

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

钢结构稳定理论与设计

(第二版)

Stability of Steel Structures Theory and Design

陈 骥 编著

 科学出版社
www.sciencep.com

研究生教学用书
教育部研究生工作办公室推荐

钢结构稳定 理论与设计

(第二版)

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书系统地阐述了钢结构中的轴心受压、受弯和压弯构件、刚架与薄板的弹性和弹塑性稳定理论,考虑了构件的几何缺陷和截面的残余应力分布对稳定性能的影响,结合我国新修订的钢结构设计规范 GB50017-2002 和冷弯薄壁型钢结构技术规范 GB50018-2002 中有关钢结构稳定设计的内容,介绍了应用弹性和弹塑性稳定理论解决钢结构设计中稳定承载力的计算方法;系统地介绍了经修订的美国钢结构设计规范 AISC LRFD 99 和冷弯薄壁型钢结构设计规范 AISI 96 关于钢结构稳定设计的理论依据和计算方法,同时还介绍了日本钢结构设计指针 AIJ 98 中有关稳定设计的特点。本书各章均编写了较多例题和习题,再版时又补充了多种类型算例,这些都将有助于读者加深对基本理论的理解。

本书可作为工业与民用建筑工程、土建结构工程和工程力学专业的研究生教学用书,也可供有关教学、科研、设计和施工的技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

钢结构稳定理论与设计/陈骥编著. —2版. —北京:科学出版社,2003
ISBN 7-03-011463-9

I. 钢… II. 陈… III. 钢结构-结构稳定性-结构设计
IV. TU391.04

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 034458 号

责任编辑:杨家福 刘剑波/责任校对:刘小梅

责任印制:刘士平/封面设计:张 放

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

新蕾印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2001年2月第一版 开本:787×1092 1/16

2003年9月第二版 印张:39

2003年9月第二次印刷 字数:877 000

印数:3 001—7 000

定价:60.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

目 录

第二版前言

第一版序

第一版前言

符号

第一章 概论	1
1.1 稳定问题的类型	1
1.2 稳定问题的计算方法	4
1.3 完善力学模型的稳定分析	6
1.4 非完善力学模型的稳定分析.....	14
1.5 跃越屈曲力学模型的稳定分析.....	17
1.6 钢材的性能.....	19
1.7 钢构件内截面的残余应力分布.....	25
习题	27
参考文献	28
第二章 轴心受压构件的弯曲屈曲	30
2.1 概述.....	30
2.2 轴心受压构件的弹性弯曲屈曲.....	30
2.3 端部有约束的轴心受压构件.....	32
2.4 轴心受压构件的计算长度系数.....	37
2.5 轴心受压构件的大挠度弹性理论.....	40
2.6 初始几何缺陷对轴心受压构件的影响.....	44
2.7 轴心受压构件的非弹性屈曲.....	48
2.8 残余应力对轴心受压构件的影响.....	54
2.9 轴心受压构件的稳定理论在钢结构设计中的应用.....	60
习题	71
参考文献	72
第三章 压弯构件在弯矩作用平面内的稳定	74
3.1 概述.....	74
3.2 两端铰接横向荷载作用下弹性压弯构件的变形和内力.....	76
3.3 两端固定横向荷载作用下弹性压弯构件的变形和内力.....	81
3.4 端弯矩作用下弹性压弯构件的变形和内力.....	84
3.5 压弯构件的等效弯矩和等效弯矩系数.....	87
3.6 无侧移弹性压弯构件的转角位移方程.....	91
3.7 有侧移弹性压弯构件的转角位移方程.....	94

3.8	横向荷载作用下弹性压弯构件的转角位移方程	95
3.9	压弯构件在弯矩作用平面内的极限荷载	97
3.10	压弯构件在弯矩作用平面内的稳定理论在钢结构设计中的应用	108
	习题	122
	参考文献	123
第四章	刚架稳定	125
4.1	刚架的失稳形式	125
4.2	平衡法求解刚架的弹性屈曲荷载	127
4.3	位移法求解刚架的弹性屈曲荷载	130
4.4	多层多跨刚架的弹性屈曲	136
4.5	近似法求解多层多跨刚架的弹性屈曲荷载和刚架柱的计算长度系数	137
4.6	主弯矩对单层单跨刚架稳定的影响	147
4.7	刚架的弹塑性稳定	152
4.8	侧倾刚架的极限荷载	153
4.9	刚架的稳定理论在钢结构设计中的应用	167
4.10	斜梁加腋的山形门式单层多跨刚架平面屈曲	196
	习题	201
	参考文献	204
第五章	稳定计算的近似分析法	206
5.1	概述	206
5.2	能量守恒原理	206
5.3	势能驻值原理和最小势能原理	210
5.4	瑞利-里兹法	214
5.5	迦辽金法	217
5.6	有限差分法	219
5.7	有限积分法	223
5.8	有限单元法	228
5.9	有限单元法求解变截面门式刚架柱的计算长度系数	237
	习题	240
	参考文献	241
第六章	受压构件的扭转屈曲和弯扭屈曲	242
6.1	概述	242
6.2	开口薄壁构件截面的剪力中心	243
6.3	开口薄壁构件的扭转	247
6.4	轴心受压构件的弹性扭转屈曲	256
6.5	轴心受压构件的弹塑性扭转屈曲	262
6.6	轴心受压构件的弹性弯扭屈曲	265
6.7	轴心受压构件的弹塑性弯扭屈曲	273
6.8	压弯构件的弹性弯扭屈曲	277

6.9	压弯构件的弹塑性弯扭屈曲	292
6.10	受压构件的扭转屈曲和弯扭屈曲理论在钢结构设计中的应用	298
	习题	311
	参考文献	312
第七章	受弯构件的弯扭屈曲	314
7.1	概述	314
7.2	纯弯构件的弹性弯扭屈曲	315
7.3	不等端弯矩作用的受弯构件	322
7.4	横向荷载作用的受弯构件	323
7.5	变截面受弯构件的弹性弯扭屈曲	331
7.6	受弯构件的弹塑性弯扭屈曲	335
7.7	受弯构件弯扭屈曲理论在钢结构设计中的应用	342
7.8	双向弯曲压弯构件和双向受弯梁的极限承载力及设计方法	363
	习题	390
	参考文献	392
第八章	板的屈曲	394
8.1	概述	394
8.2	小挠度理论板的平衡方程	395
8.3	单向均匀受压简支板的弹性屈曲荷载	399
8.4	能量法计算板的弹性屈曲荷载	401
8.5	单向非均匀受压简支板的弹性屈曲	405
8.6	均匀受剪简支板的弹性屈曲	407
8.7	大挠度理论板的微分方程	409
8.8	单向均匀受压简支板的屈曲后强度	413
8.9	板的弹塑性屈曲	417
8.10	板的屈曲理论在钢结构设计中的应用	424
8.11	轴心受压构件中的板件	425
8.12	受弯构件中的腹板和薄腹梁的稳定设计	430
8.13	压弯构件中的板件	450
8.14	日本建筑协会关于钢结构极限状态设计中板件宽厚比分级和薄腹梁 弯矩承载力的规定	457
8.15	冷弯薄壁型钢截面中板件的有效宽度	464
8.16	普通钢结构具有柔薄板件轴心受压构件 AISC LRFD 99 的设计方法	500
	习题	506
	参考文献	507
附录	510
	一、弹性支承上轴心受压构件的屈曲荷载	510
	二、受弯和压弯构件弯扭屈曲的总势能	528
	三、用有限单元法求解受压和受弯构件的弯扭屈曲荷载	534
	四、用有限积分法求解受压和受弯构件的弯扭屈曲荷载	554

五、用有限差分法求解受压和受弯构件的弯扭屈曲荷载	564
六、冷弯薄壁型钢构件的直接强度法	569
参考文献	582
部分习题答案	584
索引	589

Contents

Preface(Second Edition)

Foreword(First Edition)

Preface(First Edition)

Symbols

Chapter 1 Introduction	1
1.1 Types of Instability	1
1.2 Methods of Stability Analysis	4
1.3 Stability of Perfect Mechanical Models	6
1.4 Stability of Imperfect Mechanical Models	14
1.5 Stability of Snap-Through Mechanical Models	17
1.6 Mechanical Properties of Structural Steel	19
1.7 Residual Stress Distribution in Steel Member	25
Problems	27
References	28
Chapter 2 Flexural Buckling of Centrally Compressed Members	30
2.1 Introduction	30
2.2 Elastic Flexural Buckling of Centrally Compressed Members	30
2.3 Centrally Compressed Members with End Restraints	32
2.4 Effective Length Factors of Centrally Compressed Members	37
2.5 Elastic Large Deflection Analysis of Centrally Compressed Members	40
2.6 Effect of Initial Geometrical Imperfections on Centrally Members	44
2.7 Inelastic Flexural Buckling of Centrally Compressed Members	48
2.8 Effect of Residual Stresses on Centrally Compressed Members	54
2.9 Application of Stability Theory of Centrally Compressed Members on Steel Structure Design	60
Problems	71
References	72
Chapter 3 In-Plane Stability of Beam-Columns	74
3.1 Introduction	74
3.2 Deformations and Internal Forces of Simply Supported Elastic Beam-Columns under Transverse Loads	76
3.3 Deformations and Internal Forces of Fixed Ended Elastic Beam-Columns under Transverse Loads	81
3.4 Deformations and Internal Forces of Elastic Beam-Columns under End Moments	84

3.5	Equivalent Moment and Equivalent Moment Factor of Beam-Column	87
3.6	Slope-Deflection Equations of Elastic Beam-Column without Sway	91
3.7	Slope-Deflection Equations of Elastic Beam-Column with Sway	94
3.8	Slope-Deflection Equations of Elastic Beam-Column under Transverse Loads	95
3.9	In-Plane Ultimate Load of Beam-Column	97
3.10	Application of In-Plane Stability Theory of Beam-Columns on Steel Structure Design	108
	Problems	122
	References	123
Chapter 4	Stability of Frames	125
4.1	Types of Instability of Frames	125
4.2	Elastic Buckling Loads of Frames by Equilibrium Method	127
4.3	Elastic Buckling Loads of Frames by Slope-Deflection Method	130
4.4	Elastic Buckling of Multi-Story Frames	136
4.5	Elastic Buckling Loads of Multi-Story Frames by Approximate Method	137
4.6	Stability of Frames under Primary Bending Moment	147
4.7	Elastic-Plastic Stability of Frames	152
4.8	Ultimate Loads of Sway Frames	153
4.9	Application of Stability Theory of Frame on Steel Structure Design	167
4.10	Overall In-Plane Buckling of Single-Story Multi-Bay Pitched-Roof Frames	196
	Problems	201
	References	204
Chapter 5	Approximate Methods of Stability Analysis	206
5.1	Introduction	206
5.2	Principle of Conservation of Energy	206
5.3	Principle of Stationary Total Potential Energy and Principle of Minimum Total Potential Energy	210
5.4	Rayleigh-Ritz Method	214
5.5	Galerkin Method	217
5.6	Finite Difference Method	219
5.7	Finite Integral Method	223
5.8	Finite Element Method	228

5.9	Using Finite Element Method to Determine Effective Length Factors of Unbraced Tapered Portal Framed Columns	237
	Problems	240
	References	241
Chapter 6 Torsional Buckling and Flexural-Torsional Buckling of Compression Members		242
6.1	Introduction	242
6.2	Shear Center of Thin-Walled Open Section Members	243
6.3	Torsion of Thin-Walled Open-Section Members	247
6.4	Elastic Torsional Buckling of Centrally Compressed Members	256
6.5	Elastic-Plastic Torsional Buckling of Centrally Compressed Members	262
6.6	Elastic Flexural-Torsional Buckling of Centrally Compressed Members	265
6.7	Elastic-Plastic Flexural-Torsional Buckling of Centrally Compressed Members	273
6.8	Elastic Flexural-Torsional Buckling of Beam-Columns	277
6.9	Elastic-Plastic Flexural-Torsional Buckling of Beam-Columns	292
6.10	Application of Torsional and Flexural-Torsional Theory of Compression Members on Steel Structure Design	298
	Problems	311
	References	312
Chapter 7 Flexural-Torsional Buckling of Beams		314
7.1	Introduction	314
7.2	Flexural-Torsional Buckling of Beams under Uniform Bending	315
7.3	Beams under Unequal End Moments	322
7.4	Beams under Transverse Loads	323
7.5	Elastic Flexural-Torsional Buckling of Beams with Varying Cross-Sections	331
7.6	Elastic-Plastic Flexural-Torsional Buckling of Beams	335
7.7	Application of Flexural-Torsional Buckling Theory of Beams for Design of Steel Structures	342
7.8	Ultimate Capacities of Biaxial Bending Beam-Columns and Beams and Design Formulas	363
	Problems	390
	References	392
Chapter 8 Buckling of Thin Plates		394
8.1	Introduction	394
8.2	Equilibrium Equations of Plate by Small Deflection Theory	395
8.3	Elastic Loads of Simply Supported Plates under Uniform Compression	

.....	399
8.4 Elastic Loads of Plates by Energy Method	401
8.5 Elastic Buckling of Simply Supported Plates under Non-Uniform Compression	405
8.6 Elastic Buckling of Simply Supported Plates under Uniform Shear	407
8.7 Differential Equations of Plates by Large Deflection Theory	409
8.8 Post-Buckling Strength of Simply Supported Plates under Uniform Compression	413
8.9 Elastic-Plastic Buckling of Plates	417
8.10 Application of Buckling Theory of Plates on Steel Structure Design ...	424
8.11 Plate Elements in a Centrally Compressed Member	425
8.12 Web in a Beam and Stability Design of a Plate Girder	430
8.13 Plate Elements in a Beam-Column	450
8.14 Provisions on Classification of Plate Elemental Width-Thickness Ratios and Ultimate Strength of Plate Girder of the Architectural Institute of Japan AIJ98, Recommendation for Limit State Design of Steel Structures	457
8.15 Effective Width of Plate Elements in Cold-Formed Steel Structures ...	464
8.16 Design of Axially Loaded Slender Elemental Compression Members in AISC LRFD 99	500
Problems	506
References	507
Appendix	510
1 Buckling Loads of Centrally Compressed Members on Elastic Foundation	510
2 Total Flexural-Torsional Potential Energy of Beams and Beam-Columns	528
3 Flexural-Torsional Buckling Loads of Compression Members and Beams by Finite Element Method	534
4 Flexural-Torsional Buckling Loads of Compression Members and Beams by Finite Integration Method	554
5 Flexural-Torsional Buckling Loads of Compression Members and Beams by Finite Difference Method	564
6 Direct Strength Method for Design of Cold-Formed Members	569
References	582
Answers to Some Selected Problems	584
Index	589

第一章 概 论

1.1 稳定问题的类型

钢结构的失稳现象是多种多样的,但是就其性质而言,可以分为以下三类^[1.1~1.4]。

1.1.1 平衡分岔失稳

完善的(即无缺陷的、挺直的)轴心受压构件和完善的在中面内受压的平板的失稳都属于平衡分岔失稳问题。属于这一类的还有理想的受弯构件以及受压的圆柱壳等的失稳。

以完善的轴心受压构件为例予以说明。当作用于图 1.1(b)所示构件端部的荷载 P 在未达到某一限值时,构件始终保持着挺直的稳定平衡状态,构件的截面只承受均匀的压应力,同时沿构件的轴线只产生相应的压缩变形 Δ 。如果在其横向施加一微小干扰,构件会呈现微小弯曲,但是一旦撤去此干扰,构件又会立即恢复到原有的直线平衡状态。如果作用于上端的荷载达到了限值 P_{cr} ,构件会突然发生弯曲,这种现象称为屈曲,或者称为丧失稳定。这时如图 1.1(c)所示,构件由原来挺直的平衡状态转变到与其相邻的伴有微小弯曲的平衡状态。荷载到达 A 点后,图 1.1(a)的荷载-挠度曲线呈现了两个可能的平衡途径,直线 AC 和水平线 AB (或 AB')在同一点 A 出现了岔道。构件所能承受的荷载限值 P_{cr} 称为屈曲荷载或临界荷载。由于在同一个荷载点出现了平衡分岔现象,所以其失稳称为平衡分岔失稳,也称第一类失稳。平衡分岔失稳还分为稳定分岔失稳和不稳定分岔失稳两种。

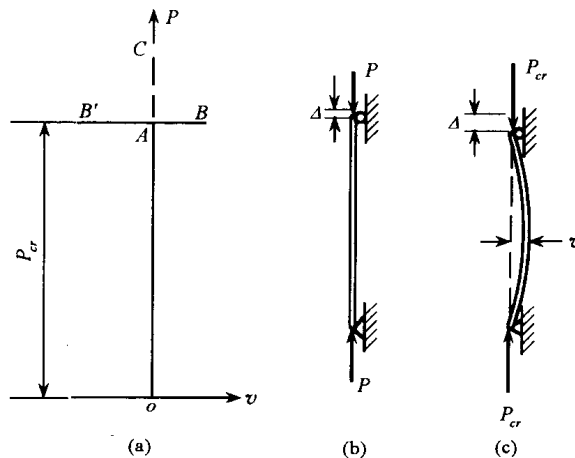


图 1.1 轴心受压构件弯曲屈曲

1. 稳定分岔失稳

图 1.1(a)的荷载-挠度曲线是按小挠度理论分析得到的。按照大挠度理论分析,轴心

受压构件屈曲后,挠度增加时荷载还略有增加,如图 1.2(a)所示,屈曲后构件的荷载-挠度曲线是 AB 或 AB' ,这时平衡状态是稳定的,属于稳定分岔失稳。不过大挠度理论分析表明,荷载的增加量非常小而挠度的增加却很大,构件因有弯曲变形而产生弯矩,在压力和弯矩的共同作用下,中央截面边缘纤维先开始屈服,随着塑性发展,构件很快就达到极限状态,所以轴心受压构件屈曲以后的强度不能被利用(参看第二章 2.5 节)。

对于四边有支承的薄板,如图 1.2(b),其中面在均匀的压力 P 的作用下达到屈曲荷载 P_{cr} 后发生凸曲。由于其侧边同时产生薄膜力,对薄板的变形起了牵制作用,促使荷载还能有较大程度增加,荷载-挠度曲线如图 1.2(b)的 oAB 或 oAB' ,屈曲以后板的平衡状态也是稳定的,也属于稳定分岔失稳。由于板的极限荷载 P_u 可能远超过屈曲荷载 P_{cr} ,所以可以利用板的屈曲后强度(参看第八章 8.8 节)。

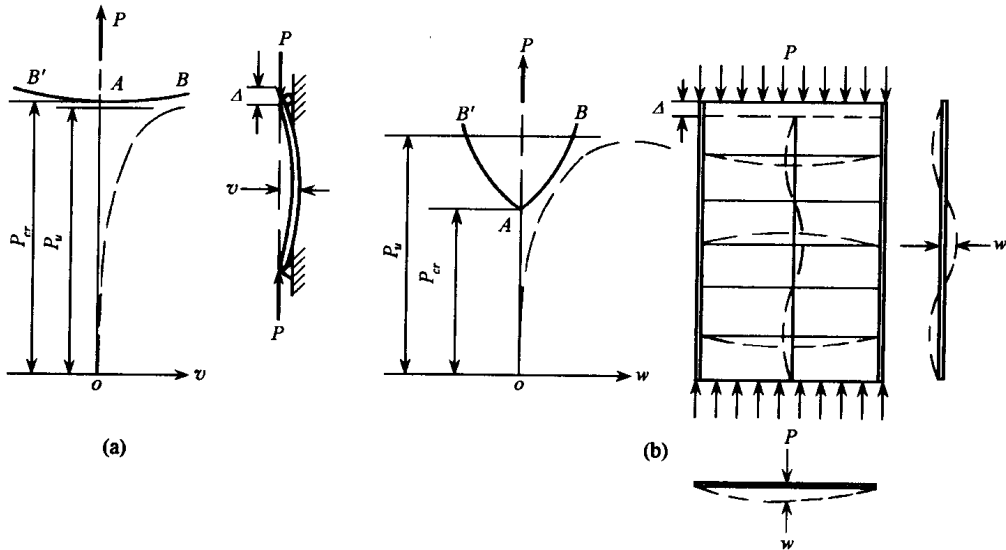


图 1.2 稳定分岔失稳

应该注意到,上面研究的轴心受压构件和薄板的失稳现象都是在理想条件下发生的。实际的轴心受压构件和薄板并非是平直的,它们在受力之前都可能存在微小弯曲变形(称为初弯曲或几何缺陷),初始缺陷使构件和板的极限荷载 P_u 有所降低,其荷载-挠度曲线不再有分岔点,而是如图 1.2(a 和 b)中的虚线所示。但是,对于具有稳定分岔失稳性质的构件来说,初始缺陷的影响较小,对于薄板,即使有缺陷的影响,其极限荷载仍可能高于屈曲荷载。

2. 不稳定分岔失稳

还有一类结构,在屈曲后只能在远比屈曲荷载低的条件下维持平衡状态。例如承受均匀压力的圆柱壳,其荷载-挠度曲线如图 1.3(a)所示的 oAB 或 oAB' ,这属于不稳定分岔失稳,这种屈曲形式也称为有限干扰屈曲;因为在极微小的不可避免的有限干扰的作用下,圆柱壳在达到平衡分岔屈曲荷载之前,就可能由屈曲前的稳定平衡状态跳跃到非邻近的平衡状态,如图中的曲线 $oA'CB$,不经过理想的分岔点 A 。缺陷对这类结构的影响很大,使实际的极限荷载 P_u 远小于理论上的屈曲荷载 P_{cr} ,其荷载-挠度曲线如图中虚线所示。

研究这类稳定问题的目的是要探索小于屈曲荷载的安全可靠的极限荷载。

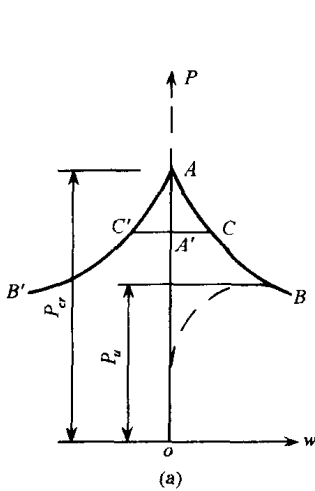


图 1.3 不稳定分岔失稳

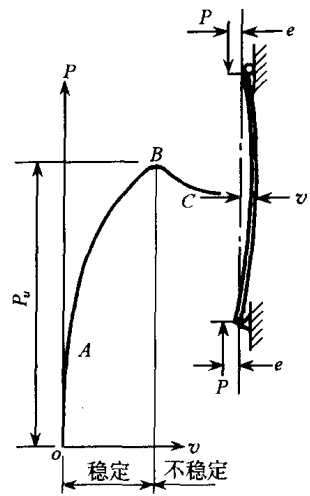


图 1.4 极值点失稳

1.1.2 极值点失稳

偏心受压构件在轴向压力作用下产生弯曲变形,其荷载-挠度曲线如图 1.4,在曲线的上升段 oAB ,构件的挠度随荷载而增加,处在稳定平衡状态,而曲线上的 A 点表示构件中点截面的边缘纤维开始屈服;荷载继续增加时由于塑性向内扩展,弯曲变形加快,图中曲线出现下降段 BC ,表示维持平衡的条件是要减小构件端部的压力,因而使构件处于不稳定平衡状态;曲线的极值点 B 标志了此偏心受压构件在弯矩作用的平面内已达到了极限状态,对应的荷载 P_u 为构件的极限荷载。由图 1.4 可知,具有极值点失稳的偏心受压构件的荷载-挠度曲线只有极值点,没有出现如理想轴心受压构件那样在同一点存在两种不同变形状态的分岔点,构件弯曲变形的性质没有改变,故此失稳称为极值点失稳,也称为第二类失稳(参看第三章 3.9 节)。

实际的轴心受压构件因为都存在初始弯曲和荷载的作用点稍稍偏离构件轴线的初始偏心,因此其荷载-挠度曲线呈现如图 1.2(a)中虚线所示的极值点失稳现象;与极值点对应的荷载 P_u 才是实际的轴心受压构件的极限荷载。极值点失稳的现象是十分普遍的,如双向受弯构件和双向弯曲压弯构件发生弹塑性弯扭失稳都属于极值点失稳。

1.1.3 跃越失稳

如图 1.5(a)所示的两端铰接较平坦的拱结构,在均布荷载 q 的作用下其挠度 w ,其荷载-挠度曲线也有稳定的上升段 oA ,但是到达曲线的最高点 A 时会突然跳跃到一个非邻近的具有很大变形的 C 点,拱结构顷刻下垂。在荷载-挠度曲线上,虚线 AB 是不稳定的, BC 段虽然是稳定的而且一直是上升的,但是因为结构已经破坏,故不能被利用。与 A 点对应的荷载 q_{cr} 是坦拱的临界荷载。这种失稳现象称为跃越失稳,它既无平衡分岔点,又无极值点,但和不稳定分岔失稳又有某些相似的现象,都在丧失稳定平衡之后又跳跃到另一个稳定平衡状态。扁壳和扁平的网壳结构也可能发生跃越失稳。图 1.5(b)是发生局部凹陷的网壳结构的点状跃越失稳,而图 1.5(c)是整体跃越失稳。带有缓坡的有侧移大跨

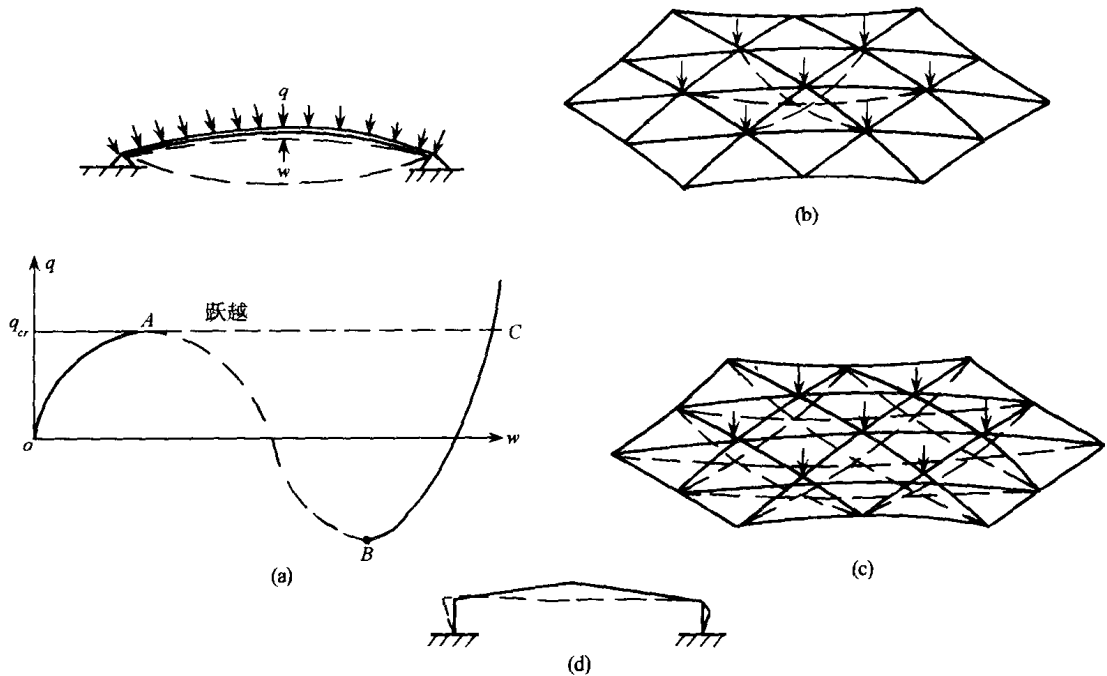


图 1.5 跃越失稳

度门式刚架,当刚架横梁的刚度很弱而侧移刚度却较强时,有可能发生如图 1.5(d)所示的跃越失稳。横梁的初始倾角即横梁的坡度对这类结构的变形影响很大,类同于有缺陷的不稳定分岔失稳。缺陷对这类结构的影响也很大。

区分结构失稳类型的性质十分重要,否则不可能正确估量结构的稳定承载力。对于具有平衡分岔失稳现象的结构,如前所述,理论上的屈曲荷载区分成三种情况,一种比较接近于实际的极限荷载,一种大于实际的极限荷载,一种远小于实际的极限荷载。大挠度理论才能揭示具有平衡分岔失稳的结构屈曲后的性能,然而用大挠度理论分析实际结构的计算过程十分复杂。从第二章轴心受压构件的大挠度弹性理论和第八章板的屈曲后强度,均可了解到分析实际问题的复杂性。为了揭示具有分岔失稳现象结构的共性,Koiter, W. T. 于 1945 年利用简单的力学模型系统地分析了分岔失稳的屈曲后性能,建立了完整的理论^[1.1.1.2]。

1.2 稳定问题的计算方法

从前面分析的几种结构的失稳现象可知,并非处在平衡状态的结构都是稳定的。为了进一步说明这一问题,可以用图 1.6 中的小钢球所处的三种不同的平衡位置来说明平衡的稳定性。图中的三个小钢球都处在平衡状态,但其稳定性却并不相同。对于图 1.6(a),当给小球微小干扰后,小球虽然暂时离开了原点,但其势能增加了,一旦撤去干扰,小球又可恢复到原点,因此这种平衡状态是稳定的;图 1.6(b)则不然,小球经干扰离开原点以后,其势能减小了,撤去干扰后小球不仅不能恢复到原来的原点,反而继续向下滚动,远离原点,因此这种平衡状态是不稳定的;图 1.6(c)的小球经干扰后离开原点,干扰撤去后停

留在新的位置,处在中性平衡状态,又称随遇平衡状态,也可以说是从稳定平衡过渡到不稳定平衡的临界状态。

对于具有分岔失稳类型结构的稳定计算,既要确定其屈曲荷载,又要明确其屈曲后平衡状态的稳定性。

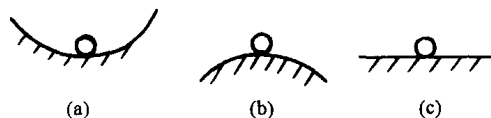


图 1.6 平衡状态的稳定性

结构稳定问题的分析方法都是针对着在外荷载作用下结构存在变形的条件下进行的,此变形应该与所研究结构或构件失稳时出现的变形相对应。首先需画清楚结构或构件的计算简图,图中应展示其变形和作用着的内外力。例如对于两端铰接的轴心受压构件的弯曲屈曲,在计算式中应计入轴心压力对弯曲变形产生的弯矩,求解构件的弯曲屈曲荷载。而对于两端固定的轴心受压构件,在求解弯曲屈曲荷载时,不仅要计入上述弯矩,还要考虑弯曲变形在构件端部受到约束而产生的固端弯矩。又例如对于轴心受压构件的扭转屈曲,应针对构件有扭转变形作用于构件中的扭矩而后求解其扭转屈曲荷载。构件失稳时产生的变形可能受到与其相连接构件约束的影响,有时甚至还可能与整个结构的变形有关,因此需要着眼于整个结构来分析稳定问题。由于所研究的结构变形与荷载之间呈非线性关系,因此稳定计算属于几何非线性问题,采用的是二阶分析的方法。这种分析方法与普通结构力学中的内力计算不同。对于静定结构,内力计算与结构的变形无关,属于一阶分析;对于超静定结构,虽然在确定其中赘余力的过程中要计及结构变形协调,但是在已经确定了赘余力之后,是在原来未变形结构的基础上计算各部分的内力的,没有再考虑结构的变形,因此又回复到了一阶分析的方法。计算所得内力,如拉力、压力、切力或弯矩都是结构的荷载效应。稳定计算将涉及构件或结构的一系列初始条件,如结构体系、构件的几何长度、连接条件、截面的组成、形状、尺寸和残余应力分布,以及钢材性能和外荷载作用等。稳定计算所给出的,不论是屈曲荷载还是极限荷载,都标志着所计算构件或结构的稳定承载力。钢结构设计如果不符合稳定承载力要求,有可能由于个别构件丧失稳定性而导致整个结构塌落,如在引言中所列举的几起重大的钢结构失稳事故就是如此。

稳定问题的计算方法有以下三种:

1. 平衡法

中性平衡法或静力平衡法,简称平衡法,是求解结构稳定极限荷载的最基本的方法。对于有平衡分岔点的弹性稳定问题,在分岔点存在着两个极为邻近的平衡状态,一个是原结构的平衡状态,一个是已经有了微小变形的结构的平衡状态。平衡法是根据已产生了微小变形后结构的受力条件建立平衡方程而后求解的。如果得到的符合平衡方程的解有不止一个,那么其中具有最小值的一个才是该结构的分岔屈曲荷载。平衡法只能求解屈曲荷载,但不能判断结构平衡状态的稳定性。尽管如此,由于常常只需要得到结构的屈曲荷载,所以经常采用平衡法。在许多情况下,采用平衡法可以获得精确解。

2. 能量法

如果结构承受着保守力,可以根据有了变形的结构的受力条件建立总的势能,总的势能是结构的应变能和外力势能两项之和。如果结构处在平衡状态,那么总势能必有驻值。

根据势能驻值原理,先由总势能对于位移的一阶变分为零,可得到平衡方程,再由平衡方程求解分岔屈曲荷载。按照小变形理论,能量法一般只能获得屈曲荷载的近似解;但是,如果事先能够了解屈曲后的变形形式,采用此变形形式作计算可以得到精确解。能量法用于大挠度理论分析,可以判断屈曲后的平衡是否稳定。对于图 1.6 中三个均处于平衡状态的小刚球,当有微小干扰时其势能有变化,在平衡位置势能对位移的一阶微分都是零。但是图 1.6(a)的势能具有最小值,它的二阶微分是正值,平衡状态是稳定的。稳定平衡时总势能最小的原理称为最小势能原理。图 1.6(b)的势能具有最大值,它的二阶微分是负值,平衡状态是不稳定的。图 1.6(c)的二阶微分仍为零,属于中性平衡。这就是说,用总势能驻值原理可以求解屈曲荷载,而用总势能最小原理可以判断屈曲后平衡的稳定性。能量法作为稳定计算的近似分析方法,还将在第五章论述。

3. 动力法

处于平衡状态的结构体系,如果施加微小干扰使其发生振动,这时结构的变形和振动加速度都和已经作用在结构上的荷载有关。当荷载小于稳定的极限值时,加速度和变形的方向相反,因此干扰撤去以后,运动趋于静止,结构的平衡状态是稳定的;当荷载大于极限值时,加速度和变形的方向相同,即使将干扰撤去,运动仍是发散的,因此结构的平衡状态是不稳定的;临界状态的荷载即为结构的屈曲荷载,可由结构振动频率为零的条件解得。动力法属于结构动力稳定问题,不包括在本书的研究范围内。

在平衡法和能量法的运算过程中,有用解析法求解的,也有用数值法求解的。利用计算机技术的数值法已成为近代研究结构稳定问题的一种基本方法。下面用平衡法和能量法研究几种有代表性的力学模型,并分析其弹性稳定问题。

1.3 完善力学模型的稳定分析

力学模型分析的重要目的是概括出平衡分岔失稳问题的性质和了解平衡法和能量法的计算方法。完善的力学模型是指理想的、没有初始缺陷的力学模型。

1.3.1 弹簧铰悬臂刚压杆——稳定分岔失稳类型

图 1.7(a)为一在下端具有弹簧铰的单自由度悬臂刚性杆,抗弯的弹簧常数为 r (单位转角所需的力矩),杆的长度为 l ,上端作用有铅垂压力 P 。

如果按照一阶分析,不计转角变形,那么根据力的平衡条件,只能得到杆所承受的压力为 P ,无法确定此压力达到多大值时杆将失稳,稳定问题必须按照二阶分析的方法研究。

1. 平衡法

图 1.7(b)是按照杆已存在微小转角 θ 的条件画出的计算简图,以此图建立平衡方程。杆的顶端荷载 P 对下端 A 点产生力矩 $P\Delta$,而 $\Delta = l\sin\theta$,当 θ 很小时, $\sin\theta = \theta$,弹簧铰产生的抵抗力矩为 $M_0 = r\theta$ 。这样,

$$Pl\sin\theta - r\theta = (Pl - r)\theta = 0 \quad (1.1)$$