

医用物理实验

(第二版)

主编 贺 兵 姜云海

高等教育出版社

医用物理实验

(第二版)

主编 贺 兵 姜云海

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是在作者多年教学实践的基础上,依据全国医药类专业医用物理和医用电子实验课程教学基本要求编写而成的。全书共编入 32 个实验,分为 4 个部分。第 1 部分为绪论,内容主要包括测量和误差及实验数据处理;第 2 部分为基本物理实验,介绍了医用物理实验中常用的一些测量仪器及基本物理量的测量;第 3 部分为综合设计性物理实验;第 4 部分为医用电子学实验,主要包括模拟电子电路实验。

本书可作为高等医药院校医药类专业的医用物理学实验课程的教材,也可供高等医药院校的生命科学有关专业及其他专业的师生作为参考书。

图书在版编目(CIP)数据

医用物理实验 / 贺兵, 姜云海主编. -- 2 版. -- 北京 : 高等教育出版社, 2018.12
ISBN 978-7-04-050686-0

I. ①医… II. ①贺… ②姜… III. ①医用物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①R312 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 223849 号

YIYONG WULI SHIYAN

策划编辑 张琦玮 责任编辑 缪可可 封面设计 王鹏 版式设计 杜微言
插图绘制 于博 责任校对 刁丽丽 责任印制 陈伟光

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街 4 号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	北京印刷一厂		http://www.hepmall.com
开 本	787 mm×1092 mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	16.25	版 次	2014 年 9 月第 1 版
字 数	300 千字		2018 年 12 月第 2 版
购书热线	010-58581118	印 次	2018 年 12 月第 1 次印刷
咨询电话	400-810-0598	定 价	30.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 50686-00



医用物理 实验

(第二版)

贺 兵
姜云海

- 1 计算机访问<http://abook.hep.com.cn/1249133>, 或手机扫描二维码、下载并安装Abook应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号(20位密码, 刮开涂层可见), 或通过Abook应用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 单击“进入课程”按钮, 开始本数字课程的学习。



① 重要通知

医用物理实验(第二版)

医用物理实验(第二版)数字课程与纸质教材一体化设计, 紧密配合。数字课程充分运用多种形式的媒体资源, 极大地丰富了知识的呈现形式, 拓展了教材内容。在提升课程教学效果同时, 为学生学习提供思维与探索的空间。

用户名: 密码: 验证码: [忘记密码?](#) [登录](#) [注册](#) [记住我\(30天内免登录\)](#)

课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制, 部分内容无法在手机端显示, 请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题, 请发邮件至abook@hep.com.cn。



<http://abook.hep.com.cn/1249133>

医用物理实验(第二版)

主 编 贺 兵 姜云海

副主编 罗亚梅 郑尚彬

编 委 (按姓氏笔画)

朱 渊 (西南医科大学)

伍 佳 (西南医科大学)

许 标 (西南医科大学)

邹 凯 (川北医学院)

杨梦婷 (西南医科大学)

陈 涛 (成都医学院)

陈淑琼 (西南医科大学)

罗亚梅 (西南医科大学)

郑尚彬 (西南医科大学)

贺 兵 (西南医科大学)

姜云海 (西南医科大学)

唐碧华 (西南医科大学)

前言

本书是 21 世纪高等医药院校医用物理学实验课程的教材。本书依据全国医药类专业医用物理学实验课程教学基本要求,充分考虑医药类各专业特点,借鉴兄弟院校先进的实验教学理念并根据我们多年的实验教学与改革经验,考虑到近年来物理学教学内容的新进展,经过充实完善,编写而成。

本书贯彻和体现了素质教育、创新教育、能力培养的教学理念,共编入 32 个实验项目,分为 4 个部分。第 1 部分为绪论,内容主要包括测量误差及实验数据处理。第 2 部分是基本物理实验,介绍了医用物理学实验中常用的一些测量仪器及基本物理量的测量。通过这部分实验可以让学生学习基本的医用物理学实验方法和测量技术,熟悉基本医用物理学实验仪器的工作原理和使用方法。第 3 部分是综合设计性物理实验,通过这部分实验的学习,培养学生对物理知识的综合运用能力和创新能力。第 4 部分是医用电子学实验,通过这部分实验可以使学生掌握电子技术的实验知识和基本技能,能借助医学仪器说明书看懂电路原理图,为进一步使用现代医学诊疗仪器、分析仪器、检验仪器打好基础。

本书适用于高等医药院校临床医学、口腔医学、预防医学、影像医学、药学、医学检验、护理等医药类各专业,也可供生物医学工程或与生命科学有关的其他专业师生参考使用。

由于编者水平有限,错误和不妥之处在所难免,恳请读者批评指正。

编者

2018 年 4 月

目 录

第1章 绪论	1
第1节 医用物理实验课的重要性和教学任务	1
第2节 医用物理实验课的教学环节和基本要求	2
第3节 测量和误差	3
第4节 有效数字及其运算法则	11
第5节 实验数据处理方法	14
第2章 基本物理实验	21
实验1 基本测量	21
实验2 利用显微镜及测微尺测微小长度	28
实验3 万用表的使用	31
实验4 人造骨杨氏模量的测定	43
实验5 液体黏度的测定	47
实验6 液体表面张力系数的测定	55
实验7 驻波法测振动频率	66
实验8 示波器的使用	70
实验9 超声波声速的测量	83
实验10 用衍射光栅测光波波长	89
实验11 用旋光仪测定糖溶液的质量浓度	98
实验12 薄透镜焦距的测量	104
第3章 综合设计性物理实验	111
实验13 光的波动性研究	111
实验14 人眼屈光不正及矫正	116
实验15 人体阻抗的测量	122
实验16 X-CT模拟实验	129
实验17 放射性活度的测量	137
实验18 心电图机的使用及其技术指标的测量	144
实验19 迈克耳孙干涉仪的使用	151
实验20 人耳听阈曲线的测定	158
实验21 A型超声诊断仪的原理和使用	163
实验22 核磁共振	169
实验23 血液黏度的测定	179
实验24 物理仿真实验简介	183
第4章 医用电子学实验	190
实验25 TD-AS+型模拟电路实验箱使用	190
实验26 晶体管单级放大电路	201
实验27 负反馈放大电路	212
实验28 差动放大电路实验	216
实验29 比例求和运算电路	221
实验30 积分与微分电路	227
实验31 功率放大电路(OTL)	231
实验32 直流稳压电源电路	234
附录	244
1. 国际单位制	244
2. 常用物理常量表	246
参考文献	248

第1章 絮 论

第1节 医用物理实验课的重要性和教学任务

实验是人们认识自然和改造客观世界的基本手段。物理学从本质上说是一门实验科学,物理规律的发现、概念的确立和理论的建立,都必须以严格的科学实验为基础,并且不断受到实验的检验。例如:麦克斯韦的电磁场理论,经赫兹的电磁波实验得到了证实;杨振宁、李政道在1956年提出的“基本粒子在弱相互作用下的宇称不守恒”理论,经实验物理学家吴健雄观测钴-60的衰变实验得到了证实。近代物理学的任何重大发现和发展,都是在复杂和精确的实验基础上取得的。因此,物理实验对学生掌握物理学知识,培养科学思维能力,提高科学素质等都是十分重要的。

医用物理学是现代医学、药学的基础学科之一。在现代医、药科学中,广泛地应用着物理学理论和实验方法。因此,要掌握现代医、药科学知识,就必须具备一定的物理实验理论、方法和技能。高等医学院校的物理实验,是医学生学习实验技术、接受系统实验技能训练的开端,是实践能力培养的重要手段,也是后续实验课程的基础。

医用物理实验课与理论课既相互联系,又相对独立,具有同等重要的地位。医用物理学理论课主要注重对物理概念、物理规律的讨论和学习,训练学生的理论思维方法;实验课则主要通过实践操作,对学生进行全面而系统的实验技能训练。医用物理实验课的教学目的和任务主要有以下几个方面:

1. 通过对物理实验现象的观察、分析和对物理量的测量,学习物理实验知识,加深对物理概念和规律的认识以及对物理学原理的理解。
2. 通过基本的科学实验技能训练,培养和提高学生从事科学实验的能力和素质。学会正确使用基本实验器材,熟悉常用实验器材的原理和性能;掌握一些基本物理量的测量方法和实验操作技能;能正确记录和处理实验数据,分析判断实验结果,写出完整合格的实验报告;以及自行设计和

完成某些创新性实验。

3. 培养工作作风,提高实验素养,主要是培养理论联系实际、实事求是的工作作风,一丝不苟、严肃认真的工作态度,积极主动、勇于探索、坚韧不拔的钻研精神,遵守纪律、团结协作、爱护公共财物的优良品德。

第2节 医用物理实验课的教学环节和基本要求

医用物理实验是在教师指导下由学生独立进行的实践活动,就其整个教学过程来说,大致可以划分为以下几个基本环节。

(一) 实验课前的准备

为了保证在实验操作中有目的地观察实验现象,减少操作中的忙乱现象,提高学习的主动性,学生应在实验课前仔细阅读实验教程,做好实验前的预习。预习要求做到:

1. 了解实验目的,熟悉实验原理和实验内容。
2. 了解实验所用仪器的构造、性能、操作要点和注意事项。
3. 明确待测物理量和测量方法,草拟出操作步骤,设计好实验数据记录表格。
4. 写好实验预习报告。预习报告内容主要包括实验名称、实验目的、实验器材、实验原理、实验步骤、实验数据记录表格及注意事项。

(二) 课堂实验操作

医用物理实验课一般先由指导教师作重点讲解,交代有关注意事项,简明扼要地讲授实验内容,具有指导性和启发性,学生要结合自己的预习情况逐一领会,特别要注意那些在操作中容易引起失误的地方。实验过程中,必须正确操作实验器材,仔细观察实验现象,如实记录实验数据,要求做到:

1. 检查实验器材是否完备、齐全,将主要仪器的名称、型号、规格和编号记录在预习报告上。进一步弄清楚仪器的工作原理、性能、使用方法和操作注意事项。
2. 根据实验场所的环境和实验所需器材,正确地布置、组装和调试仪器,合理选择仪器的量程,不要盲目操作,切忌急躁。
3. 调试准备就绪后,开始进行测量。实验时一定要细致、耐心,先观察实验现象,再进行测量。实验中若发现仪器故障或出现其他不正常情

况,应立即停止实验操作,并及时请教指导教师,不要自己随意处理。

4. 读取实验数据。在观察、测量时,要做到正确读数,如实地记录实验条件、实验现象和原始实验数据,同时注意实验数据的有效数位数,不允许编造、抄袭实验数据。

5. 实验完毕,将测量的实验数据交指导教师检查签字,整理还原仪器后方可离开实验室。

(三) 课后写好实验报告

实验报告是对实验工作的总结,是交流实验经验、推广实验成果的媒介。书写实验报告是培养学生实验能力的一个方面。实验报告要用简明的形式将实验结果完整、准确地表达出来,要求文字通顺、字迹端正、图表规范、结果正确、分析讨论认真。实验报告要求在课后独立完成,一份完整实验报告的内容主要包括:

1. 实验名称。
2. 实验目的和要求。
3. 实验器材:在实验时记下主要仪器的名称、型号、规格和精度等。
4. 实验原理:简要阐明实验的理论依据,画出必要的实验原理图或装置图。
5. 实验基本步骤:写出主要的实验操作步骤、实验内容和注意事项。
6. 实验数据记录:将原始数据整理后记录于实验报告的数据表格中,并正确表示有效数字和单位。
7. 实验数据处理:根据实验目的对实验结果进行计算或作图表示,并对测量结果进行评定,计算误差。
8. 实验结果:扼要写出实验结果或结论,要体现出测量数据、误差和单位,绘出相关的图表。
9. 实验结果的分析讨论:讨论实验中观察到的异常现象及其可能的解释,分析实验误差的主要来源,对实验器材的选择和实验方法的改进提出意见和建议,简述通过实验得到的收获和心得体会,回答课后思考题。

第3节 测量和误差

(一) 测量及其分类

1. 测量的定义

物理实验中不仅要定性地观察物理现象,更重要的是要找出有关物

理量之间的定量关系,因此需要进行定量的测量。所谓测量就是借助仪器将待测量与规定的同类标准量相比较,从而确定待测量是同类标准单位量的倍数的过程。选来作为标准的同类量称为单位,其倍数称为测量数值。例如,物体的质量可通过与规定用千克作为标准单位的标准砝码进行比较而得出测量结果,物体的长度可通过与规定用米作为标准单位的标准米尺进行比较而得出测量结果,而物体运动速度的测定则必须通过与两个不同的物理量,即长度和时间的标准单位进行比较而获得测量结果。

在人类发展历史上,不同的时期,不同的国家,乃至不同的地区,同一种物理量有着许多不同的计量单位,如长度单位分别有码、英尺、市尺和米等。以某几个选定的基本单位为基础,推导出一系列导出单位,这一系列基本单位和导出单位的整体就称为单位制。1960年的国际计量大会确定了七个物理量的单位为基本单位,这七个物理量是长度(m)、时间(s)、质量(kg)、热力学温度(K)、电流(A)、发光强度(cd)和物质的量(mol),其他物理量的单位则是由以上基本单位按一定的计算关系式导出的,称为导出单位。

2. 测量的分类

根据获得测量结果的方法不同,可将测量分为直接测量和间接测量两类。直接测量是通过测量仪器直接读出待测量值的测量。例如,用米尺测量物体的长度,用天平称量物质的质量,用电流表测量电路中的电流,用秒表测量时间等。在物理实验中,大多数物理量没有直接测量的量具,不能直接获取数据,需要利用几个直接测量的物理量,通过一定的函数关系计算出来,这样的测量称为间接测量。例如,测量圆柱体的体积V时,先直接测量圆柱体的底面圆直径D和高度H,再根据公式 $V=\frac{1}{4}\pi D^2 H$ 计算出圆柱体的体积。

根据测量条件的异同,可将测量分为等精度测量和非等精度测量。等精度测量是指在测量条件(包括测量仪器、测量人员、测量方法及环境条件等)不变的情况下,对某一待测物理量进行的多次测量。等精度测量的每次测量值的可靠程度相同,因此,只有等精度测量才能进行误差计算。如果在同一待测量的多次重复测量中,每次测量时的条件不完全相同,这样进行的一系列测量称为非等精度测量。非等精度测量的结果,其可靠程度不相同。物理实验中大多采用等精度测量。

(二) 测量的误差理论

1. 误差的定义

任何一个待测量在一定条件下都存在着确定的客观真实数值,这个值称为该待测量的真值;而用实验手段测出来的值称为该物理量的测量值。

测量的目的是力求获得待测量的真值,但在测量过程中,由于受到实验理论的近似性、测量方法不够完善、实验器材的灵敏度和分辨能力的局限性、实验环境的不稳定性和测量者水平等因素的影响,真值不可能得到。因此,任何待测量的测量值总是真值的近似值。把测量值与真值之间的差值称为测量误差,简称误差。误差存在于一切测量的过程中。

2. 误差的分类

根据误差的性质和误差产生的原因,一般将误差分为系统误差和偶然误差两类。

(1) 系统误差 也称为规律误差或恒定误差,是指在一定的测量条件下,对同一个被测量进行多次重复测量时,误差值的大小和符号(正值或负值)保持不变,或者在条件变化时,按一定规律变化的误差。系统误差的特征是具有一定规律性、单向性和确定性,即在相同的条件下,重复测量时会重复出现,使测定结果系统性偏高或偏低,其数值大小也有一定的规律。

产生系统误差的原因主要有:① 仪器误差:由于仪器、仪表本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的误差,如仪器的零点不准、仪器未调整好、仪表刻度不准等;② 理论和方法误差:由于测量所依据的理论公式本身的近似性,或实验条件不能达到理论公式所规定的要求,或者是实验方法本身不完善所带来的误差;③ 主观操作误差:由于测量者本人生理或心理特点造成的误差,如测量者个人感官和运动器官的反应或固有习惯不同,读数时总是偏大或偏小等。它因人而异,并与测量者当时的精神状态有关;④ 环境条件:由于环境因素变化引起的误差,如光线、温度、湿度、电磁场等因素。

系统误差可以通过校准仪器、改进实验装置、完善实验方法、纠正实验者不良习惯、防止外界干扰或对测量结果进行理论上的修正加以消除或尽可能减小,但是实验中仅靠增加测量次数并不能减小系统误差。

(2) 偶然误差 也称为随机误差或概率误差,是指即使消除了系统误差后,在相同测量条件下,多次测量同一物理量时,每次测量误差值的大小和符号以不可预计的方式变化的误差。偶然误差的特征是随机性和不确定性。

产生偶然误差的原因主要是由于实验中偶然的或不确定的因素所造成的,如测量时外界温度或湿度微小起伏、杂散电磁场干扰、不规则机械振动、实验装置和测量机构在各次调整操作上的变动、电源电压随机波动以及观测者本人在判断和估计读数上的变动性等。偶然误差是不可避免的,也是无法控制的。偶然误差的出现,就某一次测量值来说是没有规律的,其大小和符号都不能预知,但对一个量进行足够多次的重复测量,则会发现它们的偶然误差是按一定的统计规律分布的,并且正、负误差出现的概率相等。因此,可以通过增加重复测量的次数来减小偶然误差,但是偶然

误差是不可能消除的。

必须指出,测量中的错误不是测量误差。测量中的错误是由于实验者粗心大意,使用仪器的方法不正确、记错数据、数据处理过程中计算时算错数据、实验设计错误、违反操作规程等造成的。在测量中,它是可以避免的,而且也必须避免。消除错误的关键,在于实验人员必须养成专心、认真、细致的良好工作习惯,不断提高理论和操作技术水平。若实验中存在由于错误而得到的测量值,应当从测量结果中剔除。

总之,测量结果的误差是由多方面因素引起的,在分析误差时,必须根据具体情况,对误差来源进行全面分析。因此,只有在消除测量中的错误后,综合考虑偶然误差和系统误差对实验结果的影响才是全面的。

3. 直接测量的误差

(1) 单次测量的误差 在物理实验中,对有的待测量进行一次测量即可获得较好的测量结果,或由于条件不许可和测量精度要求不高等原因,只对待测物理量进行一次直接测量,用单次测得值作为测量结果,近似表示被测量的真值。单次测量值的误差,应根据仪器精度(最小刻度和仪器误差)、测量方法、实验条件以及实验者的感官能力、技术水平等实际情况,进行合理估计。在一般情况下,可用仪器出厂鉴定书或仪器上注明的仪器误差作为单次测量的误差。如果没有注明仪器误差,可取仪器最小刻度的一半作为单次测量的误差;也可以根据实际情况,取仪器最小刻度的 $1/10$ 或 $1/5$ 。例如,用米尺测量物体的长度,米尺的最小分度值为1 mm时,误差可取0.5 mm。

在单次测量中,如果 x 为待测量, x' 表示测量值, $\Delta_{\text{仪}}$ 为仪器误差,则待测量 x 测量结果的标准表达式为

$$x = x' \pm \Delta_{\text{仪}} \text{ (单位)} \quad (1.3-1)$$

式中 $\Delta_{\text{仪}}$ 只取一位有效数字,测量值 x' 的末位与 $\Delta_{\text{仪}}$ 对齐。

(2) 多次测量的偶然误差 偶然误差是不可避免的,且无法消除,但对被测量进行多次等精度测量,计算出其算术平均值的偶然误差比单次测量的偶然误差小,说明偶然误差具有抵偿性。因此,为了减少偶然误差,在可能的情况下,总是尽量采用多次测量,将各测量值的算术平均值作为测量结果。如果在相同条件下,对某一物理量进行了 n 次测量,测量值分别为 N_1, N_2, \dots, N_n ,则其算术平均值为

$$\bar{N} = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i \quad (1.3-2)$$

算术平均值并非真值,但比任一测量值更接近真值,是测量结果的最佳值。当测量次数无限多时,算术平均值就无限接近于真值。因此,可用算术平均值作为近似真值(或称近真值)。

多次等精度测量的误差可以用以下几种方式来表示。

① 平均绝对误差:各次测量值 N_i 与待测物理量真值 N 之差称为各次

测量值的绝对误差,用 ΔN_i 表示。由于真值实际上不能测得,所以常用测量值与算术平均值之差来表示,则有

$$\Delta N_i = N_i - \bar{N} \quad (1.3-3)$$

每次测量结果的绝对误差可正可负,不是误差的绝对值,具有与被测量相同的量纲,它表示测量值偏离真值的程度。

把各次测量值的绝对误差分别取绝对值,求出算术平均值为

$$\bar{\Delta N} = \frac{|\Delta N_1| + |\Delta N_2| + \cdots + |\Delta N_n|}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta N_i| \quad (1.3-4)$$

式中 $\bar{\Delta N}$ 称为平均绝对误差,也称为算术平均误差。平均绝对误差的大小可以用来估计测量误差的范围。

② 标准误差:在多次测量中,还常用标准误差来表示偶然误差。标准误差又称为均方根误差。可以证明,对于 n 次测量的算术平均值 \bar{N} 的标准误差为

$$\sigma_{\bar{N}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2} \quad (1.3-5)$$

需要注意的是,标准误差不是测量值的实际误差,也不是误差范围,它只是对一组测量数据可靠性的估计。标准误差小,表示各个测量值很密集,偶然误差的分布范围窄,测量的精密度高;反之,标准误差大,表示各个测量值很分散,偶然误差的分布范围宽,测量的精密度低。在误差分析和计算中,标准误差常作为偶然误差大小的量度。

③ 相对误差:绝对误差可以说明测量结果的误差范围,但不能反映测量的准确程度。因此,评价一个测量结果的优劣,不仅要看绝对误差的大小,还要看被测量本身的大小,为此引入相对误差的概念。相对误差定义为测量值的平均绝对误差与被测量真值之比,用符号 E 表示。相对误差通常用百分比表示,所以又称为百分比误差。由于真值不能获得,在实际计算中常用约定真值(如算术平均值、公认值),则有

$$E = \frac{\bar{\Delta N}}{\bar{N}} \times 100\% \quad (1.3-6)$$

相对误差反映测量结果的准确程度,相对误差越小,表明测量结果越准确,测量结果越接近真值。相对误差是一个没有单位的纯数。

在求出相对误差的情况下,也可由式(1.3-6)算出平均绝对误差

$$\bar{\Delta N} = \bar{N} \cdot E \quad (1.3-7)$$

在物理实验的数据处理过程中,有的间接测量物理量需要先求出它的相对误差 E ,然后由式(1.3-7)计算平均绝对误差 $\bar{\Delta N}$,最后写出测量结果的标准表达式。

(3) 测量结果的表示 测量结果的完整表示除了测量值以外,还应

包括测量误差,即绝对误差和相对误差,对于只存在偶然误差的多次等精度测量结果的完整表示应该为

$$\text{标准表达式} \quad N = \bar{N} \pm \overline{\Delta N} (\text{或 } \sigma_{\bar{N}}) \quad (\text{单位}) \quad (1.3-8)$$

$$\text{相对误差} \quad E = \frac{\overline{\Delta N}}{\bar{N}} \times 100\%$$

对于计算结果有效数位数的确定,考虑到物理实验中测量精确度不高等因素,平均绝对误差 $\overline{\Delta N}$ 和标准误差 $\sigma_{\bar{N}}$ 只保留一位有效数字,相对误差保留 1~2 位有效数字,误差的尾数只进不舍,算术平均值 \bar{N} 有效数字的最末一位应与绝对误差所在位置对齐。

综上所述,多次等精度直接测量数据处理过程可归纳为以下几个主要步骤:①以有效数字将各测量值记录于数据表格中;②计算测量值的算术平均值;③计算各次测量值的绝对误差;④计算平均绝对误差或标准误差;⑤写出测量结果的标准表达式;⑥计算相对误差。

4. 间接测量的误差

在实际测量中,大多数测量是间接测量,间接测量结果是由直接测量结果通过一定的函数关系式计算出来的。由于直接测量值存在误差,而由直接测量值运算得到的间接测量值也必然存在误差,这就是误差的传递。表达直接测量结果的误差与间接测量结果的误差之间的关系式,称为误差传递公式。

设间接测量物理量 N 与彼此独立的直接测量物理量 X, Y, Z, \dots 之间的函数关系为

$$N = f(X, Y, Z, \dots) \quad (1.3-9)$$

若各直接测量物理量用平均绝对误差估算误差,测量结果的表达式分别为 $X = \bar{X} \pm \overline{\Delta X}$, $Y = \bar{Y} \pm \overline{\Delta Y}$, $Z = \bar{Z} \pm \overline{\Delta Z}$, ..., 将这些表达式代入式(1.3-9)中,则间接测量物理量 N 的测量结果可表示为

$$N = \bar{N} \pm \overline{\Delta N} \quad (\text{单位}), \quad E = \frac{\overline{\Delta N}}{\bar{N}} \times 100\%$$

式中, $\bar{N} = f(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}, \dots)$ 为间接测量物理量的算术平均值, $\overline{\Delta N}$ 是间接测量物理量的平均绝对误差, E 是间接测量物理量的相对误差。在此略去误差传递公式的推导过程,在表 1.3-1 中直接给出了几种常用函数的间接测量物理量的误差传递公式。

值得注意的是,若间接测量值的计算公式中只含有加、减运算时,通常先计算平均绝对误差,再计算相对误差;若间接测量值的计算公式中含有乘、除、乘方和开方等运算时,则一般先计算相对误差,再计算平均绝对误差。由此归纳出间接测量结果的数据处理步骤为:①计算各直接测得量的算术平均值、平均绝对误差,并写出各直接测得量测量结果的标准表达式;

表 1.3-1 常用函数的算术平均值及误差计算公式

函数关系 $N=f(X, Y, Z, \dots)$	算术平均值 \bar{N}	平均绝对误差 $\bar{\Delta N}$	相对误差 $E = \frac{\bar{\Delta N}}{\bar{N}}$
$N=X+Y$	$\bar{N}=\bar{X}+\bar{Y}$	$\bar{\Delta X}+\bar{\Delta Y}$	$\frac{\bar{\Delta X}+\bar{\Delta Y}}{\bar{X}+\bar{Y}}$
$N=X-Y$	$\bar{N}=\bar{X}-\bar{Y}$	$\bar{\Delta X}+\bar{\Delta Y}$	$\frac{\bar{\Delta X}+\bar{\Delta Y}}{\bar{X}-\bar{Y}}$
$N=X \cdot Y$	$\bar{N}=\bar{X} \cdot \bar{Y}$	$\bar{X} \cdot \bar{\Delta Y}+\bar{Y} \cdot \bar{\Delta X}$	$\frac{\bar{\Delta X}}{\bar{X}}+\frac{\bar{\Delta Y}}{\bar{Y}}$
$N=\frac{X}{Y}$	$\bar{N}=\frac{\bar{X}}{\bar{Y}}$	$\frac{\bar{X} \cdot \bar{\Delta Y}+\bar{Y} \cdot \bar{\Delta X}}{\bar{Y}^2}$	$\frac{\bar{\Delta X}}{\bar{X}}+\frac{\bar{\Delta Y}}{\bar{Y}}$
$N=kX$	$\bar{N}=k \bar{X}$	$k \cdot \bar{\Delta X}$	$\frac{\bar{\Delta X}}{\bar{X}}$
$N=X^k$	$\bar{N}=\bar{X}^k$	$k \cdot \bar{X}^{k-1} \cdot \bar{\Delta X}$	$k \cdot \frac{\bar{\Delta X}}{\bar{X}}$
$N=X^{\frac{1}{k}}$	$\bar{N}=\bar{X}^{\frac{1}{k}}$	$\frac{1}{k} \cdot \bar{X}^{\frac{1}{k}-1} \cdot \bar{\Delta X}$	$\frac{1}{k} \cdot \frac{\bar{\Delta X}}{\bar{X}}$
$N=\sin X$	$\bar{N}=\sin \bar{X}$	$ \cos \bar{X} \cdot \bar{\Delta X}$	$ \cot \bar{X} \cdot \bar{\Delta X}$
$N=\cos X$	$\bar{N}=\cos \bar{X}$	$ \sin \bar{X} \cdot \bar{\Delta X}$	$ \tan \bar{X} \cdot \bar{\Delta X}$
$N=\ln X$	$\bar{N}=\ln \bar{X}$	$\frac{\bar{\Delta X}}{\bar{X}}$	$\frac{\bar{\Delta X}}{\bar{X} \ln \bar{X}}$

②按间接待测量函数计算公式,计算间接待测量的算术平均值;③用函数误差计算公式,计算间接待测量的平均绝对误差和相对误差(加、减运算先计算平均绝对误差,乘、除等运算先计算相对误差);④写出间接待测量测量结果的标准表达式: $N=\bar{N} \pm \bar{\Delta N}$ (单位)。

例 1 用精度为 0.01 mm 的螺旋测微器测量某圆柱体的高度 H 和直径 D ,测量结果分别为: $H_1=13.671 \text{ mm}, H_2=13.674 \text{ mm}, H_3=13.673 \text{ mm}; D_1=2.823 \text{ mm}, D_2=2.825 \text{ mm}, D_3=2.824 \text{ mm}$ 。求圆柱体的体积,并写出测量结果的表达式。

解:(1) 计算圆柱体的高度和直径的算术平均值和平均绝对误差。

$$\bar{H}=\frac{13.671+13.674+13.673}{3} \text{ mm}=13.673 \text{ mm}$$

$$\bar{D}=\frac{2.823+2.825+2.824}{3} \text{ mm}=2.824 \text{ mm}$$

$$\overline{\Delta H} = \frac{|\ 13.671 - 13.673 | + |\ 13.674 - 13.673 | + |\ 13.673 - 13.673 |}{3} \text{ mm}$$

$$= 0.001 \text{ mm}$$

$$\overline{\Delta D} = \frac{|\ 2.823 - 2.824 | + |\ 2.825 - 2.824 | + |\ 2.824 - 2.824 |}{3} \text{ mm}$$

$$= 0.001 \text{ mm}$$

直接测量的高度和直径的标准表达式为

$$H = \overline{H} \pm \overline{\Delta H} = (13.673 \pm 0.001) \text{ mm}$$

$$D = \overline{D} \pm \overline{\Delta D} = (2.824 \pm 0.001) \text{ mm}$$

(2) 计算圆柱体体积的算术平均值。

$$\overline{V} = \frac{1}{4}\pi \overline{D}^2 \overline{H} = \frac{1}{4} \times 3.142 \times 2.824^2 \times 13.673 \text{ mm}^3 = 85.65 \text{ mm}^3$$

(3) 计算圆柱体体积的误差。

根据常用函数的误差传递公式,可得体积 V 的相对误差为

$$E = \frac{\overline{\Delta V}}{\overline{V}} = 2 \frac{\overline{\Delta D}}{\overline{D}} + \frac{\overline{\Delta H}}{\overline{H}} = 2 \times \frac{0.001}{2.824} + \frac{0.001}{13.673} = 0.078\%$$

则体积 V 的平均绝对误差为

$$\overline{\Delta V} = \overline{V} \cdot E = 85.65 \times 0.00078 \text{ mm}^3 = 0.07 \text{ mm}^3$$

(4) 体积 V 的测量结果为

$$V = \overline{V} \pm \overline{\Delta V} = (86.65 \pm 0.07) \text{ mm}^3$$

(三) 测量的精密度、准确度和精确度

反映测量结果与真值接近程度的量称为测量的精度。测量精度的高低是用误差大小来衡量的,误差小则测量的精度高。测量的精度可细分为:精密度、准确度和精确度。
① **精密度**:指在一定条件下,对同一被测量进行多次重复测量时,所得各个测量值彼此间的接近程度,或称为测量结果彼此之间的分散性。偶然误差波动范围越大,各个测量值就越离散,测量的精密度就越低。因此,精密度反映偶然误差的大小和分布情况。
② **准确度**:有时也称正确度,是指重复测量结果的平均值与真值之间的偏离程度,反映系统误差的大小。
③ **精确度**:是测量结果的精密度和准确度的综合描述,反映偶然误差和系统误差合成后的大小。只有系统误差和偶然误差都小时才能认为精确度高。

以打靶时子弹击中靶点的分布情况来形象地说明精密度、准确度和精确度三者之间的关系。如图 1.3-1 所示,图中靶心为射击目标,相当于被测量的真值,某次的测量值相当于该次射击子弹的着靶点。图中(a)反映偶然误差大,系统误差小,表示精密度低,准确度高;(b)反映偶然误差小,系统误差大,表示精密度高,准确度低;(c)反映偶然误差和系统误差均