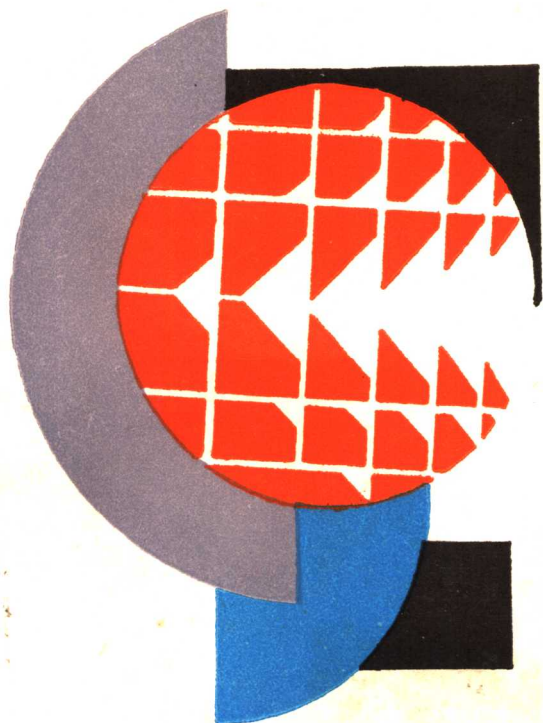




ZHONGXUESHENGKEWAIDUWU



王海编著

提高运用数学 解决物理问题的能力

湖南教育出版社

7
9

王海编著

提高运用数学解决物理问题的能力

湖南教育出版社

G633.7
W229



前 言

当前中学的物理教学中存在着一种倾向，往往把培养学生运用数学解决物理问题的能力单纯地理解成解题能力，而训练和提高解题能力又着眼于应付高考。于是数量多、难度大的习题与频繁而多样的模拟考试等，占去学生（特别是毕业班学生）学习物理的大量时间，似乎学习物理就是解题。应运而生的各种习题集、习题解答、复习资料之类的应考书，充斥书市。书山题海，大有压倒和吞没中学物理教学之势。诚然，解题能力是学生必须具备的基本功之一，但绝不能把“运用数学解决物理问题的能力”片面理解为“解题能力”。近几年来，通过教师们辛勤教学，学生的解题能力有很大提高。高考分数也在逐年提高，但高等院校却普遍反映有一部分进入大学的学生解决问题的能力较差，学习后劲不足，产生这种反常的现象难道不发人深省么？

本书希望引导中学生从更高的角度来了解物理与数学之间的密切联系，对中学物理教学大纲提出的培养运用数学解决物理问题的能力有全面的正确的理解，从而自觉地提高这种能力，并引起中学物理教师、数学教师对培养学生这种能力给予关

注。根据寓培养能力于学习知识的全过程中的原则，在编写时要求尽可能把中学物理有关概念、规律的分析、概括、推理、计算等与初等数学知识协调起来，在物理与数学这两门课程之间架起一座互通往来的桥梁。同时把有关的物理学史、科学家的事迹饶有趣味地穿插进来，提高学习兴趣，扩大知识面。从大面积提高中学物理教育质量着眼，向中学生提供这样的读物是符合当前教育改革的要求，切合中学生的需要。

本书前面两章是从总体上阐明作为两门自然学科的物理与数学，以及作为中学的两门基础课程物理与数学之间有着密切的联系。后面五章则根据不同的有关问题，加强物理与数学的横向联系，把着重点放在物理概念、物理过程和数学方法的剖析上，使“数”与“理”揉合，达到启迪思维，培养能力的目的。关于物理解题的基本思维方法、列方程所依据的等量关系、初等数学在解题中的具体运用等都结合实例分析，与基础知识相呼应。为了适合中学生阅读，本书想写得明白晓畅，趣味性浓一点。只是限于作者的水平，未能很好地体现出本书的编写意图，是深感抱歉的。不妥之处诚恳地请读者批评指正。最后，谨以这本小册子来纪念已故的杨琦同志！

作 者

1986年6月

目 录

第一章 物理学与数学的关系	(1)
一、数学是创立和发展物理学理论的重要工具	(2)
亚里士多德与伽利略关于运动与力的论战	(2)
伽利略研究自由落体的方法	(6)
数学导致物理学建立新理论和发现新规律	(8)
二、物理学为数学提供现实模型,促进数学的发展	(11)
导数与微分法的产生	(11)
物理学与数学比翼齐飞	(14)
第二章 数学在中学物理中的作用	(15)
一、用数学的抽象和概括来定义物理概念或表述 物理规律	(15)
用比值定义物理量	(16)
用数学式来表述物理规律	(19)
二、借助数学,从已知的物理理论出发,通过逻辑 推理,导出或预见某些物理现象、规律	(21)
力的空间和时间的积累效应	(21)
掌握知识的内在联系,形成知识网络	(24)
三、借助函数及其图象来研究物理规律	(27)
感生电动势的变化规律	(27)
图象是研究物理规律的重要工具	(29)

四、利用数学来解物理计算题.....(31)

科学的思维和清晰的解题思路.....(32)

开阔思路,一题多解.....(35)

五、简短的小结——正确全面地理解运用数学解决物
理问题的能力.....(41)

第三章 中学物理数理分析.....(43)

一、物理量的量度和单位.....(43)

单位制的一般概念.....(43)

国际单位制.....(45)

中学物理课本中的国际制单位.....(48)

量纲.....(49)

二、科学记数法 数量级.....(51)

指数的应用——10的乘方.....(51)

数量级的概念.....(53)

三、物理中的正负数.....(55)

正功、负功的物理意义.....(55)

用正负号表示物理量的方向.....(59)

用正负号表示物理量的相对性.....(60)

四、比例常数和物理常数.....(63)

正比与反比.....(63)

比例常数的物理意义.....(66)

比例常数与单位选择有关.....(67)

物理常数的重要意义.....(70)

第四章 提高解物理题的能力.....(73)

一、解物理题的一般步骤.....(73)

审题.....	(73)
布列方程.....	(75)
选择单位, 正确计算.....	(76)
检验与讨论.....	(77)
二、解物理题的基本思维方法	(77)
分析法.....	(78)
综合法.....	(78)
三、列方程所依据的等量关系	(86)
从物理过程的条件或特征找等量关系	(87)
从两个物理过程的关连点定等量关系	(93)
从物理变化过程中的不变量定等量关系	(96)
四、力学中的解题法——隔离法.....	(101)
隔离法的理论依据	(102)
什么是隔离法	(104)
第五章 中学物理中的矢量	(111)
一、矢量的基本知识	(111)
矢量的合成法则	(112)
矢量的分量	(118)
矢量、标量的形成方式	(120)
二、正交分解法及其应用	(121)
力的正交分解法	(121)
正交分解法在解题中的应用	(123)
三、速度的合成、分解及其应用.....	(132)
静止和运动的相对性	(132)
运动的合成	(134)

平抛运动的规律	(141)
斜抛运动的规律	(143)
第六章 初等数学在解物理题中的应用	(156)
一、算术在解物理题中的应用	(157)
算术法解题	(157)
比和比例的应用	(159)
百分数的应用	(169)
二、代数知识在解物理题中的应用	(170)
函数和图象的应用	(171)
方程式解的物理意义	(182)
极值和不等式的应用	(190)
三、三角、几何知识在解物理题中的应用	(198)
第七章 误差和近似计算	(204)
一、测量的基础知识	(204)
准确值和近似值	(204)
误差的性质和来源	(205)
准确度和平均值	(206)
绝对误差和相对误差	(208)
二、有效数字和近似计算	(209)
有效数字的意义和确定	(209)
近似计算的规则	(213)
三、物理量的平均值	(216)
平均的数学涵义	(216)
几何平均和加权平均	(222)

第一章 物理学与数学的关系

物理学是研究物质的最普遍的运动形式和物质的基本结构的基础科学,在工农业生产和国防事业中有广泛的应用,对发展现代科学技术有重要的作用。而数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学,是学习和研究现代科学技术必不可少的基础知识和基本工具。基于这两门基础学科都是用于探索和研究自然规律,并在实践中应用这些规律,它们之间有着十分紧密的联系。数学——作为表达物理概念与规律最准确、精炼、概括的语言,是研究物理学必需的工具。物理——作为提供现实模型和新课题的重要源泉,也推动了数学的变革和发展。在中学阶段学好数学基础知识,培养正确迅速的运算能力、一定的逻辑思维能力和空间想象力,是观察物理现象和分析解决物理问题的必要前提。现行中学物理教学大纲明确指出:“要培养学生的实验技能、思维能力和运用数学解决物理问题的能力”。因此,中学生和知识青年切实了解物理与数学的关系,正确认识数学在物理中的作用,并在物理与数学之间架起一座互相通往的桥梁,从而提高运用数学知识来解决物理问题的能力,就是十分必要的了。

一、数学是创立和发展物理学 理论的重要工具

亚里士多德与伽利略关于运动与力的论战

有一句很古老的格言：“不懂得运动就是不懂得自然界”。世界充满了运动着的物体，小到原子、基本粒子，大到天体的星系都在不停地运动着。怎样去描述物体的运动？物体运动的规律如何？为什么物体会作这样或那样的运动？早在公元前五百年前，人们就已开始观察和思索这些问题了。我们现在从物理学的力学中学到的有关运动和力的基础知识是伽利略（1564—1642）和牛顿（1642—1727）建立的。简要地回顾一下经典力学建立的有关历史，对了解数学研究方法推动物理学的发展是有趣和有益的。

直觉的经验很容易使人们认为运动是与推、提、拉等作用相联系的。比如一辆静止不动的车，要改变它的位置必须有人去推它或由其他物体如马、机车去拉它。又如四匹马拉一辆车比两匹马拉一辆车走得快些。似乎是物体运动需要用力作用，而且物体运动得愈快，作用于它的力就愈大。希腊哲学家亚里士多德（公元前384—322）正是从直接的、定性的观察得出结论：“必须有力的作用，物体才能运动，没有力的作用，物体就要静止下来。”“地面上轻重不同的物体下落的快慢不同，重的物体落得快些。”等等。由于亚里士多德当时在欧洲享有很高的威望，特别是他的观点符合宗教的需要，直到十六世纪之前，亚

里士多德的观点在人们头脑里居于统治地位。但是亚里士多德仅凭直觉经验的推理方法是不科学的，它导致对运动和力的虚假观念，而且持续的时间长达几个世纪，严重阻滞了物理学的进展。

1638年意大利物理学家伽利略，出版有名的《两种新科学的对话》这本著作，以代表亚里士多德观点的人为一方，代表伽利略观点的人为另一方，通过针锋相对而又生动风趣的对话论战，从而阐明运动与力的新观点。他写道，如果亚里士多德的重物下落较快，轻物下落较慢的论断成立，那么将一轻一重的两个物体拴在一起下落，“快的会由于慢的拖着而减速，慢的会由于快的拖着而加速”，因而拴在一起的两个物体的下落速率将比原来那个重物的下落速率要小些。可是拴在一起的两个物体比原来那个重物更重。显然，从重物比轻物下落快却导出重物下落得更慢的自相矛盾的结论！这就暴露出亚里士多德观点有破绽。

离弦的箭，不再受到弹力，但箭不是立即掉到地面，而是继续飞行较远的一段距离。脱离枪口的子弹，虽然不再受火药爆炸力的作用，却仍然保持很快的速度向前飞去，正如在光滑平路上推一辆小车，突然取消推力，小车并不立刻停下来，还要继续前进一段路。这些事实，亚里士多德的观点也无法解释。

让我们回到人推小车这个事例，可以设想，假定路面非常平整、光滑，又在车轴上涂上润滑油，那停止推车后，小车可以继续走得很远。把路修平整，可减小重力对小车的影响；路面光滑、车轴涂油，可减小摩擦力对小车的影响。当路面绝对平

整光滑，轮子与地面毫无摩擦时，不就没有甚么外来影响阻止小车，它岂不是永远按一定的速度运动下去了么？

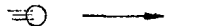
伽利略多次观察和研究物体沿斜面的运动，注意到以一定速度运动的物体，当它沿斜面向下时，它的速度将越来越大；当它沿斜面向上时，它的速度将越来越小，这都是重力所引起的。由此他推论出，如果物体既不向下，也不向上，那么物体的速度将保持不变。他的理想实验装置是一个光滑的斜面，上面的小球总要滑下来。斜面倾角越小（即斜面长度越长），重力对



斜坡向下，运动向下，
速率增加。



斜坡向上，运动向上，
速率减小。



没有斜坡，速率会变
化么？

图1—1

小球沿斜面的拉力越小，当斜面倾角为零时（即水平，这时斜面长度达到无限长），重力对小球的水平拉力为零。只要斜面非常光滑，在斜面上的小球总是能下滑的。小球滑动后，将斜面放平（倾角为零），这时小球虽不受任何拉力，却可能走得无限远！或者说，小球可以永恒地运动而无须任何外界的作用。现在我们用近代的实验设备几乎可以实现伽利略关于没有力的运动的理想实验。

现在我们可以把关于运动和力的两种观点对照如下：

亚里士多德从直觉的经验推论得出，对物体的作用力愈大，物体运动的速度愈大；因此速度本身与有无外力作用于物

体之上相关连。

伽利略从观察、实验的推理发现，一个物体不去推它、拉它，也不用其他方法作用于它，此物体将沿一直线永远以同样速度运动下去。因此，速度本身是与有无外力作用于物体无关的。



牛顿

伽利略

图1—2

伟大的物理学家牛顿，在总结伽利略等人的研究的基础上，概括出重要的惯性定律、运动定律。经典力学正是以牛顿的运动三定律作为支柱，极大地推动了经典物理学的发展。而伽利略观察在有限空间与时间范围内的实验，加以推论，想象地延伸到无限空间与时间范围，获得深刻反映自然规律的正确理论，纠正多年占统治地位的错误的亚里士多德的观点，这是把实验（事实）和思维结合起来研究问题，透过表面现象洞察事物本质的光辉典范！

伽利略研究自由落体的方法

惯性定律告诉我们，在没有力的作用下，物体以不变的速度运动，如果物体的速度(包括大小、方向)发生变化，就一定有力作用于物体上，因此力是与速度的变化相联系的。

原来静止的小石块从高处向下掉，由于重力的作用，石块越落越快，是在加速。这里我们似乎是指：“石块下落所经历的路程越长，速度愈快。”也可以指：“石块下落所经历的时间愈久，速度愈快。”这两种表述方式，哪一种用来描述落体运动更有用呢？伽利略选取了假定速度的增量 Δv 所经历的时间 Δt 成正比的运动规律来研究自由落体运动。

我们想验证下落物体速度的增量 Δv 与下落的时间 Δt 是否成正比，或者说 Δv 与 Δt 的比值是不是一个常量。那么在每次实验中必须观测下落的时间和物体刚要接近地面前那一瞬间的速度。实际上这一瞬间的速度是很难直接测定的。此外，物体从十层高楼顶端落到地面也用不了三秒钟，伽利略时代还没有测定这样短时间的钟。显然，直接从实验数据来验证 Δv 与 Δt 的比值是不是常量，在当时遇到难以克服的困难。

于是伽利略转向数学，期望根据他的假设用数学推导出其它可利用当时仪器直接测定的物理量的关系式。他推断，任何一个量，如果它是均匀变化的，那么它的平均值恰好在初值和末值的正中间。设自由落体是从静止($v_0 = 0$)开始作匀加速运动，末速度为 v_t ，其平均速度 $\bar{v} = \frac{1}{2}v_t$ 。经历 Δt 时间后，重物下落的距离 $\Delta d = \bar{v}t = \frac{1}{2}v_t\Delta t$ ，因 $\frac{\Delta v}{\Delta t} = a = \text{常量}$ ，有 $\Delta v = a \cdot \Delta t = v_t$ 。

$-v_0$ ，即 $v_t = a \cdot \Delta t$ ，代入 Δd 的式子里得： $\Delta d = \frac{1}{2}(a \cdot \Delta t) \Delta t$ ；

$$\Delta d = \frac{1}{2} a (\Delta t)^2. \text{ 或者 } \frac{d}{t^2} = a = \text{常量}.$$

这就是伽利略所寻求的关系式——它把总距离与总时间联系起来，根本不涉及瞬时速度。需要指明， $\frac{d}{t^2} = \text{常量}$ 这个表达式仅运用于运动从静止 ($v_0 = 0$) 开始，速度的变化率 $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ (即加速度 a) 是均匀的 ($a = \text{常量}$)，时间和距离都从起点测量的这种特殊情况。

为克服重物自由下落时间太短的困难，伽利略设计了倾斜平面的装置，把物体在一定高度下自由下落的时间“放大”，使得在当时条件下可以测量。他在一块长约11米的木板上刻上凹槽，上面铺上光滑的羊皮纸，构成一个可以改变倾角的斜面，然后让一个光滑的铜球沿凹槽滑下，小球经过的路程可用尺量出来。他还使用一种“水钟”来测时间，一个在桶底打了小洞的桶，把洞塞上后，将桶灌满水。当球刚开始沿凹槽运动时，将塞拔开，球通过预定的距离后，立即将小洞塞住，流出来的水盛在一个容器内，用称重的办法确定流入容器中的水量。如果洞很小，就可以认为流出的水的重量是与时间成正比的，由流出水的重量可以确定时间。他认为一个光滑的球在一个光滑的斜面上滑下，其加速度虽小，但仍应是一个常量。他在不同情况下，对斜面实验做了上百次测定，结果是：

(1) 当倾角一定时，球下滑的距离 s 与所经历的时间 t 的平

方之比为一常数。即 $\frac{s_1}{t_1^2} = \frac{s_2}{t_2^2} = \frac{s_3}{t_3^2}$ 。

(2) 改变斜面的倾角, s/t^2 的值也随之改变。在测定了一些较小倾角的 s/t^2 的值后, 伽利略用外推法认为, 对于大的倾角, s/t^2 的值为一直数的论断仍然正确。当倾角为 90° , 物体作自由下落, 这个论断也将成立 (他没有得出这个数值)*。由此, 他得到自由落体是匀加速运动的结论。

(3) 用重量不同的物体沿相同倾角的斜面滑下, 发现它们的加速度相等。这就否定了亚里士多德关于轻重不同的物体以不同的速度下落的论点。

伽利略将力学实验与数学分析方法结合起来, 成功地描述了自由落体运动规律。可以把他的研究方法这样概括: 即先进行观察, 在观察基础上提出假设, 再结合逻辑的论证和数学推导, 用数学式表达出来, 最后用实验加以验证, 并对假说进行修正。伽利略关于理想实验的新思想, 对后人产生了巨大而深刻的影响, 人们称他是近代实验科学和近代科学方法论的奠基者。伽利略自己也意识到观察、逻辑论证、数学与实验相结合的方法的价值。他写道: “我们可以说, 这是第一次为新的方法打开了大门, 这将带来大量奇妙成果的新方法, 在未来的年代里会搏得许多人的重视。”

数学导致物理学建立新理论和发现新规律

伽利略发现惯性原理和自由落体运动规律只是应用数学方法结合实验, 是使物理学研究有所突破的事例之一。即使在经典

* 大致相当于重力加速度的值 $g = 9.8 \text{ 米/秒}^2$ 的数值最先是由惠更斯得到的。

物理阶段，科学工作者也必须掌握充足的数学工具，并能熟练运用它，才能科学地整理实验所观测的数据，找出数量间的联系，以使用最简洁的数学形式表现丰富的物理内容。天文学家开普勒运用数学总结出著名的行星运动第一定律。他用自己的计算结果同观测到的火星的材料对照，发现了8弧分的误差，正是这一误差使他突破了行星轨道是圆的传统观念。随后又进行大量烦琐的计算和观测，才总结出火星运行轨道是椭圆，太阳位于椭圆的一个焦点上。牛顿在开普勒定律的基础上，用数学方法导出了万有引力定律，它揭示了支配天体运动的规律，创立了将天体运动和地面物体的运动统一起来的理论，对以后物理学和天文学的发展有很大影响。海王星的发现是万有引力定律应用的最精彩的事例。1781年发现了天王星之后，曾经有人推测，认为还有一个当时未发现的行星，它对天王星的作用使天王星的实际轨道跟理论计算出的轨道不一致。英国科学家阿丹斯和法国科学家列维里叶，根据这种想法利用万有引力定律来计算这个当时还不知道的新行星的位置。列维里叶完成了计算，把可以找到新行星的位置告诉了德国天文学家加勒，加勒在得知的当天晚上——1846年9月23日，就在距列维里叶指出的位置半度多的地方发现了这个行星，命名为海王星。用同样的方法在1930年3月14日又发现了海王星以外的冥王星。这不仅有力地支持和证实了万有引力定律，而且成为理论指导科学实践的极精彩的范例。巴黎天文台台长阿拉果说：“列维里叶发现这个新天体，却没有朝天空望过一下，他在他的笔尖下便看见这颗行星了”。