"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材

[redacted]

■ 国家精品课程配套教材

■ 首届国家教学名师主编

大学物理（下册）

（第四版）

康　颖　主编

科学出版社

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

大学物理（下册）

（第四版）

主　编　康　颖

副主编　刘家福　朱　霞

梁裕民　马轩文

科学出版社

北　京

内 容 简 介

本书是教育部"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材，也是国家精品课程配套教材，是由首届国家级教学名师和诸多具有丰富教学经验的老师，在军队级教学成果一等奖教材的基础上，依据教育部物理基础课程教学指导分委员会颁布的《理工科类大学物理课程教学基本要求》，考虑国内外物理教材改革动向，结合我国当前大学物理教学实际，多次修订和改编而成.

全书分上下两册，上册包括力学、热学和电磁学，下册包括振动与波动、光学、近代物理，以及供选讲的现代技术的物理基础专题. 另有熵与信息、磁流体发电、粒子束武器、电磁炮、超导电性、次声武器、液晶、核磁共振等小篇幅阅读材料供学生选读，有利于开阔视野，联系实际，激发学习的积极性，提高科学素质，培养创新精神. 书后还附有物理学名词中英文对照表，便于师生查阅. 全书配制了电子教案、学习指导与题解、题库等资源，以备选用.

本书可作为高等学校工科各专业、理科非物理类专业、军队院校本科学历教育各专业的教材，也可作为教师和工程技术人员的参考书，或供自学者使用.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 下册/康颖主编. —4版. —北京：科学出版社，2019. 1
"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材
ISBN 978-7-03-059571-3

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①康… Ⅲ. ①物理学-高等学校-教材 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第260823号

责任编辑：昌 盛 罗 吉/责任校对：杨聪敏
责任印制：师艳茹/封面设计：迷底书装

科学出版社出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

文林印务有限公司印刷

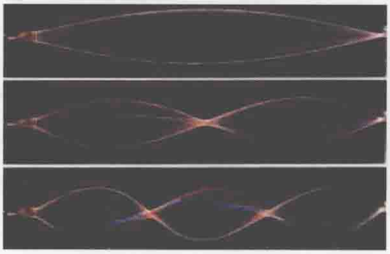
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年1月第一版 开本：720×1000 1/16
2010年1月第二版 印张：21 1/2 插页：1
2015年12月第三版 字数：433 000
2019年1月第四版 印数：107 401—115 900
2019年1月第二十次印刷

定价：41.00元

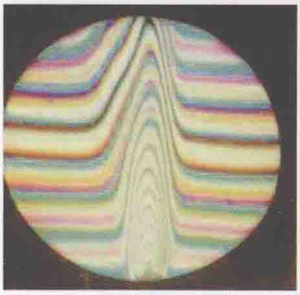
(如有印装质量问题，我社负责调换)



弦线上的驻波

弦驻波

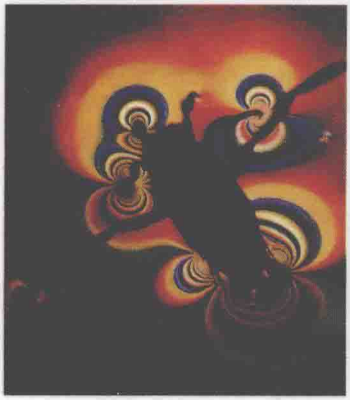
1940.11.7 塔科马大桥坍塌



用干涉法检测表面平整度

水波衍射

桥共振



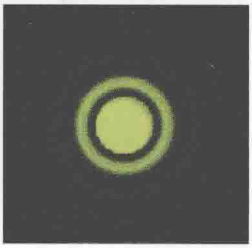
用偏振光干涉仪观察到的
悬浮在水面上的昆虫

偏振片

水波的干
涉和衍射

狭缝、圆孔、
矩形孔的衍射

偏振片

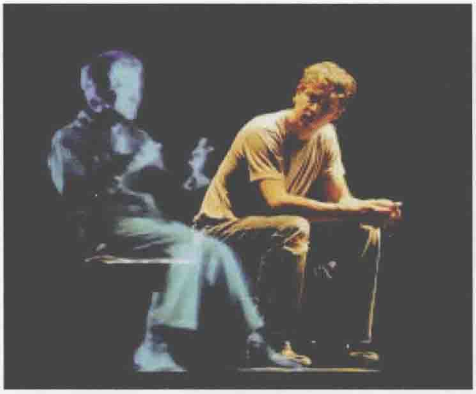


圆孔衍射和艾里斑

中国国家交响乐团在演出

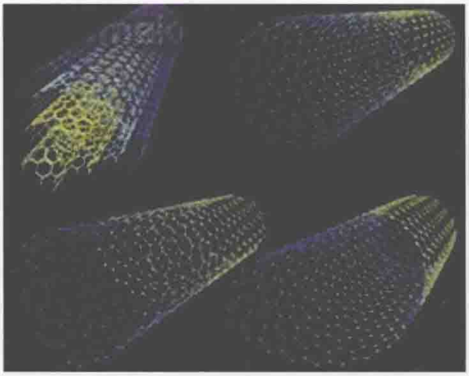
由白光光源获得的杨氏双缝干涉条纹

氢原子光谱

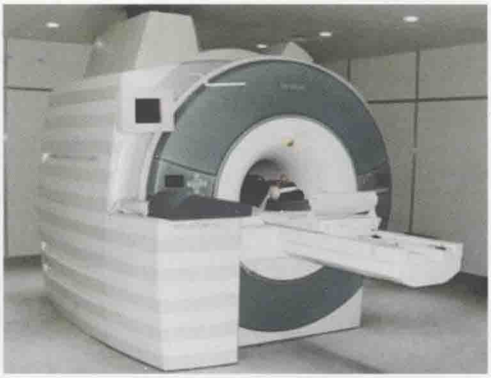


全息照片

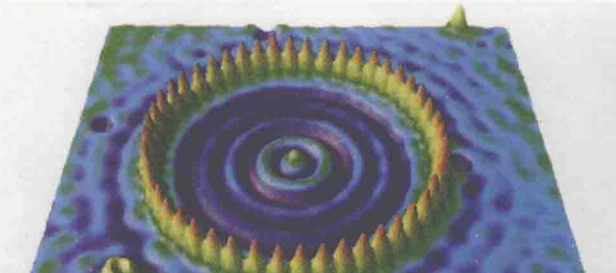
激光武器



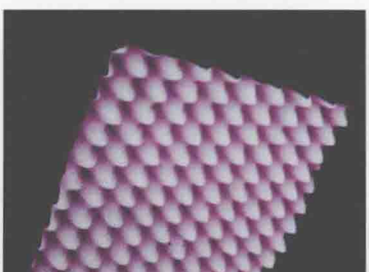
碳纳米材料



核磁共振技术用于医疗诊断



应用扫描隧道显微技术把蒸发到铜表面的铁原子排列成圆环形量子围栏



中科院化学所用 STM 技术观察到的 GaAs(110)表面 As 原子排列图像

目　录

*** 本书配套教辅资源**

1. 资源丰富的电子教案和多功能题库系统可供用书院校参考使用.
2. 配套教辅学习指导与题解含学习指导、典型例题分析、全部习题解答,还有综合能力测试,供读者学习、训练和自测.

   书名:《大学物理(第四版)》学习指导与题解

   书号:978-7-03-059569-0

   扫描二维码可从科学出版社电子商务平台购买.

第 14 章 振　　动

振动是自然界和工程技术领域常见的一种运动，广泛存在于机械运动、电磁过程、热运动、晶体内原子的运动等运动形式中. 广义地说，任何一个物理量在某一数值附近做周期性的变化，都称为振动. 变化的物理量称为振动量，它可以是力学量、电学量或其他的物理量. 机械振动是最直观的振动，它是物体在一定位置附近来回往复的运动. 如活塞的往复运动、钟摆的运动等都是机械振动. 不同类的振动虽有本质上的区别，但就振动过程而言，振动量随时间的变化关系往往遵循相同的数学规律，从而使得它们具有相同的描述方法. 本章主要研究机械振动，其规律也是学习和研究其他形式的振动以及波动、无线电技术、波动光学的基础. 这些内容在原子物理、固体物理以及应用声学、建筑学、机械学、地震学中都得到了广泛的应用.

14.1 简谐运动

在一切振动中，最简单和最基本的振动是简谐运动，也称谐振动，其运动量按正弦函数或余弦函数的规律随时间变化. 一般说来，任何复杂的振动都可看成是若干简谐运动的合成. 因此，简谐运动是我们研究的重点.

14.1.1 简谐运动

1. 弹簧振子

如图 14.1 所示，弹簧一端固定，另一端系一质量为 m 的物体，置于光滑的水平面上，弹簧相对于物体的质量以及物体所受的阻力均忽略不计. 当弹簧为原长时，物体所受合力为零，此时物体所在位置 O 称为**平衡位置**. 如果使物体略微移动后释放，物体就在平衡位置附近做来回往复的周期性运动. 显然，物体可看作质点. 这样的振动系统叫做弹簧振子. 实际上，弹簧振子是一个理想化的模型.

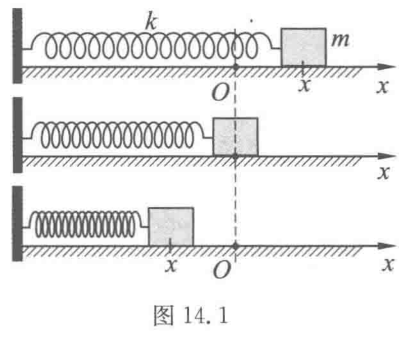


图 14.1

2. 简谐运动的动力学特征

我们取平衡位置为坐标原点，水平向右为 Ox 轴正方向. 显然，物体 m 在任一位置的坐标 x，就是它相对平衡位置的位移(以下

简称位移). 物体所受合力为弹簧的弹性力,在小幅振动情况下,根据胡克定律,有

$$F=-kx \tag{14.1}$$

式中比例系数 k 为弹簧的劲度系数,取决于弹簧的固有性质(材料、形状、大小等),负号表示力与位移的方向相反,即力 $\boldsymbol{F}$ 的方向始终指向平衡位置 O. 在平衡位置处,力为零,物体由于惯性继续运动;离平衡位置越远,力越大. 这种始终指向平衡位置的力称为**回复力**. 由于弹性力与位移成正比,因此这种回复力为线性回复力.

根据牛顿第二定律,物体的加速度为

$$a=\frac{F}{m}=-\frac{k}{m}x$$

对于给定的弹簧振子,m 和 k 均为正值常量,令 $\omega^2=k/m$,则上式可写成

$$a=-\omega^2 x \tag{14.2a}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2 x=0 \tag{14.2b}$$

这是一个微分方程,它的解具有正弦或余弦函数的形式. 本书采用余弦函数形式,即

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{14.3}$$

式中 A 和 φ 是积分常量,它们的物理意义和计算方法将在后面讨论.

式(14.3)表明,物体的位移按余弦函数的规律随时间作周期性变化,这种运动正是简谐运动. 由于式(14.3)是式(14.2)的解,而式(14.2b)又源于式(14.1),因此可以说,**物体在与位移成正比而方向相反的合外力作用下的运动一定是简谐运动**. 这是简谐运动的动力学特征. 式(14.3)就是物体的运动方程,也称简谐运动方程,或简谐运动表达式. 显然,式(14.1)、(14.2)、(14.3)都可作为判断物体是否做简谐运动的依据.

需要注意的是,只有选取物体所受合力为零的平衡位置为坐标原点,做简谐运动的物体才有形如式(14.1)的方程和相应形式的解.

3. 简谐运动物体的速度和加速度

将式(14.3)对时间分别求一阶和二阶导数,即得简谐运动物体的速度和加速度

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)=-v_{\mathrm{m}}\sin(\omega t+\varphi) \tag{14.4}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)=-a_{\mathrm{m}}\cos(\omega t+\varphi) \tag{14.5}$$

式中 $v_{\mathrm{m}}=\omega A$,$a_{\mathrm{m}}=\omega^2 A$ 分别为速度幅值和加速度幅值. 可见,物体做简谐运动时,其速度和加速度也随时间作周期性变化,这是简谐运动为周期性运动的必然结果. 图 14.2 画出了位移、速度和加速度随时间变化的曲线. 为简单起见,已取 $\varphi=0$.

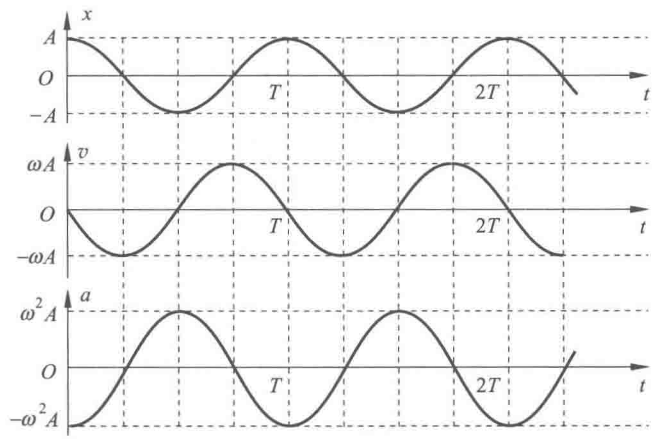


图 14.2

14.1.2 描述简谐运动的特征量

1. 振幅

做简谐运动的物体离开平衡位置的最大位移的绝对值，称为**振幅**，即式(14.3)中的 A. 它给出了物体运动的范围，其单位符号为 m. 振幅 A 的量值由初始条件决定.

2. 周期和频率

物体完成一次全振动所经历的时间称为**周期**，用 T 表示. 由于简谐运动具有时间周期性，因此，物体在任意时刻 t 的位移和速度应与物体在时刻 $t+T$ 的位移和速度完全相同，于是有

$$x = A\cos(\omega t + \varphi) = A\cos[\omega(t+T)+\varphi]$$

考虑到余弦函数的周期为 2π，因此有

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

单位时间内物体完成全振动的次数称为**频率**，用 ν 表示. 显然有

$$\nu = \frac{1}{T} \tag{14.6}$$

于是得到 ω、T、ν 三者的关系为

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \tag{14.7}$$

式中 ω 称为**角频率**，又称**圆频率**，表示物体在 2π 秒内完成全振动的次数. 显然 T、ν 和 ω 都是描述简谐运动周期性的物理量.

周期 T 的单位符号是 s，频率 ν 的单位名称是赫兹，符号是 Hz，角频率 ω 的单位名称是弧度每秒，符号是 $\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$，而弧度 rad 是无量纲量.

必须指出，T、ν 和 ω 三者的量值均由振动系统本身的性质所决定，故称之为**固**

有周期、**固有频率**和**固有角频率**. 例如,对于弹簧振子,有

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}},\quad \nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}},\quad T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

根据式(14.7),简谐运动方程(14.3)亦可用周期 T 和频率 ν 表示为

$$x=A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\varphi\right) \tag{14.8}$$

$$x=A\cos(2\pi\nu t+\varphi) \tag{14.9}$$

3. 相位和初相位

我们知道,质点在某一时刻的运动状态,可用该时刻质点的位置和速度来描述. 对于做简谐运动的物体来说,当振幅 A 和角频率 ω 已经给定时,由式(14.3)和式(14.4)可知,物体在任意时刻 t 的位置和速度完全由 $\omega t+\varphi$ 确定. 这就是说,$\omega t+\varphi$ 是决定简谐运动状态的物理量,我们称之为**相位**. 比如 $\omega t+\varphi=\pi/2$ 时,$x=0$,$v=-\omega A$,表明此时物体在平衡位置以最大速率向负方向运动;当 $\omega t+\varphi=0$ 时,$x=A$,$v=0$,表明此时物体在正向最大位移处,且速度为零,等等. 物体在进行一次完全振动的过程中,每一时刻的运动状态都不相同,各个不同的运动状态都通过与之对应的不同相位反映出来. 此外,振动经历一个周期后,相位由 $\omega t+\varphi$ 变为 $\omega(t+T)+\varphi=2\pi+(\omega t+\varphi)$,亦即振动物体的相位经历了 2π 的变化,物体恢复到原来的运动状态. 由此可见,用相位描述物体的运动状态,还能充分体现出简谐运动的周期性.

在 $t=0$ 时,相位等于 φ,称为**初相位**,简称**初相**. 它是决定初始时刻物体运动状态的物理量. 应当指出,对一个简谐运动来说,开始计时的时刻选择不同,初始运动状态就不同,与之对应的 φ 也就不同,这表明初相 φ 与时间零点的选择有关.

相位是很重要的物理量,它的单位符号是 rad. 相位不仅在描述简谐运动状态时充分反映了运动的周期性特征,而且通过对两个同频率的简谐运动的相位关系的分析,还可以方便地比较它们的步调,这将在后面有关内容中介绍.

我们把振幅、角频率(或频率、周期)和相位称为描述简谐运动的三个特征量. 有了特征量,就可写出完整的简谐运动方程,即掌握了该运动的全部信息.

4. 振幅 A 和初相 φ 的确定

式(14.3)中的 A 和 φ 是求解微分方程(14.2b)时引入的两个积分常量. 假设振动的初始时刻,即 $t=0$ 时,物体的速度为 v_0、位移为 x_0,代入式(14.3)和式(14.4),得

$$x_0=A\cos\varphi \tag{14.10}$$

$$v_0=-\omega A\sin\varphi \tag{14.11}$$

由此两式可得

$$A=\sqrt{{x_0}^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2} \tag{14.12}$$

$$\tan\varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0} \tag{14.13}$$

振动物体在 $t=0$ 时的位移 x_0 和速度 v_0 常称为振动的初始条件，可见简谐运动方程中的两个积分常量由初始条件确定.

需要注意的是，在用式(14.10)或式(14.13)确定 φ 时，一般说来，在 $-\pi$ 到 π 之间有两个值，还要根据式(14.11)判断取舍.

例 14.1　一轻弹簧竖直悬挂，下端系一质量 $m=1.0\ \mathrm{kg}$ 的物体，平衡时可使弹簧伸长 $l=9.8\times10^{-2}\ \mathrm{m}$，如图 14.3 所示. 今使物体在平衡位置获得 $v_0=1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ 而方向向下的初速度，此后物体将在竖直方向运动. (1) 试证物体做简谐运动，并写出运动方程；(2) 求物体的速度和加速度及其最大值；(3) 求最大回复力.

解　(1) 取物体平衡时的位置为坐标原点 O，竖直向下为 x 轴正向，如图 14.3 所示. 设弹簧劲度系数为 k. 物体在平衡位置时所受合力为零，即

$$mg-kl=0 \quad ①$$

物体在任一位置 x 处受合力为

$$F=mg-k(l+x) \quad ②$$

其中 mg 为重力，$-k(l+x)$ 为弹性力，联立①、②两式得

$$F=-kx \quad ③$$

可见物体所受合外力与位移成正比而方向相反，因此该物体做简谐运动.

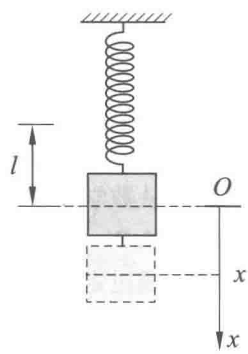


图 14.3

由牛顿第二定律得

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-kx$$

或

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0 \quad ④$$

式中 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$. 由式①可得

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}=\sqrt{\frac{9.8\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}}{9.8\times10^{-2}\ \mathrm{m}}}=10\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

设方程④的解为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi) \quad ⑤$$

依题意，$t=0$ 时，有

$$x_0=A\cos\varphi=0$$

$$v_0=-\omega A\sin\varphi=1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

可得

$$A=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}=\frac{v_0}{\omega}=\frac{1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}{10\ \mathrm{s^{-1}}}=0.1\ \mathrm{m}$$

由 $\cos\varphi=0$,得 $\varphi=\pm\frac{\pi}{2}$,但因 $v_0>0$ 而有 $\sin\varphi<0$,所以只能取 $\varphi=-\frac{\pi}{2}$. 将 A、ω、φ 代入式⑤,即得简谐运动方程为

$$x=0.1\cos\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)(\mathrm{SI})$$

(2) 物体的速度和加速度分别为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)=-\sin\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)(\mathrm{SI})$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\omega^2 A\cos(\omega t+\varphi)=-10\cos\left(10t-\frac{\pi}{2}\right)(\mathrm{SI})$$

速度和加速度的最大值分别为

$$v_{\mathrm{m}}=\omega A=10\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}\times 0.1\ \mathrm{m}=1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$a_{\mathrm{m}}=\omega^2 A=(10\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}})^2\times 0.1\ \mathrm{m}=10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

(3) 最大回复力与最大位移相对应,即有

$$F_{\mathrm{m}}=kA=m\omega^2 A=1.0\ \mathrm{kg}\times(10\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}})^2\times 0.1\ \mathrm{m}=10\ \mathrm{N}$$

由此例可知,凡是**运动系统除本身的回复力之外还受恒力作用时,该系统仍做简谐运动**. 只要以振子所受合力为零的位置作为坐标原点,则可按常规写出简谐运动方程. 从数学上看,只是一个轴平移的坐标变换.

例 14.2　如图 14.4(a)所示,一根劲度系数为 k 的轻弹簧一端固定,另一端系一轻绳,通过定滑轮与质量为 m 的物体相连. 已知滑轮的转动惯量为 J,半径为 R. 托起物体后放手,物体就在竖直方向上下运动. 设绳和滑轮间无相对滑动,忽略空气阻力和轴承的摩擦,试证物体做简谐运动,并求出振动周期.

解　物体与定滑轮受力如图 14.4(b)所示(作用在滑轮上的重力及支持力对轴不产生力矩,未画出). 先求平衡位置 O. 设平衡时弹簧的伸长量为 l,则有 $mg=kl$,所以

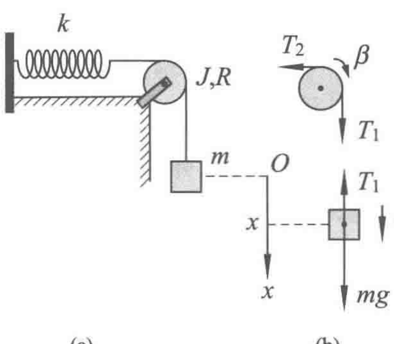


图 14.4

$$l=\frac{mg}{k} \qquad ①$$

当物体相对 O 点的位移为 x 时,对物体应用牛顿第二定律,对滑轮应用转动定律,得

$$mg-T_1=ma \qquad ②$$

$$(T_1-T_2)R=J\beta=J\frac{a}{R} \qquad ③$$

又有

$$T_2=k(l+x) \qquad ④$$

联立以上四式,可解得

$$a=-\frac{k}{m+J/R^2}x=-\omega^2 x$$

式中 $\omega^2=\dfrac{k}{m+J/R^2}$. 可见物体的加速度与位移成正比而方向相反，因此物体做简谐运动. 振动周期为

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m+J/R^2}{k}}$$

例 14.3　已知某质点做简谐运动，振动曲线如图 14.5 所示，试根据图中数据写出运动方程.

解　设质点的运动方程为 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$，由图可见：$A=2$ m，当 $t=0$ 时，有

$$x_0=2\cos\varphi=\sqrt{2}\ \text{m} \qquad ①$$

$$v_0=-2\omega\sin\varphi>0 \qquad ②$$

由式①，$\varphi=\pm\dfrac{\pi}{4}$；由式②，$\sin\varphi<0$，所以取

$$\varphi=-\frac{\pi}{4}$$

当 $t=1$ s 时，有

$$x_1=2\cos\left(\omega-\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$v_1=-2\omega\sin\left(\omega-\frac{\pi}{4}\right)<0$$

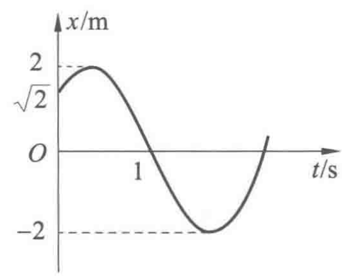


图 14.5

考虑到周期 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}>2$ s，解得 $\omega=\dfrac{3\pi}{4}\ \text{s}^{-1}$，因此质点的简谐运动方程为

$$x=2\cos\left(\frac{3\pi}{4}t-\frac{\pi}{4}\right)(\text{SI})$$

14.2　微振动的简谐近似

实际发生的振动问题并不像弹簧振子那么简单，大多是比较复杂的. 一方面回复力可能不是弹性力，而是重力、浮力等其他性质的力；另一方面回复力可能是非线性力，只在一定条件下才能近似当作线性回复力. 事实上，有些问题并不要求十分精确的结果. 因此，可根据问题的性质，突出主要因素，建立合理的物理模型，这会使具体计算大为简化. 下面讨论两个实际振动问题的近似处理.

14.2.1　单摆

一根不能伸缩的细线，上端固定，下端悬挂一质量为 m 的重物，细线的质量和重物的体积均可忽略不计，如图 14.6 所示. 细线静止地处于铅直位置时，重物在位置 O. 此时，作用在重物上的合外力为零，位置 O 即为平衡位置. 重物受到扰动后，将在竖直平面内平衡位置 O 附近来回摆动，这样的系统称为**单摆**，也叫数学摆. 通常把重物

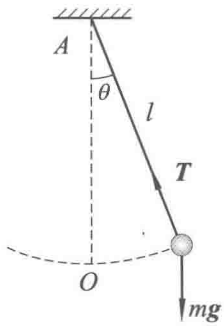


图 14.6

称为摆锤,细线称为摆线.

我们来计算单摆的周期. 以摆锤为研究对象,摆锤绕水平轴 A 转动. 假设某一时刻,单摆摆线与竖直方向成 θ 角,摆锤受重力 $m\boldsymbol{g}$ 和摆线的拉力 $\boldsymbol{T}$,其中 $\boldsymbol{T}$ 对轴 A 的力矩为零. 取逆时针方向为转动的正方向,忽略阻力,并设摆线长为 l,则摆锤所受合外力矩为

$$M = -mgl\sin\theta$$

显然,这个方程与简谐运动方程不同,因此摆锤的摆动一般不是简谐运动. 考虑到

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \cdots$$

当 θ 很小时(小于 5°),可取 $\sin\theta \approx \theta$,则有

$$M = -mgl\theta \tag{14.14}$$

上式表明,单摆做微小摆动时,作用在摆锤上的合外力矩与摆锤相对平衡位置的角位移成正比而方向相反.

摆锤对轴 A 的转动惯量 $J = ml^2$,根据转动定律,可得摆锤的角加速度为

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = \frac{M}{J} = -\frac{g}{l}\theta$$

令 $\omega^2 = g/l$,可将上式写成

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \omega^2\theta = 0 \tag{14.15}$$

式(14.15)与简谐运动微分方程式(14.2b)具有完全相同的形式. 由此可知,当单摆的摆角很小时,其运动为简谐运动,周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{14.16}$$

可见单摆的振动周期与摆锤的质量无关,仅由摆长和重力加速度确定. 因此,通过精确测定单摆的摆长和振动周期,利用式(14.16),可以确定测量地点的重力加速度.

不难看出,方程(14.15)的解可写成如下形式:

$$\theta = \theta_{\mathrm{m}}\cos(\omega t + \varphi) \tag{14.17}$$

式中 θ_{m} 称为角振幅,φ 为初相位,均由初始条件确定.

顺便指出,具有式(14.14)这种特征的力矩或力,形如弹性力,而力的本质又与弹性力不同,称之为**准弹性力**. 物体在准弹性力作用下也做简谐运动.

当 θ 不是很小时,可以证明其周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{2^2}\sin^2\frac{\theta_{\mathrm{m}}}{2} + \frac{1}{2^2}\cdot\frac{3^2}{4^2}\sin^4\frac{\theta_{\mathrm{m}}}{2} + \frac{1}{2^2}\cdot\frac{5^2}{6^2}\sin^6\frac{\theta_{\mathrm{m}}}{2} + \cdots\right)$$

它与角振幅 θ_{m} 有关. 式中含有 θ_{m} 的各项逐项变小,因此只要在括号内取足够多的

项数，即可将 T 计算到要求的任何精度. 不过，即使 $\theta=15°$，实际周期与用 $T=2\pi\sqrt{l/g}$算出的值相差也不超过 0.5%.

14.2.2 复摆

如图 14.7 所示，一任意形状的物体支在固定的水平轴 O 上，将它拉开一个角度后释放，若忽略阻力和摩擦力，物体将绕轴 O 自由摆动. 这样的系统称为**复摆**，也叫物理摆.

设物体的质量为 m，对轴 O 的转动惯量为 J，质心 C 到轴 O 的距离为 $OC=l$. 平衡时，OC 位于竖直位置. 摆动时，OC 偏离平衡位置. 设任一时刻 t，OC 偏离平衡位置的角度为 θ，则由转动定律，物体绕轴 O 转动的微分方程为

$$J\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=-mgl\sin\theta \tag{14.18}$$

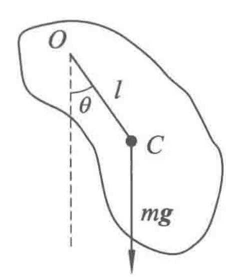


图 14.7

式中负号表示力矩的方向与角位移的方向相反. 若 θ 角很小，可取 $\sin\theta\approx\theta$，则有

$$J\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}=-mgl\theta \tag{14.19}$$

式中 J 和 mgl 为常量. 令 $\omega^2=mgl/J$，则可将上式写成

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2\theta=0$$

显然，物体的小角度摆动是简谐运动，其周期为

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} \tag{14.20}$$

不难看出，式(14.20)为我们提供了一种测量物体对转轴的转动惯量的方法.

实际上单摆是复摆的一个特例. 将 $J=ml^2$ 代入式(14.20)，即得单摆的周期表达式(14.16).

14.3 简谐运动的旋转矢量表示法

在 14.1 节中，我们介绍了用数学表达式以及用振动图线表示简谐运动的方法. 这一节将介绍用旋转矢量描述简谐运动. 这种方法不仅可以帮助我们形象地理解描述简谐运动的各个物理量，而且为研究简谐运动的合成提供了简捷的方法. 这种方法在交流电等技术领域也很有用.

14.3.1 简谐运动的旋转矢量表示法

如图 14.8 所示，一长度等于振幅 A 的矢量 $\boldsymbol{A}$ 在纸平面内绕 O 点沿逆时针方向