



# 医学 图像配准技术

李碧草 舒华忠 王贝 编著



清华大学出版社

# 医学 图像配准技术

李碧草 舒华忠 王贝 编著



清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书主要介绍了与医学图像配准相关的基础知识及常用的配准算法。内容包括四大部分：第一部分(第1~5章)涉及医学图像配准的基础知识，阐述图像配准的原理、基本框架、分类，医学成像技术，图像配准算法的组成，插值方法及常用的图像配准开源平台；第二部分(第6、7章)介绍了基于相关性的医学图像配准方法和目前常用的Demons非刚体图像配准算法；第三部分(第8~10章)介绍了信息论测度在医学图像配准中的应用；第四部分(第11、12章)介绍了基于特征的医学图像配准方法。

本书可作为高等院校计算机、通信与信息系统、信号与信息处理等专业的研究生教材或参考书，也可作为医学图像分析、医学图像配准等领域的技术人员和研究人员的参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

医学图像配准技术/李碧草,舒华忠,王贝编著. —北京：清华大学出版社,2019  
ISBN 978-7-302-52821-0

I. ①医… II. ①李… ②舒… ③王… III. ①医学摄影—图像处理—研究  
IV. ①R445

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 082671 号

责任编辑：梁 颖 李 眯

封面设计：常雪影

责任校对：李建庄

责任印制：宋 林

出版发行：清华大学出版社

网 址：<http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084

社 总 机：010-62770175 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈：010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载：<http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 刷 者：三河市铭诚印务有限公司

装 订 者：三河市启晨纸制品加工有限公司

经 销：全国新华书店

开 本：155mm×235mm 印 张：20.5 字 数：348 千字

版 次：2019 年 9 月第 1 版 印 次：2019 年 9 月第 1 次印刷

定 价：128.00 元

---

产品编号：080455-01

# 前言

## FOREWORD

医学图像配准技术是医学图像处理的基础,在医学信息融合、肿瘤生长监测、图像引导手术治疗及放疗计划制定等方面发挥着重要的作用。医学图像配准可以将各种互补的信息融合在一起,为医生诊断病情提供更多可靠的信息。鉴于医学配准技术的重要性及今后的发展前景,本书从图像配准的基本概念出发,介绍医学图像配准的意义、应用领域及国内外研究的现状;然后介绍几种常用的医学成像技术,让读者了解医学图像的特点;介绍图像配准算法的基本框架,以及常用的图像配准开源平台;最后通过实际配准例子着重介绍基于灰度和基于特征两大类配准方法。

本书的理论知识由浅入深,容易上手,比较适合初学者了解医学图像配准技术,并结合目前常用的开源框架及图像配准实验,深入分析各种算法的性能。本书可作为高等院校计算机、通信与信息系统、信号与信息处理等专业的研究生教材或参考书,也可作为医学图像分析、医学图像配准等领域的技术人员和研究人员的参考书。

本书共 12 章,分为四大部分。第一部分(第 1~5 章)主要介绍医学图像配准的基本知识。第 1 章为绪论部分,简要介绍了图像配准技术的概述、图像配准的研究意义、图像配准的主要应用领域及医学图像配准技术的主要内容;第 2 章阐述了常用的医学成像技术,包括 X 射线成像、磁共振成像、计算机断层扫描成像、核医学成像及医学超声成像;第 3 章介绍了图像配准算法的 4 个组成部分:特征空间、搜索空间、相似性度量和搜索策略;第 4 章描述了图像配准过程中常用的灰度插值方法;第 5 章介绍了 ITK 和 Elastix 两种常用的医学图像配准开源平台。

第二部分(第 6、7 章)主要描述基于灰度的图像配准方法。第 6 章介绍了基于相关性的医学图像配准方法,着重描述了基于鲁棒相关系数、相关比和增强相关系数的医学图像配准算法;第 7 章阐述了几种常用的基于 Demons 算法的非刚体医学图像配准。

第三部分(第 8~10 章)阐述基于信息论测度的医学图像配准。第 8

章介绍了信息论在医学图像配准中的应用,从信息论的基本概念出发,阐述图像互信息的概念及概率密度的估计方法,重点描述互信息在医学图像配准中的应用,并研究几种其他的信息论测度;第9章主要研究基于Arimoto熵的医学图像配准,研究Arimoto熵的性质,构造新的散度测量,利用该散度建立配准框架,分析仿真和临床数据的配准结果;第10章介绍了连续图像表示在基于信息论测度的医学图像配准方法中的应用。

第四部分(第11、12章)着重研究基于图像特征的配准方法。第11章描述了基于熵图的医学图像配准算法;第12章主要介绍基于结构特征的多模态医学图像配准方法,着重阐述了几种常用的结构特征描述子及其在图像配准中的应用。

本书由中原工学院的李碧草、东南大学的舒华忠和平顶山第一人民医院的王贝撰写,全书由李碧草负责统稿。

作者多年来一直从事医学图像配准及相关方面的研究工作。本书是作者多年来从事该领域研究工作的结晶。该书获得河南省科技攻关项目(编号:192102210127)、中原工学院学术专著出版基金的资助,在此表示感谢。

由于作者水平有限,书中难免有疏漏,恳请广大读者批评指正。

编 者

2019年7月

# 目录

## CONTENTS

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 图像配准技术概述 .....	1
1.1.1 图像配准的定义 .....	1
1.1.2 图像配准的基本框架 .....	3
1.1.3 图像配准方法的分类 .....	6
1.2 图像配准的意义 .....	9
1.3 图像配准的应用领域 .....	11
1.4 医学图像配准技术 .....	12
1.4.1 医学图像配准的发展历史 .....	12
1.4.2 医学图像配准的国内外研究现状及面临的问题 ..	14
1.4.3 常用的医学图像配准方法 .....	17
1.4.4 医学图像配准的评价 .....	22
1.5 本书的结构与内容安排 .....	23
参考文献 .....	26
第 2 章 医学成像技术 .....	42
2.1 引言 .....	42
2.2 X 射线成像 .....	42
2.2.1 普通 X 射线成像 .....	42
2.2.2 数字 X 射线成像 .....	45
2.3 磁共振成像 .....	51
2.4 计算机断层扫描成像 .....	55
2.5 核医学成像 .....	58
2.5.1 正电子放射断层成像 .....	58
2.5.2 单光子发射计算机断层成像 .....	59
2.6 医学超声成像 .....	61

2.7 本章小结 .....	63
参考文献 .....	64
<b>第3章 图像配准算法 .....</b>	<b>66</b>
3.1 引言 .....	66
3.2 特征空间 .....	67
3.2.1 点检测 .....	67
3.2.2 线检测 .....	68
3.2.3 霍夫变换 .....	68
3.2.4 边缘检测 .....	70
3.2.5 Harris 角点 .....	72
3.2.6 SIFT 特征点 .....	73
3.2.7 SURF 特征点 .....	76
3.3 搜索空间 .....	79
3.3.1 刚体变换 .....	79
3.3.2 仿射变换 .....	81
3.3.3 投影变换 .....	81
3.3.4 弯曲变换 .....	82
3.4 相似性度量 .....	83
3.4.1 差值平方和 .....	83
3.4.2 绝对误差和 .....	83
3.4.3 归一化互相关 .....	84
3.4.4 相关比率 .....	84
3.4.5 互信息测度 .....	84
3.5 搜索策略 .....	85
3.5.1 Powell 优化算法 .....	85
3.5.2 Simplex 优化算法 .....	88
3.5.3 共轭梯度法 .....	89
3.5.4 拟牛顿法 .....	91
3.5.5 随机梯度下降法 .....	93
3.6 本章小结 .....	94
参考文献 .....	95
<b>第4章 灰度插值方法 .....</b>	<b>97</b>
4.1 引言 .....	97

4.2 最近邻插值 .....	97
4.3 双线性插值 .....	98
4.4 三次卷积插值 .....	99
4.5 部分体积插值 .....	103
4.5.1 部分体积估计 .....	103
4.5.2 广义的部分体积估计 .....	104
4.5.3 计算复杂度 .....	104
4.6 本章小结 .....	106
参考文献 .....	107
 第 5 章 医学图像配准的开源平台 .....	108
5.1 引言 .....	108
5.2 ITK 研发平台 .....	109
5.2.1 ITK 的下载与安装 .....	109
5.2.2 ITK 的系统概述 .....	114
5.2.3 ITK 图像配准算法的实现 .....	126
5.3 Elastix 工具箱 .....	139
5.3.1 Elastix 简介 .....	139
5.3.2 软件的特色 .....	145
5.3.3 配准算法的组成 .....	145
5.4 本章小结 .....	150
参考文献 .....	151
 第 6 章 基于相关性的医学图像配准 .....	152
6.1 引言 .....	152
6.2 基于鲁棒相关系数的医学图像配准算法 .....	152
6.2.1 相关系数估计 .....	153
6.2.2 鲁棒的相关系数 .....	155
6.3 基于相关比的医学图像配准算法 .....	157
6.3.1 相关比 .....	157
6.3.2 条件相关比 .....	159
6.3.3 求导和优化 .....	159
6.4 基于增强相关系数的医学图像配准算法 .....	160
6.4.1 配准模型 .....	160

6.4.2 增强的相关系数 .....	161
6.4.3 模型的优化 .....	161
6.5 实验结果与分析 .....	165
6.6 本章小结 .....	172
参考文献 .....	172
 第 7 章 基于 Demons 算法的非刚体医学图像配准 .....	174
7.1 引言 .....	174
7.2 Demons 算法 .....	174
7.2.1 吸引力的概念 .....	175
7.2.2 光流方法 .....	176
7.2.3 算法流程 .....	177
7.2.4 微分同胚的 Demons 配准算法 .....	178
7.3 Active Demons 算法 .....	180
7.3.1 在扩散过程中引入正力 .....	180
7.3.2 多分辨率方法 .....	181
7.4 对称 Demons 算法 .....	181
7.5 可加的 Demons 算法 .....	182
7.5.1 算法的迭代过程 .....	183
7.5.2 Demons 力 .....	184
7.6 实验结果与分析 .....	185
7.7 本章小结 .....	191
参考文献 .....	191
 第 8 章 信息论在医学图像配准中的应用 .....	194
8.1 引言 .....	194
8.2 信息论基础 .....	194
8.2.1 熵的概念 .....	194
8.2.2 联合熵和条件熵 .....	195
8.2.3 相对熵与互信息 .....	196
8.3 互信息在医学图像配准中的应用 .....	197
8.3.1 图像互信息 .....	198
8.3.2 概率密度估计 .....	198
8.3.3 基于互信息的医学图像配准 .....	202

8.4 几种其他的信息论相似性度量 .....	209
8.5 本章小结 .....	210
参考文献 .....	211
<b>第 9 章 基于 Jensen-Arimoto 散度的医学图像配准 .....</b>	<b>213</b>
9.1 引言 .....	213
9.2 Arimoto 熵 .....	214
9.3 Jensen-Arimoto 散度 .....	216
9.4 与现有信息论测度的联系 .....	218
9.5 基于詹森 Arimoto 散度的医学图像配准算法 .....	219
9.5.1 配准框架 .....	219
9.5.2 变换模型 .....	220
9.5.3 目标函数 .....	221
9.5.4 优化方案 .....	223
9.6 实验和结果分析 .....	225
9.6.1 测试数据 .....	226
9.6.2 仿真数据配准实验 .....	228
9.6.3 临床数据配准实验 .....	240
9.6.4 实验结果分析 .....	244
9.7 本章小结 .....	245
参考文献 .....	245
<b>第 10 章 连续图像表示在信息论医学图像配准中的应用 .....</b>	<b>248</b>
10.1 引言 .....	248
10.2 基于连续图像表示的直方图估计 .....	249
10.2.1 二维图像的联合直方图 .....	249
10.2.2 三维图像的联合直方图 .....	251
10.3 随机采样理论 .....	252
10.3.1 低差异序列 .....	253
10.3.2 计算成本 .....	254
10.4 快速连续的直方图估计 .....	255
10.4.1 二维图像的 FCHE .....	255
10.4.2 三维图像的 FCHE .....	256
10.5 基于连续直方图估计的医学图像配准 .....	258

10.5.1 空间变换模型 .....	258
10.5.2 目标函数 .....	258
10.5.3 优化方案 .....	259
10.6 实验结果与分析 .....	260
10.6.1 二维图像配准实验 .....	260
10.6.2 三维图像配准实验 .....	264
10.7 本章小结 .....	265
参考文献 .....	265
 第 11 章 基于熵图的医学图像配准 .....	268
11.1 引言 .....	268
11.2 熵特征相似度 .....	268
11.2.1 瑞利熵与散度 .....	268
11.2.2 互信息与 $\alpha$ 互信息 .....	270
11.2.3 $\alpha$ 詹森相异性度量 .....	271
11.2.4 $\alpha$ 几何算术平均散度 .....	272
11.3 熵图的估计 .....	272
11.3.1 最小生成树熵估计 .....	273
11.3.2 基于最近邻图的熵估计 .....	276
11.3.3 $\alpha$ 几何算术平均散度和 $\alpha$ 互信息的 熵图估计 .....	279
11.4 基于多特征互信息的医学图像配准 .....	281
11.4.1 图像配准框架 .....	281
11.4.2 熵、熵图与 $\alpha$ 互信息 .....	282
11.4.3 优化方法 .....	282
11.4.4 $\alpha$ 互信息的求导 .....	283
11.4.5 特征的选取 .....	284
11.5 实验结果与分析 .....	285
11.6 本章小结 .....	290
参考文献 .....	290
 第 12 章 基于结构特征的多模态医学图像配准 .....	293
12.1 引言 .....	293
12.2 结构图像表示 .....	294

12.2.1	熵图像	296
12.2.2	拉普拉斯图像	297
12.2.3	自相似度	301
12.3	模态独立的邻域描述子	303
12.3.1	动机与概念	303
12.3.2	基于图像块的距离	304
12.3.3	基于高斯函数的差异度量	304
12.3.4	空间搜索区域	305
12.3.5	利用 MIND 的多模态相似度	305
12.4	基于高斯牛顿方法的配准框架	306
12.4.1	刚体配准	306
12.4.2	扩散约束的形变配准	307
12.4.3	对称和反向一致性配准	307
12.5	基于结构图像表示的多模态医学图像配准	308
12.5.1	形变配准算法	310
12.5.2	实验结果与分析	311
12.6	本章小结	314
	参考文献	314



# 绪 论



21世纪是一个充满信息的时代,图像作为人类感知世界的视觉基础,是人们获取信息、表达信息和传递信息的重要手段。有资料显示人类从外界获取的信息有超过3/4来自于图像信息,因此图像在人类感知中扮演着重要的角色。

然而在现实生活及科学的研究中,由于成像环境(光照、温度、湿度等)的影响或者成像设备本身的局限,使得采集到的图像信息常常不能满足要求。因此,需要通过图像处理技术对图像进行分析处理,帮助人们获取有用的信息。随着计算机技术的不断发展,特别是各式各样的成像传感器的出现,图像处理技术得到了蓬勃发展,并广泛应用于医学成像、地球遥感监测、天文学、生物学、法律实施、国防及工业领域<sup>[1]</sup>。

近年来,微电子、计算机、信息科学等的迅速发展和广泛应用带动了成像技术的飞速发展。成像设备的不断发展,使得人类从图像中得到的信息量急剧增加。单个图像传感器获取的图像信息已经不能满足某些特定应用的需求,而且以往的图像处理方法不能很好地应对多成像设备组合使用所带来的新问题<sup>[2]</sup>。图像配准技术就是为应对这些问题而提出的一种新方法,并已成为图像处理领域一项重要的研究内容。

本章主要介绍图像配准技术的概述、研究意义、研究领域,并概述了医学图像配准技术的发展历史、国内外研究现状、常用方法及评价机制等,阐述了本书的主要内容,最后给出本书各章节的安排。

## 1.1 图像配准技术概述

### 1.1.1 图像配准的定义

图像配准是图像处理的一项重要技术,也是图像融合的前提条件。

图像配准是将由同一传感器拍摄的不同时间、不同视角或者利用不同传感器得到的同一场景的两幅或多幅图像在空间位置上对齐的图像处理过程。图像配准的关键在于寻找两幅或多幅待配准图像间的空间变换关系，从而使待配准图像上的对应点处在同一坐标系中。

给定两幅图像，参考图像  $I_R$  和浮动图像  $I_F$ ，图像配准的示意图如图 1-1 所示。图 1-1 中黑色的圆点分别代表浮动图像中的一个坐标点  $(x, y)$ ，黑色的三角则表示参考图像中的对应点  $(x', y')$ 。由于在计算机上处理的图像都是数字图像，换句话说，图像上每一点的坐标值都是整数。所以，首先需要对浮动图像进行上采样，把它的坐标系转换成世界坐标系；然后浮动图像  $I_F$  中每一点的坐标在空间变换  $T$  的作用下变换到参考图像的世界坐标系中，它们之间的变换关系可以表示为

$$(x', y') = T(x, y) \quad (1.1)$$

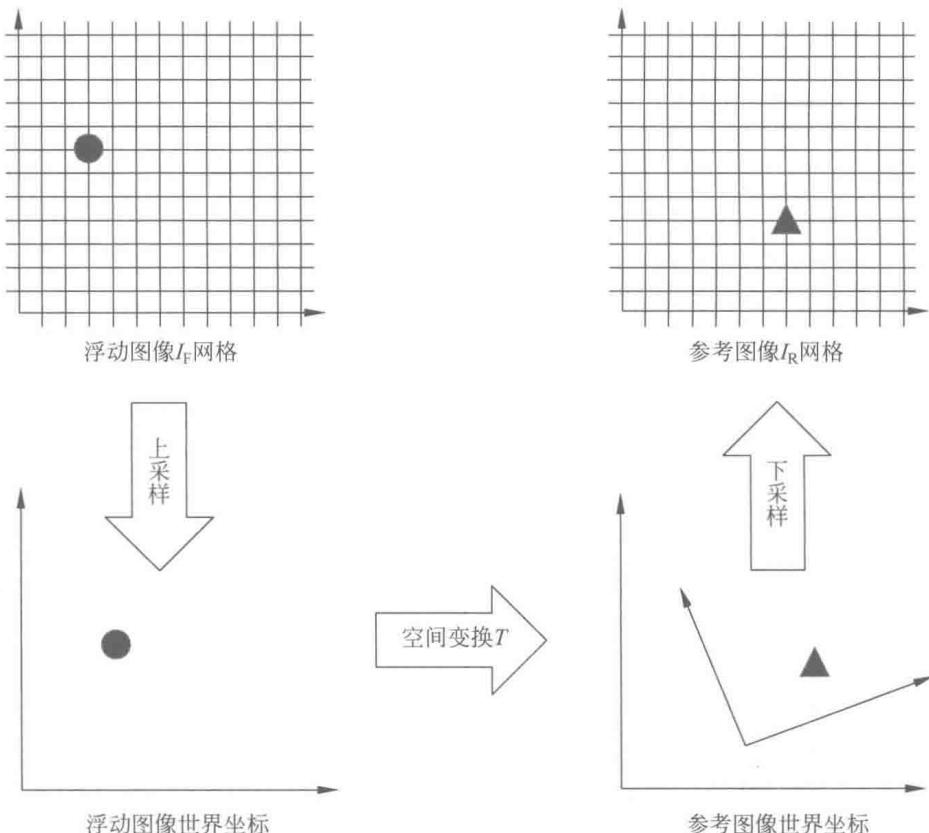


图 1-1 图像配准的定义

最后通过对变换后的浮动图像进行降采样从而把参考图像的世界坐标转换为离散的参考图像网格,这里需要注意,因为在变换  $T$  作用后的浮动图像坐标值可能为实数,所以在下采样过程中需要对非整数坐标点进行插值操作。

式(1.1)表明两幅待配准图像对应点之间的坐标关系是通过变换  $T$  来实现的,图 1-1 给出了更直观的描述,由此可以看出,图像配准的关键问题是确定浮动图像和参考图像之间的空间变换  $T$ 。

## 1.1.2 图像配准的基本框架

医学图像配准算法由特征空间、搜索空间、相似性度量及搜索策略 4 个部分组成<sup>[3]</sup>。特征空间是从待配准图像中提取的用于进行配准的特征信息; 搜索空间是在配准时选择的空间变换的方式(刚体变换、仿射变换、弹性变换等); 相似性度量是衡量浮动图像经过每次变换后与参考图像之间的相似性,并为下一次是否进行变换提供依据; 搜索策略决定下一步变换的方向,即采用的优化方案,以便得到最优空间变换。

### 1. 特征空间

在图像配准的很多应用中,一些显著的点往往成为提取有用信息的重要基础,因为它们在不同的环境下能保持相似的性质,并且受噪声等因素的影响较小,这些点被称作图像的特征。特征是图像中的重要信息,选取的图像特征决定使用哪种配准方法。图像的基本特征有灰度、点、直线、边界轮廓、面以及其他一些描述子等。灰度特征是指图像的灰度值,也是图像中最直接、最容易获取的特征。特征点一般指满足特定条件并且能够代表特殊结构的点,比如边界的交点、人体内组织和器官的解剖结构点等。常用的特征点提取方法有 Harris<sup>[4]</sup>、SUSAN<sup>[5]</sup> 及 SURF<sup>[6,7]</sup> 算法等。利用参考图像和浮动图像的特征点来执行它们之间的配准,能减少大量的处理时间。直线也是图像重要的特征,常用的直线检测方法包括霍夫变换<sup>[8]</sup>(Hough Transform)、带有方向的空间滤波等。图像的边界通过边缘检测方法获取,常见的方法包括一阶导数算子(Canny<sup>[9]</sup>、Sobel、Roberts 及 Prewitt 算子<sup>[10]</sup>等)和二阶导数算子(Laplace 算子<sup>[11]</sup>、LoG 算子<sup>[12,13]</sup>等)。与边界轮廓类似,有学者检测三维图像中物体的面<sup>[14]</sup>作为特征,Garnier 等<sup>[15]</sup>利用这些面特征提出了前列腺超声图像的分割算法,而且面特征也被应用到图像配准研究中<sup>[16]</sup>。此外矩特征<sup>[17]</sup>也是图像的一种特征描述子,它主要表征图像的几何特性,具有旋转、平移及尺度等的不变性,因此图像矩在模式识别和图像处理中有着广泛的

应用。

## 2. 搜索空间

搜索空间包括空间变换范围和空间变换模型<sup>[18]</sup>。空间变换的范围可分为全局变换和局部变换。全局变换说明整幅图像的变换可以利用相同的变换参数,而局部变换是指在图像上指定大小的子区域可以应用相同的变换参数。常用的空间变换模型有刚体变换、仿射变换、投影变换及弯曲变换(或弹性形变)。

## 3. 相似性度量

相似性度量是医学图像配准算法的重要组成部分,它是衡量参考图像与浮动图像间相似程度的一个度量,是优化过程中的目标函数或者目标函数的一项,它的选择取决于待配准图像中提取的特征信息。相似性度量的值随着图像配准中几何变换的变化而发生变化,当相似度达到最大时,浮动图像与参考图像完全配准。在医学图像配准方法中,常用的相似性度量有差值平方和(Sum of Squared Differences, SSD)、绝对误差和<sup>[19]</sup>(Sum of Absolute Differences, SAD)、归一化互相关<sup>[20]</sup>(Normalized Cross Correlation, NCC)及互信息<sup>[21]</sup>(Mutual Information, MI)等。Graeme 等人<sup>[22]</sup>分析了应用于医学图像配准的几种相似性度量。

## 4. 搜索策略

医学图像的配准过程本质上是一个多参数的优化问题<sup>[23]</sup>,即通过搜索策略寻找目标函数的最大值或最小值,以便得到待配准图像间最优的空间变换参数。由于在大多数情况下获得的相似度曲线存在一些局部极值点<sup>[24]</sup>,如何能在有局部极值点的情况下快速寻找到最优解是医学图像配准算法的关键,因此搜索策略的选取直接影响整个配准算法的进程。Sotiras 等人将优化方法分为连续优化方法和离散优化方法<sup>[25]</sup>。

常用的连续优化方法包括 Powell 算法<sup>[26]</sup>、Simplex 算法<sup>[27]</sup>、梯度下降<sup>[28]</sup>(Gradient Descent, GD)、共轭梯度<sup>[29,30]</sup>(Conjugate Gradient, CG)、伪牛顿<sup>[31]</sup>(Quasi-Newton, QN)、Levenberg-Marquardt(LM)算法<sup>[32]</sup>及随机梯度下降<sup>[33]</sup>(Stochastic Gradient Decent, SGD)等优化策略。Powell 和 Simplex 优化算法的执行不需要计算导数,因此优化速度快,但容易收敛于局部极值点,这两种方法主要应用于低自由度图像配准(如刚体和仿射配准<sup>[34]</sup>等)。

在图像配准中,经常利用基于梯度的连续优化方法。Klein 等<sup>[35]</sup>研究了两种梯度下降算法:第一类算法定义步长为迭代次数的一个衰减函

数,而第二类梯度下降方法是基于一个被称作 Moré-Thuente 的不确定线性搜索算法<sup>[36]</sup>。梯度下降算法已经用来解决多种图像配准问题<sup>[37-39]</sup>。共轭梯度拥有比梯度下降更快的收敛速率,它采用先前梯度传递的信息提出一个搜索方向,这个搜索方向并不遵循新的梯度并且与先前的梯度是共轭的<sup>[40,41]</sup>,共轭梯度算法的综述可以参考 Hager 和 Zhang 的工作<sup>[42]</sup>。共轭梯度作为优化策略在图像配准中也得到广泛应用<sup>[43-45]</sup>。伪牛顿法也是图像配准领域经常用到的优化方案,与梯度下降相比,二阶导数的应用使伪牛顿法有更好的理论收敛性质。

伪牛顿法是从牛顿算法的基础上发展而来的,牛顿算法中计算 Hessian(海赛)矩阵及其逆矩阵需要耗费大量的计算时间,尤其在三维图像的非刚体配准中,这势必会降低图像配准的效率。为解决这个问题,伪牛顿法使用 Hessian 矩阵逆的一个估计作为每次迭代的步长,因此在每次迭代中不需要更新目标函数的二阶导数。伪牛顿法有两个变种:Davidon-Fletcher-Powell (DFP) 和 Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno<sup>[46,47]</sup> (BFGS),现已证实 BFGS 算法比 DFP 更有效<sup>[48,49]</sup>。有学者将伪牛顿法应用于三维超声序列配准<sup>[50]</sup>,及多重点集的非刚体配准及图谱重建<sup>[51]</sup>等。Levenberg-Marquardt 算法的步长定义为 Hessian 矩阵逆的估计与一个加权因子的和,该加权因子是约束优化算法速度和稳定性等性能的一个参数,伪牛顿法可以看成 LM 算法的一个特例。Ashburner 利用 LM 算法提出一种快速的微分同胚图像配准算法<sup>[52]</sup>,Wu 等人采用基于小波的运动模型和 LM 算法进行图像配准<sup>[53]</sup>,Gefen 等用 LM 算法配准三维的小鼠头部组织图像<sup>[54]</sup>。

前面提到的都是基于确定性的梯度优化算法,而在医学图像配准中,庞大的实验数据和多自由度的弹性空间变换模型,使得导数的计算成本很高。为了减少计算量,有研究人员提出随机梯度方法,此方法每次迭代更新的方向不再是目标函数的梯度,而是梯度的一个估计值,随机梯度算法的不同点主要在于梯度的估计方法。Kushner 等<sup>[55]</sup>指出当梯度有偏估计误差趋向于 0 时,才能保证随机梯度下降算法的收敛。随机梯度下降算法虽然降低了每次迭代的计算时间,但是负面影响是算法收敛速度的降低。Klein 等<sup>[35]</sup>讨论了 3 种随机梯度下降算法:Kiefer-Wolfowitz<sup>[56]</sup> (KW)方法,利用一个有限差分来估计目标函数的梯度;同步扰动<sup>[57]</sup> (Simultaneous Perturbation, SP)方法,沿着一个随机扰动矢量进行扰动,从而估计出梯度,注意这个扰动矢量的元素是相互独立且服从对称的伯努利分布;Robbins-Monro<sup>[58]</sup> (RM)方法,并没有给出目标函数导数的具