其中非线性电感 L 的磁化特性为

$$i = a_1 \varphi + a_3 \varphi^3 \quad (a_1, a_3 > 0) \quad (1-1)$$

简便起见, 这里选取三次多项式拟合 L 的非线性励磁特性, 当 L 指大容量变压器或互感器时, 有的文献甚至采用 7 次多项式^[9]。

设 $E(t) = \sqrt{2}E \sin \omega t$, 则回路满足的微分方程为

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \sqrt{2} \omega E \cos \omega t \quad (1-2)$$

将式(1-1)代入式(1-2), 可得

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + R(a_1 + 3a_3 \varphi^2) \frac{d\varphi}{dt} + \frac{a_1 \varphi + a_3 \varphi^3}{C} = \sqrt{2} \omega E \cos \omega t \quad (1-3)$$

式(1-3)是一个非线性微分方程, 直接求解比较困难, 用谐波平衡法可以求出近似解。

谐波平衡法是将非线性方程的解假设为各次谐波叠加的形式, 再将方程的解代入非线性方程中, 令方程两边各次谐波系数相等可得含有相应未知系数的方程组, 求解该方程组即可得到各次谐波振幅的近似解。

图 1-2 中电路的稳态解可表示为基频及一系列高频和分频正弦分量之和。

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & \Phi_1 \sin(\omega t + \theta_1) + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{2n+1} \sin[(2n+1)\omega t + \theta_{2n+1}] \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_{1/(2n+1)} \sin[\omega t / (2n+1) + \theta_{1/(2n+1)}] \end{aligned} \quad (1-4)$$

这里只讨论基波铁磁谐振, 所以忽略其他谐波分量, 设磁通为

$$\varphi(t) = \Phi_1 \sin(\omega t + \theta_1) \quad (\Phi_1 \geq 0) \quad (1-5)$$

将式(1-5)代入式(1-3)并展开, 仅保留基频分量可得

$$\begin{aligned} & \left(\frac{4a_1 + 3a_3 \Phi_1^2}{4C} - \omega^2 \right) \Phi_1 \sin \omega t + \theta_1 + \left(a_1 + \frac{3a_3 \Phi_1^2}{4} \right) \omega R \Phi_1 \cos(\omega t + \theta_1) \\ & = \sqrt{2} \omega E \cos \omega t \end{aligned} \quad (1-6)$$

由三角函数的性质可得

$$\left(\frac{4a_1 + 3a_3 \Phi_1^2}{4C} - \omega^2 \right)^2 \Phi_1^2 + \left(a_1 + \frac{3a_3 \Phi_1^2}{4} \right)^2 \omega^2 R^2 \Phi_1^2 = 2\omega^2 E^2 \quad (1-7)$$

整理得