

869605

3121

7173

管理应用数学基础（一）

微 积 分

马 兴 波 主 编

西南交通大学出版社

管理应用数学基础 (一)

微 积 分

马兴波 主编

西南交通大学出版社

内 容 提 要

本书是《管理应用数学基础》的第一分册《微积分》，包括一元、多元函数微积分和无穷级数、微分方程简介等十章。其特点是在坚持大专标准前提下充分考虑对象的特点，不过分强调理论上的严谨性，对抽象概念、难理解的内容力求揭示其本质，并通过大量例题突出基本方法和应用。讲解清晰明了、深入浅出、通俗易懂，便于自学。

本书可供各类成人高校的经济、管理各专业作为试用教材使用，也适合有志于经济管理工作的高中水平的人员自学之用。

管理应用数学基础 (一)

微 积 分

WEIJIFEN

马兴波 主编

西南交通大学出版社出版

(四川 峨眉)

四川省新华书店发行

西南交通大学出版社印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 12.75

字数: 284 千字 印数: 1—11000 册

1988年8月第一版 1988年8月第一次印刷

ISBN 7—81022—048—9/O 008

定价: 2.60 元

序 言

《管理应用数学基础》是根据国家教委、国家经委[1987] 708号《关于经济管理干部学院制订二年制专科教学计划的几点意见》精神，按照1987年7月经委系统管理干部学院校际数学研究会首届代表会（有来自全国26个省市70余所院校的83名代表）在北京制订的《数学教学大纲》编写的一套系列教材。

全套书共分四册，是按照168~290学时编写的，具有一定弹性，反映各类成人高校对数学的最低要求和最高要求。其中第一册《微积分》（70~140学时）、第二册《线性代数》（26~40学时）、第三册《概率论与数理统计》（52~74学时）、第四册《线性规划》（20~36学时）。

全套书贯彻教委指示——既坚持专科标准又体现成人教育的特点。力求深入浅出、通俗易懂，便于自学；每一概念都从实例引入，使用方法条理化，难点内容形象直观；每章附有小结和各种类型的习题并附有答案。此套书适合各类成人院校包括函大、电大学生使用，也可作为管理、工程技术人员自学之用。

参加本套教材编写的人员：第一册有马兴波（主编）、刘身和、刘维汉、孙富、朱敏超、周峰、周兴模、薄幼培；第二册有董大儒（主编）、孟斌（副主编）、田书京、刘进良、攸攸、陈银英、黄谋义、缪立勤；第三册有刘生峰（主编）、朱少义（副主编）、马安丽、王欣、陈森、陈士彤、武

布、夏登魁，赵广林；第四册有谭荣刚（主编）、王宝才、杨融盛、武汉、张文如、张郁文。

全套书由理事长刘生峰（陕西省工业管理干部学院）、副理事长董大儒（铁道部太原运输管理干部学院）任总主编；孟斌（上海经济管理干部学院）、谭荣刚（北京水利电力管理干部学院）、马兴波（四川省经济管理干部学院）、朱少义（黑龙江省工交管理干部学院）参加审稿工作。

由于我国幅员辽阔，成人高校，尤其是管理干部院校成立时间不长，尽管有些人编写了一些教材，但由于缺乏统一大纲为指导，无法系统地进行总结和研究，要编写一套各类成人高校都适用的教材，有很多困难。加之学会刚刚成立，经验不足、时间紧迫，书中定有许多缺点和错误，故这套书只能作为试用教材。恳请各兄弟院校教师和读者，在试用过程中提出宝贵意见，以便再版时进行修改和补充，尽量能使这套教材适合我国成人教育的要求。

国家经委系统管理干部学院
校际数学研究委员会

目 录

第一章 函数	1
第一节 集合	1
一、集合及其表示法	1
二、子集	2
三、集合的运算	3
第二节 实数集	6
一、实数	6
二、数轴	6
三、绝对值	7
四、区间和邻域	7
第三节 函数的概念和表示法	9
一、常量与变量	9
二、函数的定义	10
三、函数的表示法	12
第四节 函数的简单性质	14
一、奇偶性	14
二、单调性	15
三、周期性	17
四、有界性	17
第五节 反函数与基本初等函数	18
一、反函数	18

二、基本初等函数	19
第六节 复合函数 初等函数	23
一、复合函数	23
二、初等函数	25
第七节 函数在经济管理中的应用	26
一、盈亏转折分析	26
二、供求关系和市场平衡问题	29
小结	30
习题	31
第二章 极限和连续	35
第一节 数列的极限	35
一、数列	35
二、数列的极限	36
第二节 函数的极限	39
一、 $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限	39
二、 $x \rightarrow x_0$ 时函数的极限	41
三、左极限和右极限	43
四、无穷小与无穷大	45
五、无穷小的比较	46
第三节 极限的运算法则	48
第四节 两个重要极限	51
一、极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	51
二、极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	56
第五节 函数的连续性	59

一、函数的改变量	59
二、函数的连续性	60
三、连续函数	62
四、间断点	63
五、闭区间上连续函数的性质	66
*第六节 管理和经济中函数的连续性	67
小结	70
习题	71

第三章 导数与微分.....77

第一节 导数的概念.....77

一、变化率问题举例	77
二、导数的定义	79
三、导数的几何意义	80
四、可导与连续的关系	81

第二节 导数的基本公式与运算法则.....83

一、基本初等函数的导数	83
二、函数的和、差、积、商的导数	86
三、复合函数的导数	91
四、反函数与隐函数的导数	94

第三节 变化率在经济和管理中的应用举例.....98

一、相关变化率	99
二、边际分析	99
三、弹性	103

第四节 高阶导数103

第五节 微分及其应用106

一、微分概念	106
二、微分的几何意义	109
三、微分的计算	109
四、微分的应用	112
小结	116
习题	117
第四章 导数的应用	124
第一节 中值定理及罗必达法则	124
一、中值定理	124
二、罗必达法则	130
第二节 函数的单调性与极值	139
一、函数的单调性	139
二、函数的极值	142
三、最大值与最小值	147
第三节 图形的描绘	151
一、曲线的凸凹和拐点	151
二、曲线的水平渐近线与垂直渐近线	154
三、函数图形的描绘	155
小结	158
习题	159
第五章 不定积分	164
第一节 原函数与不定积分	164
一、原函数与不定积分的概念	164
二、基本积分公式和法则	168

第二节 换元积分法与分部积分法	171
一、换元积分法	171
二、分部积分法	178
第三节 有理函数的积分	182
小结	189
习题	190
第六章 定积分	194
第一节 定积分的概念	194
一、引入定积分的实例	194
二、定积分的定义	197
第二节 定积分的基本性质	199
第三节 微积分基本定理	203
一、变上限的积分	203
二、牛顿-莱布尼兹公式	204
第四节 定积分的换元法与分部积分法	207
一、定积分的换元法	207
二、定积分的分部积分法	213
第五节 广义积分	215
一、无限区间上的积分	216
二、无界函数的积分	219
第六节 定积分的应用	221
一、几何上的应用	221
二、经济应用问题之例	229
小结	230
习题	231

第七章 多元函数微分学235

第一节 多元函数及其定义域235

一、多元函数的定义235

二、二元函数的定义域和几何意义236

三、二元函数的极限和连续性238

第二节 偏导数与全微分240

一、偏导数及其几何意义240

二、全增量与全微分244

第三节 多元复合函数与隐函数的微分法247

一、复合函数的微分法247

二、隐函数的微分法252

第四节 多元函数的极值254

第五节 最小二乘法简介259

小结264

习题264

第八章 重积分简介268

第一节 二重积分的概念与性质268

一、实例268

二、二重积分的概念与性质270

第二节 二重积分的计算272

小结287

习题287

第九章 无穷级数291

第一节 无穷级数的概念和基本性质291

一、无穷级数的概念	291
二、数项级数	292
三、级数的基本性质	295
第二节 正项级数	296
第三节 任意项级数 绝对收敛	302
第四节 幂级数	306
一、幂级数的概念和收敛域	306
*二、幂级数的解析性质	309
*第五节 泰勒公式与泰勒级数	311
一、泰勒公式	311
二、泰勒级数	314
第六节 几个初等函数的泰勒展开式	315
一、直接方法	315
二、间接方法	318
第七节 幂级数应用于近似计算之例	321
小结	325
习题	326
第十章 微分方程简介	332
第一节 微分方程的基本概念	332
一、微分方程的实例和定义	332
二、基本概念	334
第二节 一阶微分方程	336
一、可分离变量的一阶微分方程	336
二、一阶线性微分方程	338
第三节 可降阶的高阶微分方程	343

一、形如 $y'' = f(x, y')$ 的二阶微分方程	343
二、形如 $y'' = f(y, y')$ 的二阶微分方程	344
第四节 二阶常系数线性微分方程	346
一、二阶常系数线性齐次方程	
$y'' + a_1 y' + a_2 y = 0$	346
二、二阶常系数线性非齐次方程	
$y'' + a_1 y' + a_2 y = Q(x)$	351
小结	354
习题	355
附录一 空间解析几何简介	358
附录二 简明积分表	365
习题答案	376
参考文献	395

第一章 函 数

第一节 集 合

集合是现代数学中的重要概念之一。各类管理干部学院普遍开设的线性代数、线性规划以及概率论等课程中经常要使用有关集合的概念和运算。为此，对集合论的内容作一个简要的介绍。

一、集合及其表示法

所谓**集合**，就是具有某种特殊属性的事物或对象的全体。它是从人们生活中“集体”、“集团”等具体概念抽象出来的原始概念。构成集合的每一个事物或对象称为集合的**元素**。例如

- ① 某校年满二十周岁的学员
- ② 某厂生产的所有产品
- ③ 全体正整数
- ④ 直线 $x + y + 1 = 0$ 上的所有点
- ⑤ 掷一颗骰子可能得的点数

都是集合。一般，用大写字母 A 、 B 、 C 、……表示集合，用小写字母 a 、 b 、 c 、……表示集合的元素。如果 a 是 A 的元素，称为 a 属于 A 或 a 在 A 中，记作 $a \in A$ ；如果 a 不是 A 的元素，称为 a 不属于 A 或 a 不在 A 中，记作 $a \notin A$ 。

集合中元素的个数称为 A 的**基数**。基数有限的集合称为**有限集合**。基数不是有限的集合称为**无限集合**。如上面的①、②、⑤是有限集合，③、④是无限集合。

一个集合可以用下面几种方法表示

① **穷举法** 在花括号中列出集合中的所有元素以表示集合。如掷一颗骰子可能得到的点数的集合 A 可以表示为 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $x^2 - 5x + 6 = 0$ 的根构成的集合 B 可以表示为 $B = \{2, 3\}$ 。用穷举法表示集合要求列出集合的所有元素而又不重复。

② **构造法** 在花括号内写明集合中的元素具有的特殊属性以表示集合。如全体正整数的集合 A 可表示为 $A = \{x | x \text{ 是正整数}\}$ ；直线 $x + y + 1 = 0$ 上的点的集合 B 可表示为 $B = \{(x, y) | x + y + 1 = 0\}$ 。

③ **图示法** 用一个平面区域表示集合，区域内的点表示元素。这种用图形表示集合的方法叫图示法。这种表示法在下面谈及的集合间的关系时显得尤其直观、形象。

二、子集

子集 两个集合 A 和 B ，若 $b \in B$ ，则 $b \in A$ ，则称 B 是 A 的子集。记为 $B \subset A$ 。此时也称 B 包含于 A 或 A 包含 B 。如图 1-1。

特别地，当 $B \subset A$ 且 A 中至少有一个元素 $x \in B$ 时，称 B 是 A 的真子集。

例 1 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $B = \{2, 4, 6\}$ ，则 $B \subset A$ 且 B 是 A 的真子集。

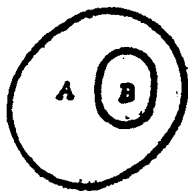


图 1-1

全集与空集 由所讨论的所有事物或对象构成的集合称为全集。全集用 U 表示。

须注意，全集是一个相对的概念。一个集合在某种条件下是全集，在另一种条件下可能不是全集。如集合 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ，在讨论掷一颗骰子可能出现的点数时是全集，在讨论抽一张扑克牌出现的点数时则不是全集。

没有任何元素的集合称为空集，用 ϕ 表示。空集看来不易理解，但它在集合的运算中的作用如同零在数的运算中的作用一样，是必不可少的，如 $x^2 + 1 = 0$ 的实根集合就是空集。同时，我们还规定，空集是任何集合的子集。

值得指出的是，不能把空集同仅有一个元素“0”的集合相混淆。如 $\{x | 2^x = 1\} = \{0\}$ 不是空集，因为它含有元素 0。

集合的相等 若 $B \subset A$ 且 $A \subset B$ ，则称 A 与 B 相等，记为 $A = B$ 。

三、集合的运算

例 2 甲、乙两厂生产同类产品。甲厂产品销往 a, c, d, e 各省；乙厂产品销往 b, c, d, f 各省。若分别以 A, B 表甲厂和乙厂销售地的集合，即 $A = \{a, c, d, e\}$ ， $B = \{b, c, d, f\}$ ，那么

- (1) 两厂销售地的全体是 $\{a, b, c, d, e, f\}$
- (2) 两厂共同的销售地是 $\{c, d\}$
- (3) 甲厂销售而乙厂不销售的省是 $\{a, e\}$

这里出现了一些与数的加、减、乘相似但本质上又完全不同的运算。下面分别给这些运算以明确的定义。

定义 1.1 集合 A 和集合 B 的所有元素构成的集合称为 A 与 B 的并, 记为 $A \cup B$, 如图 1-2。即, $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 。

例 3 设某单位有彩电家庭的集合为 A , 有电冰箱家庭的集合为 B 。则 $A \cup B$ 表示该单位有彩电或有冰箱或既有彩电又有冰箱的家庭的集合。

集合的并有以下性质 (证明从略):

性质 1 $A \subset (A \cup B)$, $B \subset (A \cup B)$

性质 2 若 $A \subset B$, 则 $A \cup B = B$ 。特别, $A \cup \phi = A$, $A \cup U = U$, $A \cup A = A$

性质 3 交换律: $A \cup B = B \cup A$

性质 4 结合律: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

定义 1.2 集合 A 和集合 B 的公共元素构成的集合称为 A 与 B 的交, 记为 $A \cap B$, 如图 1-3。即 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。

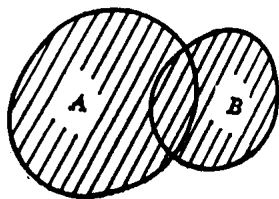


图 1-2

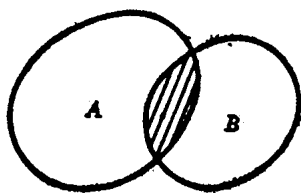


图 1-3

例 4 设 A 、 B 规定同例 3, 则 $A \cap B$ 表示同时有彩电和电冰箱的家庭的集合。

集合的交有以下性质 (证明从略):