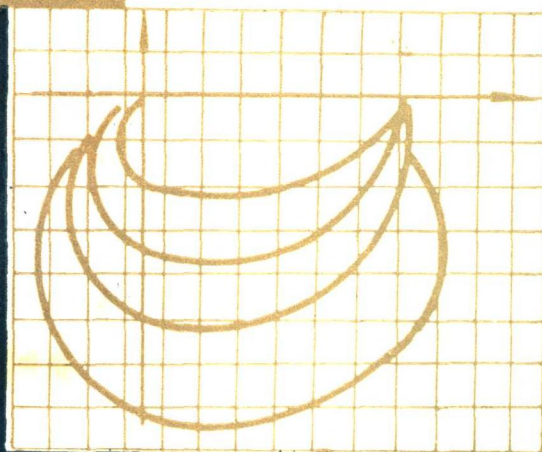
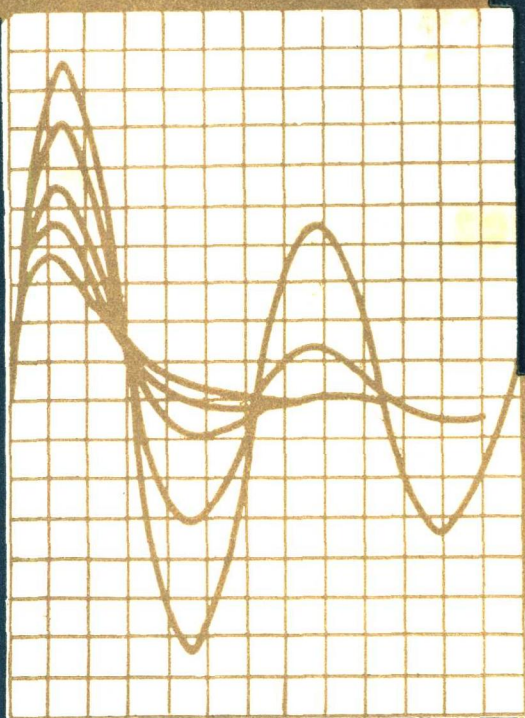


自动控制系统分析与综合

姚立强 朱长山 张国华 马澍田 编



哈尔滨船舶工程学院出版社

自动控制系统分析与综合

姚立强 朱长山 编
张国华 马澍田

哈尔滨船舶工程学院出版社出版

内 容 简 介

本书共分13章：基本概念、数学基础、控制系统的数学模型、控制系统的基本特性分析、根轨迹法、频率特性法、控制系统的校正、控制系统设计举例、分析采样系统的理论基础、采样系统分析、采样系统的综合、相平面法、描述函数法。书后附录中还提供了一些常用的计算机辅助设计程序清单，以供实际使用时参考。

本书可作为自动控制专业、工业电气自动化、电气仪表专业的教材，也可供从事自动控制的工程技术人员参考。

自动控制系统分析与综合

姚立强 朱长山 张国华 马澍田 编

哈尔滨船舶工程学院出版社出版

新华书店首都发行所发行

哈尔滨船舶工程学院印刷厂印刷

开本787×1092 1/16 印张 29.75 字数710千字

1990年6月第1版 1990年6月第1次印刷

印数：1—1500册

ISBN 7-81007-105-X/TP·3

定价：5.80元

前 言

多年来在自动控制原理的教学过程中,体会到很需要一本由浅入深、简明扼要、物理概念清晰且又便于应用的教材。

所以在本教材的编写时考虑到下面几点:

(1) 特意从自动控制原理的角度编写了数学基础一章,其目的是为了把自动控制原理的概念与复变函数、付氏变换、拉氏变换等数学基础融为一体,突出其鲜明的物理意义。这样也可弥补学生中数学基础的差异,且给自学的读者提供了方便。

(2) 注意到计算机的普及使用,在附录中提供一些适用于系统分析和综合的程序清单及其使用方法。

(3) 以随动系统设计为例,具体介绍了系统设计步骤、选择元件时要考虑的问题以及分析和综合系统的过程。使读者能更好理解和掌握设计系统的基本原理和方法,对从事系统设计也有一定参考作用。

(4) 由于计算机在控制中的应用日益广泛,计算机控制系统在采样系统中所占的比例会越来越大,同时也不局限在计算机控制范围内,所以除了对采样系统理论部分作较为详尽的叙述外,还适当增加了采样系统综合的内容。

本书附录提供了与本书内容有关的程序清单。这些计算程序是用 BASIC 语言编写的,并在 IBM-PC 机上调试通过。具体内容为: (1) 绘制根轨 (2) 根轨法超前校正 (3) 根轨法迟后校正 (4) 根轨法迟后一超前校正 (5) 画布德图 (6) 求幅、相裕度 (7) 频率法超前校正 (8) 频率法迟后校正 (9) 频率法迟后一超前校正 (10) 离散系统根轨迹绘制 (11) 连续系统仿真 (12) 离散系统仿真。

本书可以作为自动控制专业、工业电气自动化及相近专业的教材,也适合于高年级学生和从事自动控制系统的工程技术人员作为参考书。教学时数约为120~130学时。

本书是在哈尔滨船舶工程学院二系自动控制教研室大力支持下编写的。第一章、第七章和第八章由姚立强编写。第二章、第三章和第十三章由马澍田编写。第四章、第五章和第六章由张国华编写。第九章、第十章、第十一章和第十二章由朱长山编写。黄士元、康惠源和姚立强编写了附录部分。姚立强主持了全书的编写。

王式琦副教授和丁放副教授共同审阅了全书。他们提出不少宝贵意见,在此表示衷心感谢。

由于完稿时间仓促,水平有限,且经验不足,必有不妥和错误之处,恳切希望读者批评指正。

编 者

目 录

第一章 基本概念	(1)
§1-1 引言.....	(1)
§1-2 自动控制系统举例.....	(1)
§1-3 自动控制系统类型.....	(4)
§1-4 自动控制系统研究的问题.....	(5)
§1-5 自动控制理论发展简介.....	(6)
第二章 数学基础	(8)
§2-1 复变函数.....	(8)
§2-2 富里哀变换.....	(10)
§2-3 拉普拉斯变换.....	(13)
§2-4 拉氏变换定理.....	(15)
§2-5 拉氏反变换.....	(22)
§2-6 利用拉氏变换求解微分方程.....	(25)
第三章 控制系统的数学模型	(27)
§3-1 动态系统数学模型的概念.....	(27)
§3-2 线性系统的传递函数.....	(29)
§3-3 典型元部件传递函数.....	(32)
§3-4 结构图.....	(46)
§3-5 信号流图.....	(55)
§3-6 反馈控制系统的传递函数.....	(62)
§3-7 脉冲响应函数.....	(66)
习题	(68)
第四章 控制系统的基本特性分析	(71)
§4-1 控制系统动态过程的分析.....	(71)
§4-2 控制系统的稳定性分析.....	(82)
§4-3 控制系统的误差分析.....	(89)
习题	(103)
第五章 根轨迹法	(108)
§5-1 根轨迹的一般概念.....	(108)
§5-2 绘制根轨迹的基本规则.....	(110)
§5-3 其它情况根轨迹的绘制.....	(121)
§5-4 系统性能的分析.....	(127)
习题	(129)

第六章 频率特性法	(132)
§6-1 频率特性	(132)
§6-2 频率特性的常用表示法	(135)
§6-3 典型环节的频率特性	(137)
§6-4 开环系统频率特性的绘制	(145)
§6-5 奈魁斯特稳定判据	(151)
§6-6 闭环系统频率特性	(161)
§6-7 相角裕度和幅值裕度	(164)
§6-8 闭环频率特性和时域性能指标关系	(167)
§6-9 开环对数频率特性和闭环系统性能指标之间的关系	(174)
习题	(177)
第七章 控制系统的校正	(181)
§7-1 引言	(181)
§7-2 无源和有源校正电路举例	(181)
§7-3 超前校正	(188)
§7-4 迟后校正	(197)
§7-5 迟后-超前校正	(202)
§7-6 希望对数频率特性校正法	(205)
§7-7 反馈校正的分析	(211)
§7-8 反馈校正装置参数的计算举例	(216)
§7-9 校正小结	(220)
习题	(221)
第八章 控制系统设计举例	(224)
§8-1 引言	(224)
§8-2 方案论证	(225)
§8-3 电动执行机构的选择	(226)
§8-4 敏感元件的选择	(232)
§8-5 关于放大器	(235)
§8-6 系统的误差分析和计算	(237)
§8-7 随动系统设计举例	(240)
第九章 分析采样系统的理论基础	(251)
§9-1 引言	(251)
§9-2 采样信号的数学描述	(254)
§9-3 信号的恢复	(256)
§9-4 Z 变换的定义和 Z 变换的方法	(260)
§9-5 Z 变换的基本定理	(264)
§9-6 Z 反变换	(268)
§9-7 脉冲传递函数	(272)
§9-8 用 Z 变换解差分方程	(275)

§9-9 脉冲传递函数的求法	(278)
§9-10 广义Z变换	(286)
习题	(288)
第十章 采样系统分析	(291)
§10-1 采样系统稳定性分析	(291)
§10-2 采样瞬时的稳态误差	(296)
§10-3 采样系统时域动态性能的估算	(300)
§10-4 应用频率法分析采样系统	(308)
习题	(313)
第十一章 采样系统的综合	(315)
§11-1 引言	(315)
§11-2 连续化综合方法	(315)
§11-3 离散化综合方法	(320)
§11-4 PID 数字控制器参数综合方法	(327)
§11-5 应用根轨法综合串联校正装置	(329)
§11-6 最少拍采样系统的综合	(331)
习题	(337)
第十二章 相平面法	(339)
§12-1 引言	(339)
§12-2 相平面法的基本概念	(342)
§12-3 相平面图的一般绘制方法	(344)
§12-4 由相平面图求时间解	(349)
§12-5 二阶线性系统的相轨迹	(351)
§12-6 用相平面法分析非线性控制系统	(356)
习题	(367)
第十三章 描述函数法	(369)
§13-1 描述函数法的概念	(369)
§13-2 典型非线性特性的描述函数	(370)
§13-3 用描述函数法分析非线性系统	(379)
§13-4 外加信号作用时非线性系统的分析	(384)
习题	(388)
附录	(390)
一、用数字机计算根轨迹的程序	(390)
二、根轨迹法超前校正的 CAD	(399)
三、根轨迹法迟后校正的 CAD	(403)
四、根轨迹法迟后-超前校正的 CAD	(414)
五、用计算机绘制布德图程序	(418)
六、利用布德图分析系统稳定裕度程序(BODE)	(423)
七、频率法超前校正程序LEAD	(425)

八、频率法迟后校正程序 LAG	(429)
九、频率法超前 - 迟后校正程序 LEAD - LAG	(433)
十、计算离散系统根轨迹的程序	(435)
十一、通用仿真程序 CSS3	(446)
十二、数字控制系统仿真	(454)
参考文献	(467)

第一章 基本概念

§1-1 引言

人在工作或进行生产活动时,为了提高效率、增加产量、改进质量、减轻体力和脑力劳动,使用和创造了各种各样工具。很多工具实质上都是人体器官功能的延伸,如电话是人耳的延伸,电锯是人手的延伸,望远镜是人眼的延伸等等。怎样延伸人脑的功能?显然是一件更为复杂、更有意义和更吸引人的工作。因为只有这样,才能用这种设备去代替人更好地完成所需要的工作。生产中自动化技术的应用便是一个例子。只有生产出更多更好的产品,才能大幅度提高人民的物质和文化生活水平。世界上凡是经济高度发展的国家,都是广泛地采用了自动化技术的结果。

我国目前自动化技术的应用还不太普遍。但是随着经济的发展,可以预料不久的将来必然会大量使用自动化技术来提高生产力,从而使国民经济步入国际先进行列。

自动化技术应用类型很多,如生产过程自动化,是由多种多样各司其职的设备组合在一起工作的。在这些设备中,自动控制系统往往是一种比较复杂而又关键的设备之一。对它的研究要用到较深的理论。从1945年以来,在高等工科院校中,不少专业采用它作为专业理论课的研究对象。在用自动控制系统全部或局部去代替人工作的领域内,如交通运输、企业管理、经济系统、生物控制等等都需要应用自动控制理论,来解决运行中的一系列实际问题。

§1-2 自动控制系统举例

例如由于生产需要,希望保持他激电动机的转速 n 为一定值,如 $n=n_0$ 。为了达到这个目的,采用图1-2-1所示的系统。图中1为电压调节器,2为他激电动机,3为测速发电机,4为指示电压表。他激电动机的激磁绕组由固定电源 E 供电。电枢绕组电压,由操作人员旋转调压器的手柄来获得所需要的值。测速发电机轴与他激电动机轴相联,而3的电枢电压在一定范围内是与 n 成比例的。所以操作人员就可以根据电压表的指示判断 n 的大小。

若由试验确定 $n=n_0$ 时,电压表的指示10伏。如果因工作条件的改变,使得转速从 n_0 增加到 n_1 ,这时测速发电机的电压必然也会增加,如升到12伏。操作人员看到后,为了保持 n_0 不变,就旋转手柄,减少电压调节器加到电动机的电压。于是 n_1 下降,电压表4的指示也随之变小,直到降至10伏时便停止操作。

以后经常会遇到图1-2-1所示的原理线路图。为了简单起见,每一个元件用一框图表示。各个元件之间用带箭头的方向线相联,表示它们间信息传递关系,如图1-2-2所示。

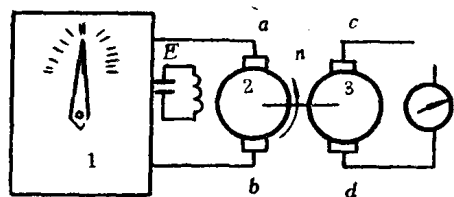


图1-2-1 开环调速系统

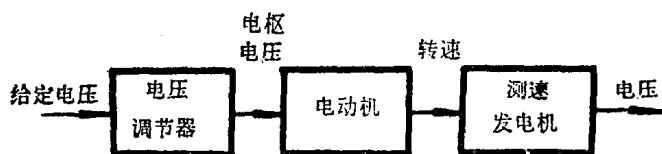


图1-2-2 开环调速系统方框图

在这个例子中，如果不考虑人在系统中的作用，信号的传递过程并没有形成闭合回路，这样的系统称作开环系统。

又如一架用人操纵的飞机，它在飞行过程中的俯仰角 g ，往往会随风和发动机推力等的变化而变，见图1-2-3。当要求保持给定俯仰角 g_0 。飞行时，驾驶员要借助机上的地平仪，判断飞机实际的俯仰角 g ，然后根据它们间的偏差 $\Delta g = g_0 - g$ 去操纵驾驶杆，使飞机的升降舵偏转，从而使飞机回到给定的俯仰角 g_0 。如果不考虑驾驶员的作用，它们之间的信息传递关系便如图1-2-4所示，可见这也是个开环系统。



图1-2-3 控制飞机 θ 角



图1-2-4 飞机操作框图

从上面两个例子可以看到，开环系统能使电动机或飞机在人的操纵下达到工作要求。一般来说，将电动机或飞机称为被控制的对象。问题是能否用某些设备代替人在系统中的作用，使对象在偏离给定工作状态时，自动地回到所要求的状态？

这就要分析人在上述系统中的作用，以使用设备代替人的功能。人在上面系统中主要起两个作用：

(1) 将对象的实际工作状态和要求的工作状态进行比较。对象的实际工作状态称作对象的输出量，一般也就是系统的输出量或输出信号，用变量 $c(t)$ 表示。要求的工作状态用变量 $R(t)$ 表示，它是由系统的任务决定的，一般与系统的输入量相应，又称作系统的控制信号。将 $c(t)$ 与 $R(t)$ 比较，在数学上是两者相减，结果用偏差 $e(t)$ 表示，即 $e(t) = R(t) - c(t)$ 。

(2) 根据比较的结果，即 $e(t)$ 的大小和方向（数值上是正负）去操纵控制器（如电压调节器或传动机构）从而改变对象的输出量 $c(t)$ ，使得 $e(t)$ 减少。

归纳而言，人在上述系统中的作用首先是发现偏差，其次按照偏差的大小和方向，决定消除偏差的对策，然后执行消除偏差的对策。要想用设备代替人的功能，关键是在实际系统中怎样实现关系式 $e(t) = R(t) - c(t)$ 。如图1-2-1的调速系统，要将实际的转速 n 与要求的转速 n_0 进行比较。在图中 n_0 并没给出，当然可以用另一设备给定一个转速 n_0 。但在机械上要将两个转速进行比较不太容易，不过能用测速发电机的输出电压代表实际输出转速 n 的大小。另外，电压调节器的给出电压可以作为给定转速 n_0 的标志。这样一来，便可以用给定电压 u_0 与测速发电机输出电压 $u_{反}$ 的差实现关系式 $e(t) = R(t) - c(t)$ 。于是便可设想如图1-2-5(a)的原理线路图。图中将测速发电机的电压 $u_{反}$ ，反馈回来与给定电位计电

压 u_0 相减后加到放大器上,从而使电动机的转速保持在 n_0 上。图1-2-5(b)为对应的原理方框图。

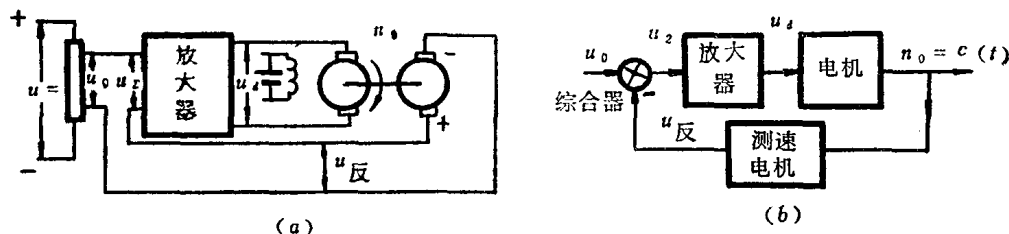


图1-2-5 闭环调速系统

在图1-2-5(b)的系统中,信号传递形成了闭合回路。而反馈信号 $u_{反}$ 是负的反馈信号,所以把这种形式的系统称为负反馈闭环系统,或简称负反馈系统。

那么,这种负反馈系统,当系统的输出信号 n_0 受到某种扰动后,能否自动地回到原来的转速 n_0 呢?

比如由于某种原因,使转速 n_0 减到 n_2 ,这时测速电机的电压便由原先的 $u_{反}$ 降到 $u_{反2}$,因为 $u_{e1} = u_0 - u_{反2}$,而 u_0 是不变的,所以 u_e 便增加到 u_{e2} ,放大器的输出电压也就提高到 u_{d2} ,这时电动机的转速便由 n_2 开始增加而回到转速 n_0 上来。如果 n_0 增加到 n_1 ,这种系统同样也能使转速回到 n_0 值。要强调的是也只有负反馈才能达到所要求的预期目的。

对图1-2-4所表示的飞行器系统,也能根据同样思路组成自动控制系统。这时要测量出飞行器的姿态角 g ,且与给定的基准姿态角 g_0 比较,形成角差 $\Delta g = g_0 - g$,这种功能可以由定位陀螺仪完成。它能测量出角差 Δg ,并能按角差的大小转换为相应的电压。由于该电压的功率较小,只有放大后才能使用,然后通过舵机装置,带动舵面转动,于是就改变了飞行器的姿态角,减少 Δg ,使 g 等于 g_0 。这时系统的原理方块图见图1-2-6。

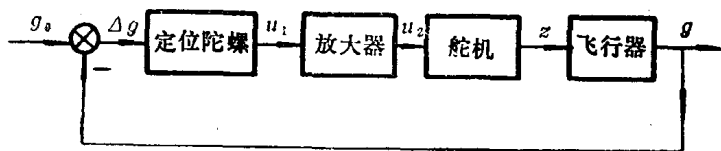


图1-2-6 自动驾驶仪框图

一般而言,一个自动控制系统的原理方块图可以表示成图1-2-7。不同对象,它的输

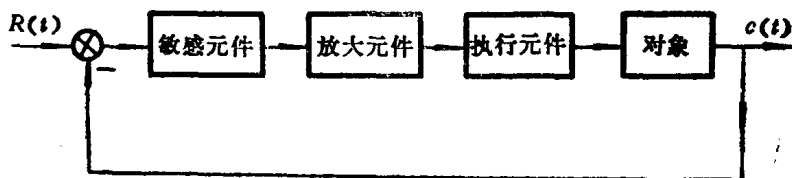


图1-2-7 负反馈系统框图

出量 $c(t)$ 也是各式各样的,如温度、压力、流量、电压等等,都可以作为输出信号,或称输出量,由于它也是系统被控制的量,也叫被控信号或被控量。

总之,凡是利用偏差量,最终消除偏差的负反馈系统,就称为自动控制系统。

§1-3 自动控制系统类型

为了更好学习和研究自动控制系统,需要对它进行分类。出发点不同,类型也不一样。这里仅介绍在本书要用到的一些名称。

要研究系统的性能,必须先建立系统的输出信号 $c(t)$ 和控制信号 $R(t)$ 的数学关系。从系统的数学方程出发,可以分成下面几类。

一、线性系统

如果 $c(t)$ 与 $R(t)$ 间的数学关系,由 n 阶线性常微分方程描述的,即

$$\begin{aligned} a_0(t) \frac{d^n c(t)}{dt^n} + \cdots + a_{n-1}(t) \frac{dc(t)}{dt} + a_n(t) \cdot c(t) \\ = b_0(t) \frac{d^m R(t)}{dt^m} + \cdots + b_{m-1}(t) \frac{dR(t)}{dt} + b_m(t) R(t) \end{aligned} \quad (1-3-1)$$

这种系统称作线性控制系统,简称线性系统。其实图 1-2-7 所示系统中,只要所有元件输出量和输入量间的关系是线性的,那么系统也就是线性系统了。

二、非线性系统

若 $c(t)$ 与 $R(t)$ 间由非线性微分方程描述,如

$$\dot{c}(t) = F[c(t), R(t), t] \quad (1-3-2)$$

那么系统便为非线性控制系统,简称非线性系统。一般而言,系统中只要有一个元件输出量和输入量间的关系为非线性的,便是非线性系统。严格地讲,很多系统都是非线性的。但是在工程上作些简化后,大多数系统又都可近似认为是线性的了。所以本书重点在于线性系统的讨论。

三、连续系统

在图 1-2-7 中,信号在每一个元件间传递,它们随时间变化都是连续的。称这样的系统为连续系统。这时 $c(t)$ 与 $R(t)$ 间也是由微分方程来描述。反过来也一样,凡是由微分方程来描述的都是连续系统。所以由 (1-3-1) 式描述的系统为线性连续系统。由 (1-3-2) 式描述的系统便为非线性连续系统。

四、离散系统

在系统内,任意一处的信号随时间变化为离散时,称作离散系统,又叫采样系统。最常见的为计算机控制系统,见图 1-3-1 这是一个速度控制系统。将给定电压 $u_0(t)$ 与反馈电

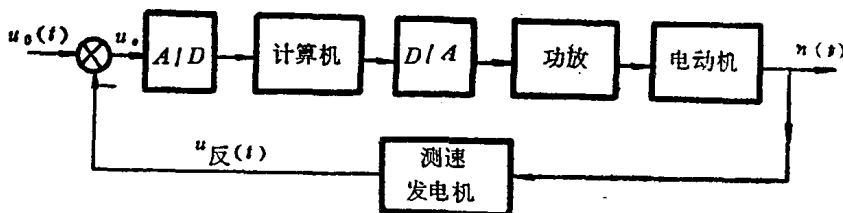


图1-3-1 计算机控制系统

压 $u_{反}$ 的差 u , 通过模数转换 A/D , 变成数字信号加到计算机, 经过运算后, 通过数模转换 D/A , 输出模拟信号, 经过放大后去控制电动机。可以看到在计算机输入输出处, 信

号都呈离散状态, 所以系统是离散系统。

在离散系统中, 描述 $c(t)$ 与 $R(t)$ 间的数学关系, 就不是微分方程, 而是差分方程了。若是线性差分方程, 则系统是线性离散系统。若是非线性差分方程, 那么, 便是非线性离散系统。

五、时变系统

所列写系统方程(1-3-1)等式两边的系数 $a_i(t)$ 和 $b_i(t)$ 不是常值, 而是随时间变化的参数, 该系统就称作时变系统。这时(1-3-1)式所描述的便为线性时变系统。而由(1-3-2)式所描述的是为非线性时变系统。

其实, 只要系统中有一个元件的参数是随时间变化的, 就是时变系统。例如地空导弹从低空到高空时, 气动力系数是随时间而变的, 这就是一个时变系统。有时也称作变参数系统。或称非定常系统。

六、时不变系统

在(1-3-1)式两边的所有系数 a_i 和 b_i 都是常数, 这时称作时不变系统, 有时也叫常数系统, 简称定常系统。在系统工作过程中系数变化较缓慢时, 工程上也将它作常值处理, 所以实际上绝大多数是属于时不变系统。

按照描述系统的数学方程不同所进行的分类, 并不是说它们是互相排斥的。在具体控制系统中, 经过适当处理后, 很大一部分是属于线性连续时不变系统或线性离散时不变系统。

在本书中, 还经常用到按照系统控制信号形式进行分类的系统, 即定值系统和随动系统。

定值系统是指控制信号 $R(t)$ 为给定的常值, 如图 1-2-5 的恒速系统。控制室温的温度控制系统等。

随动系统又称跟踪系统。当控制信号 $R(t)$ 事先不能完全确定时, 该系统称作随动系统。这是遇到最多的一种, 如火炮随动系统, $x-y$ 记录仪等。

§1-4 自动控制系统研究的问题

对于图 1-2-5 的系统, 是否给定一个 u_0 值, 就能得到相应的 n_0 值? 或当系统输出为 n_0 值时, 在受到负载变化、电源波动等扰动后, 是否也一定能回到 n_0 值?

根据实际系统试验, 可能出现图 1-4-1 所表示的四种情况。图中横坐标是时间轴 t 。

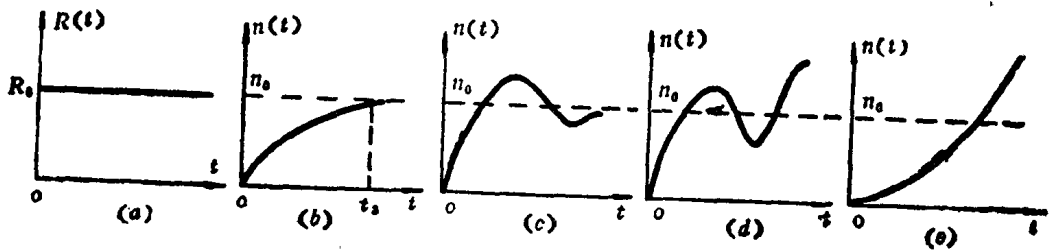


图1-4-1 系统的过渡过程

(a) 表示系统受到的外界作用信号, 假定是一个阶跃信号, 它也就是系统的控制信号 $R(t)$

一种随时间变化规律。在 t 等于零之前 $R(t)$ 为零。在 t 等于零之后是幅度为 R_0 的常值。图(b)(c)(d)(e)的横坐标也是 t ，纵坐标是系统的输出信号 $n(t)$ 。与横坐标平行的虚线 n_0 ，表示系统输出端应该达到的工作状态。图中实线表示实际系统中输出信号 $n(t)$ 可能出现的四种随时间变化过程。图(b)是系统受到 R_0 作用后， $n(t)$ 是单调上升的，经过时间 t ，后， $n(t)$ 达到或趋向所要求的值 n_0 。 $n(t)$ 之所以有这样的过渡过程，不是象 R_0 那样瞬时达到 n_0 ，是因为系统是由多种元件组成的。其中总会有些储能元件，如电感、电容、机械惯性、弹性等。这样，便会使物体运动以及某些物理量的变化发生滞后或超前等现象。于是导致输出信号 $n(t)$ 出现了过渡过程。实际控制系统的组成是多种多样的，元件不同，它们的结构参数也不同，组合以后就可能出现不同的过渡过程。显然，(d)、(e)两种系统由于输出量发散，系统是不稳定的。图(b)和(c)的系统，其过渡过程才是稳定的。系统除了稳定的这一基本要求之外，尚有个稳定程度好坏的问题。这在系统中称做质量问题。对各种各样的控制系统，使用者要根据具体用途对质量提出要求。如某些卫星系统，在达到目的前提下应尽可能少消耗能量。对某些仪表系统要求误差小，惯性小，阻尼适中，对扰动不灵敏等。

可见，系统受到控制信号 $R(t)$ 作用后， $c(t)$ 达到要求值的过程就反映了系统性能的好坏。从数学角度说，就是已知 $R(t)$ ，从 $c(t)$ 和 $R(t)$ 的方程中解出 $c(t)$ 。为此，先建立系统中被控对象和各元件的输出量与输入量间的数学关系。这要由元件的结构原理，以及与此有关的基本定理，如力学中的牛顿三定律，电路中的欧姆定律、回路电流定律等建立它们间关系。在各元件方程已知之后，依据系统的结构得到系统的输出信号 $c(t)$ 和控制信号 $R(t)$ 间的数学方程。这样一些工作是首先要做的，也是基本工作之一，一般称作数学模型的建立。

根据系统的数学模型，便可判断系统的稳定性、质量好坏和系统结构参数间的关系。这称作系统的分析。若系统的性能不能满足要求，应该怎样改善系统的性能，怎样才能获得最佳工作状态。这样一些问题统称为系统的综合。

总的来说，在自动控制系统中，有三个问题是必须要研究的，一是系统的数学模型，二是系统的性能分析，三是系统的综合。

§1-5 自动控制理论发展简介

同其它科学的产生和发展一样，自动控制理论的发展也是与生产实践密切相关的。很早以前就有人采用反馈原理来改进装置的性能，如瓦特蒸汽机的调速装置，鱼雷的航向控制系统，放大电路的稳定线路等。当时由于缺乏理论指导，有成功的经验也有失败的教训。直到本世纪20年代到40年代，才由马诺尔斯基、奈奎斯特、伯德、维纳等人的工作，奠定了经典控制理论基础，促进了二次大战中武器控制系统的研究。战后总结了多方面的经验，出版了由麦克考尔的伺服机构基本理论和吉姆斯等编写的伺服机构理论。他们的工作对工业生产自动控制系统起了重要作用，且为发展宇航事业作出了很大的贡献。从此在高等院校也开始设为一门基本课程。50年代在我国称为自动调节原理。

经典控制理论研究的对象为单变量系统，即一个输入量和一个输出量的系统。主要的数学基础是复变函数、付氏变换和拉氏变换。原先的计算手段为手算和模拟计算机相结合。

目前已逐步由数字计算机程序包所取代,即控制系统的计算机辅助设计(Control System Computer-aided Design 简称 CSCAD)。随着生产技术的发展,自动控制技术的应用进展很快,同时也遇到了一些难于解决的问题。例如多变量系统(多输入多输出系统)、最佳系统等的分析和设计。到60年代,由于状态空间法、极大值原理和卡尔曼滤波等理论的出现,奠定了现代控制理论的基础、经过近30年的努力,形成了相当丰富的内容。如线性系统理论、最优控制理论、自适应控制、动态系统辨识、大系统理论、多变量系统理论等等相应的书和论文已出版很多。

现代控制理论的对象主要是多变量系统,数学基础主要有线性代数和泛函空间等。根据现在内容要将它们用于实际尚要做不少工作。理论上当然也适用于单变量系统。从目前情况看,企图用现代控制理论取代经典控制理论是不现实的。因为经典控制理论应用时,物理概念清晰,且积累了很丰富的经验,在分析和综合系统时,既方便又实用。再结合 CSCAD 技术,更能得到良好效果,所以目前国内外在单变量系统中,主要还是依靠经典控制理论。另外,经典控制理论中,频率法也不断扩展到多变量系统,而且也获得明显的进展。看来,不论是经典控制理论或现代控制理论,将两者有机结合起来应用,就能得到较为理想的效果。

根据教学要求,本书主要介绍适用于单变量系统的经典控制理论部分。主要包括线性连续系统、线性离散系统和非线性系统。

第二章 数学基础

任何一种自动控制系统，都需要用数学模型来描述，这样才能对它进行分析和设计。而福里哀变换和拉普拉斯变换是建立自动控制系统数学模型的重要工具之一，复变函数则是上述两种数学变换的基础。

§2-1 复变函数

复变函数在数学中已经学过，这里根据本书的需要，复习复变函数的一些基本概念。

一、复变量和复变函数

复变量 $s = \sigma + j\omega$ ，其中 σ 为 s 的实部， ω 为 s 的虚部。在复数 s 平面内，用横轴表示 σ ，纵轴表示 $j\omega$ ，对于每一个复变量 s_a 、 s_b 或 s_c ，都对应 s 平面上的一点。

复变函数 $F(s)$ 是复变量 s 的函数 $F(s) = F_x + jF_y$ ，其中 F_x 、 F_y 分别是 $F(s)$ 的实部和虚部， F_x 、 F_y 都是实数。同样以 F_x 为横轴， jF_y 为纵轴，组成 $F(s)$ 复平面。若 $F(s)$ 是 s 的单值函数，则对于每一个 s 值，在 $F(s)$ 平面上只有一个点与之对应，如图 2-1-1 所示。

用 $|F(s)|$ 表示 $F(s)$ 的模， θ 表示 $F(s)$ 的相角，则有

$$|F(s)| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$\theta = \angle F(s) = \arctan \frac{F_y}{F_x}$$

角度 θ 是从正实轴开始度量的，并规定逆时针方向为测量的正方向。

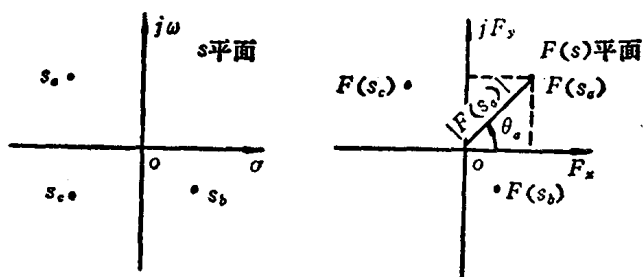


图2-1-1 单值函数的图示

$F(s) = F_x + jF_y$ 的共轭复数定义为 $\bar{F}(s) = F_x - jF_y$ 。复数和它的共轭复数具有相同的实部，而虚部只是符号相反。

二、基本概念

这里主要复习复变函数的四个基本概念，即解析函数、函数的奇点、极点和零点。

复变函数 $F(s)$ ，如果它的函数和所有的各阶导数在某个区域内的每一点都存在，那么，这个函数在此区域内是解析的。例如，函数 $F(s) = 1/(s+4)$ ，除 $s = -4$ 之外，在 s 平面内每一点是解析的。

奇点定义为在 s 平面内函数或它的导数不存在的点，奇点的一个重要特例是极点。如在奇点上函数 $F(s)$ 或它的导数趋于无穷大时，则这样的奇点叫做极点。例如：

$$F(s) = \frac{K(s+z)}{(s+p_1)(s+p_2)^2} \quad (2-1-1)$$

函数 $F(s)$ 在 $s = -p_1, s = -p_2$ 处有极点。

如果当 s 趋于 $-p$ 时, $F(s)$ 趋于无穷大, 并且函数 $F(s)(s+p)^n, (n=1, 2, \dots)$ 在 $s = -p$ 处有一个有限的, 但非零的值, 那么 $s = -p$ 叫做 $F(s)$ 的 n 重极点。 $n=1$ 时的极点叫做单极点, 若 $n=2, 3, \dots$, 那么相应极点分别叫做二重极点、三重极点等等。

在 s 平面某个点上, 若函数 $F(s)$ 等于零, 该点便叫做函数 $F(s)$ 的零点, 由方程 (2-1-1) 给出的函数 $F(s)$ 在 $s = -z$ 处有一个零点。如果无穷远的点包括在内, 则 $F(s)$ 就有与极点数相同的零点。由方程 (2-1-1) 给出函数 $F(s)$ 除在 $s = -z$ 处有一个有限零点外, 在无穷远处还有两个零点, 因为

$$\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{K}{s^2} = 0$$

于是, $F(s)$ 有三个极点和三个零点。

三、留数定理

复变函数理论的一个重要内容是留数定理。为了推导这个定理, 设函数 $f(s)$ 在封闭

曲线 C 上和内部, 除在 a 点有一个 n 重极点外, 处处是解析的, 如图 2-1-2 所示。对于这种情况, $f(s)$ 的表达式可以变换成如下形式

$$f(s) = \frac{f(s)(s-a)^n}{(s-a)^n} = \frac{F(s)}{(s-a)^n} \quad (2-1-2)$$

新的函数 $F(s)$ 在封闭曲线 C 上及其内部包括 a 点在内均是解析的。因为函数 $F(s)$ 在 a 点是解析的, 因此, 它可以在 a 点展开成如下的泰勒级数

$$F(s) = F(a) + F'(a)(s-a) + \frac{F''(a)}{2!}(s-a)^2 + \dots + \frac{F^{(n)}(a)}{n!}(s-a)^n + \dots \quad (2-1-3)$$

将 (2-1-3) 式代入 (2-1-2) 式中, 得到

$$\begin{aligned} f(s) = & \frac{F(a)}{(s-a)^n} + \frac{F'(a)}{(s-a)^{n-1}} + \frac{F''(a)}{2!(s-a)^{n-2}} + \dots + \frac{F^{(n-1)}(a)}{(n-1)!(s-a)} \\ & + \frac{F^{(n)}(a)}{n!} + \frac{F^{(n+1)}(a)}{(n+1)!}(s-a) + \dots \end{aligned} \quad (2-1-4)$$

方程式 (2-1-4) 是 $f(s)$ 在 a 点的罗朗展开式, 现在考虑 $f(s)$ 在罗朗展开式下的积分, 这个积分的封闭路径包围 a 点且在路径上和内部都没有其它的奇点。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi j} \oint f(s) ds = & \frac{F(a)}{2\pi j} \oint \frac{ds}{(s-a)^n} + \frac{F'(a)}{2\pi j} \oint \frac{ds}{(s-a)^{n-1}} + \dots \\ & + \frac{F^{(n-1)}(a)}{(n-1)! 2\pi j} \oint \frac{ds}{(s-a)} + \frac{F^{(n)}(a)}{n! 2\pi j} \oint ds + \frac{F^{(n+1)}(a)}{(n+1)! 2\pi j} \oint (s-a) ds + \dots \end{aligned} \quad (2-1-5)$$

记号 $\oint$ 表示沿封闭曲线的积分, 取逆时针方向为积分正方向, 根据数学中的哥西定理