

工 專 用 書

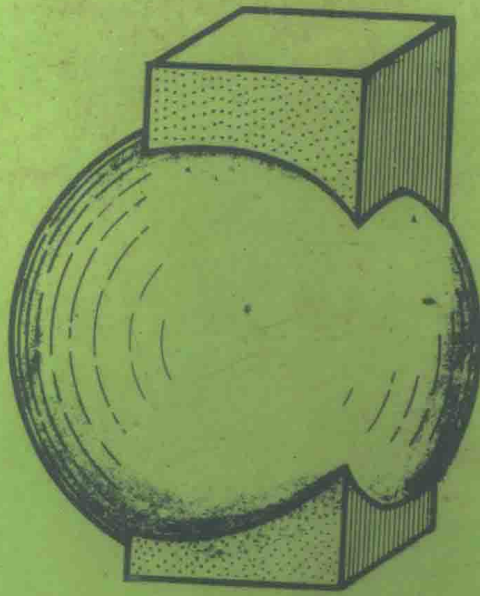
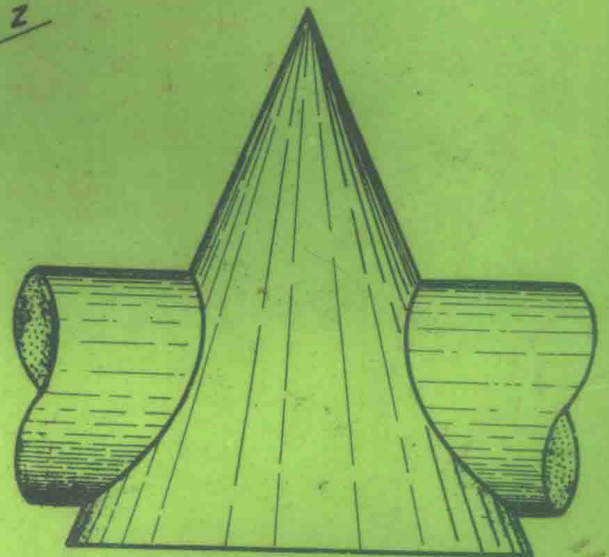
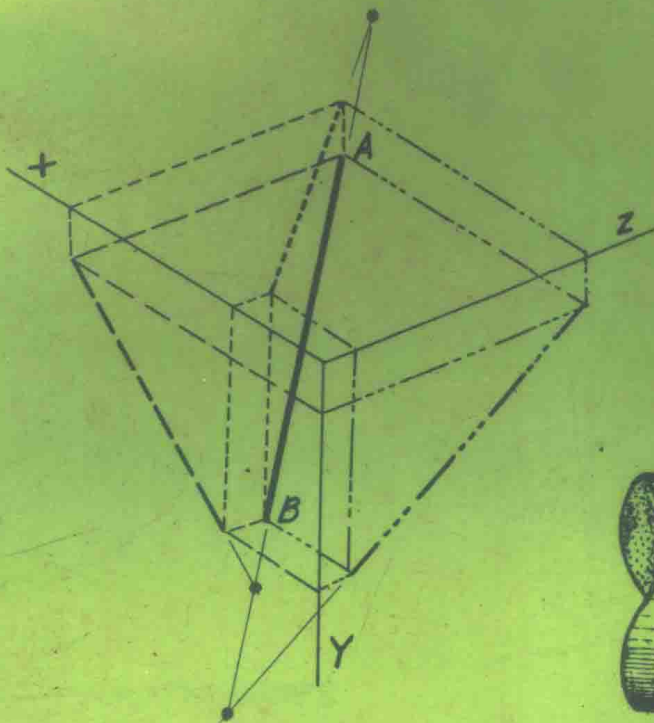


圖 學 範 本

第 三 冊

(投影幾何概要)

馬 治 平 編 著



中華民國五十七年十一月初版

工專圖學範本（全四冊）

第三冊

基本定價 壹元整

編製者 馬治平

發行人 吳開先

內政部登記證內版臺業字第〇一八八號

出版者・印刷者・發行所

世界書局

台北市重慶南路一段九十九號

圖學範本第三冊

投影及展開畫法

目 錄

一、概論	1
二、座標	1
2 • 1 座標與投影平面	1
2 • 2 座標之應用	2
2 • 3 正投影工程畫之象限	2
三、點	3
3 • 1 點之投影	3
3 • 2 點之位置	3
3 • 3 點之座標	7
習題	
四、線	9
4 • 1 線之投影	9
4 • 2 向量圖	10
4 • 3 求線之真長、傾角、及在平面上之穿點	10
五、角之投影	13
六、空間曲線	14
七、平面	14
7 • 1 面之投影	14
7 • 1 • 1 平行於投影面	14
7 • 1 • 2 斜面	15
7 • 1 • 3 偏斜面	15
7 • 2 已知平面之跡，求此平面與兩投影面之傾角	16
7 • 3 已知相交兩直線之投影求包含此二直線之平面之兩跡	18
7 • 4 相切面	20
7 • 5 平面相交	20
7 • 6 求兩平面之交線及其投影	20
7 • 7 翹曲面	21

7 • 7 • 1	雙曲拋物面	21
7 • 7 • 2	雙曲線體	21
7 • 7 • 3	正螺旋面	22
八、	相交及展開	24
8 • 1	正圓柱體之展開	25
8 • 2	斜圓柱體之展開	25
8 • 3	兩端爲斜面之圓柱體之展開	25
8 • 4	正圓錐之展開	26
8 • 5	斜圓錐之展開	26
8 • 6	截頭錐之展開	26
8 • 7	球面之展開	26
8 • 8	截稜柱之展開	29
8 • 9	截稜錐之展開	33
8 • 10	圓柱體相貫穿之展開	33
8 • 11	圓柱體相斜接	36
8 • 12	相貫稜柱體之展開	36
8 • 13	圓柱與圓錐相交之展開	36
8 • 14	球形與正方柱相貫求其交切線	40
8 • 15	連接圓管與短形管之變形接頭	40
	習題	
九、	正投影速繪方法	44
	習題	
十、	不等角草圖速繪方法	47
	習題	

一、概論

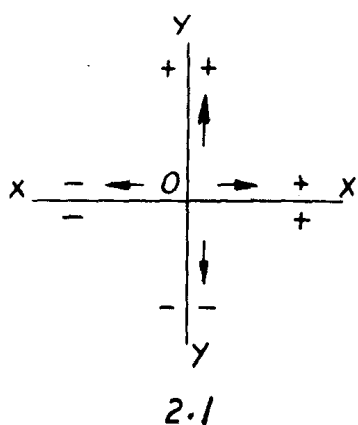
設計、製圖及施工人員，對於工程之內部構造及外表型態等之空間定位問題，慣用圖解法繪示，製圖者得以藉座標投影原理，將結構物在三度空間之構型，展示於平面圖上。結構物圖形有時甚為複雜，但仍可運用點、線、平面、曲面及立體等幾何原理，予以分析投影，然後展開為平面圖形。討論點、線、面、體等空間關係之科學，謂之投影幾何，其主要效用如下：

- 確定點之投影位置。
- 確定線段之真長。
- 確定面之稜邊。
- 確定平面圖形之真實尺寸。

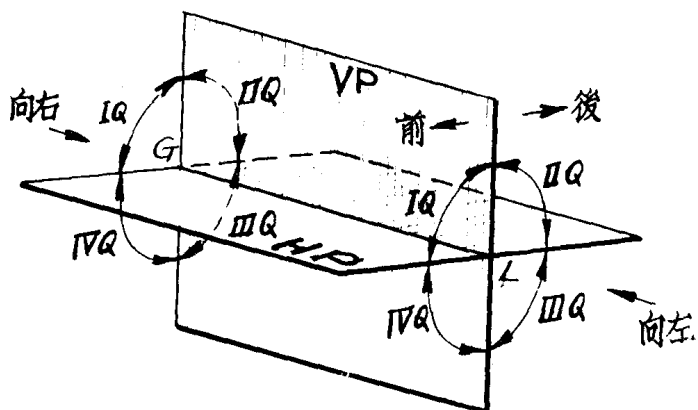
投影幾何既是座標平面投影之應用，故亦自座標之認識與運用為始，依次討論點、線、面、體諸問題。

二、座標

2-1 座標與投影平面 平面座標為縱橫二直線互相正交，劃分平面為四部份，每部份稱為象限，見第 2.1 圖，以 0 為基準，水平方向為 X 軸，垂直方向為 Y 軸，向上及向右記以正號，向下及向左記以負號。



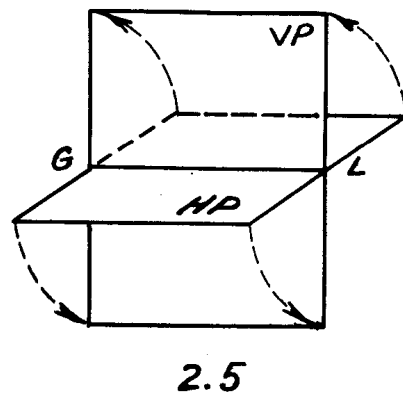
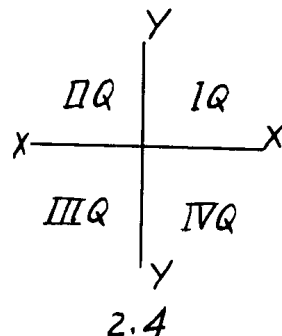
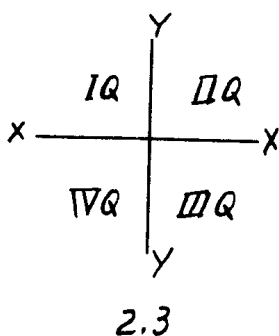
2.1



2.2

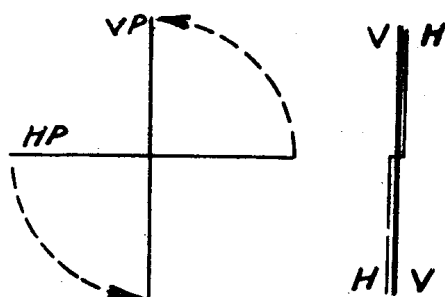
今包含 $X-X$ 軸繪一水平面，以 H 表之，包含 $Y-Y$ 軸繪一直立面，以 V 表之，兩面相正交成爲投影平面，將空間劃分爲四部份，交線稱爲基線 (Ground Line)，簡寫 GL ，見第 2.2 圖，以水平面爲界，分空間爲上下兩部份，又以直立面爲界，分空間爲前後兩部份。對於投影面之觀測，永遠由上向下看，自前向後看，不予變更。至於左右方向則向左或向右看均可。由 H 平面與 V 平面構成之座標，各部份依次稱爲第一象限 (Quadrant)，以 $I Q$ 表之，第二、三、四象限，分別以 $II Q$ ， $III Q$ 及 $IV Q$ 表之。

自右向左看時，象限順序如第 2.3 圖，自左向右看時，象限順序如第 2.4 圖，係將第 2.2 圖按正投影之原理予以展開，第 2.3 圖爲右側視圖，第 2.4 圖爲左側視圖。

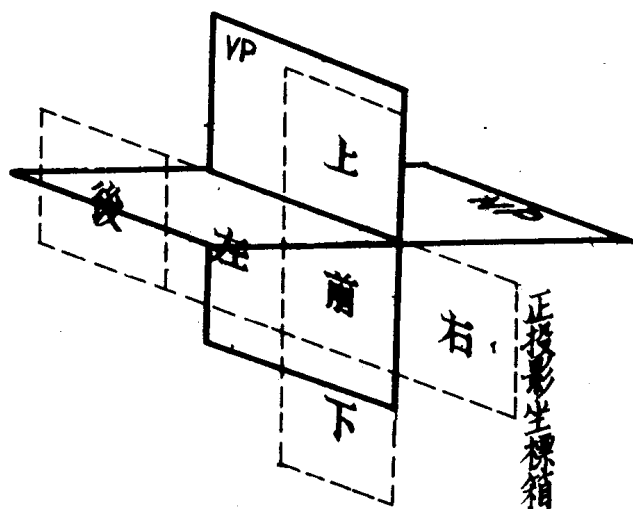


2-2 座標之應用 物體或空間之點可置於座標圖中之任何象限，求得其水平及直立投影形狀後，若仍以立體圖形表示，將甚爲繁複而不合實用，故製圖時將 H 平面以 GL 爲軸予以旋轉，使前方之 H 面向下轉 90° ，後方之 H 面向上轉 90° ，見第 2.5 圖，其目的在求 H 與 V 能置於同一平面，以利繪圖，投影幾何之功用亦在於此。

2-3 正投影工程畫之象限 投影平面按第 2.5 圖規定旋轉後，在 GL 以上部份爲 V 在 H 之前， GL 以下部份爲 V 在 H 之後相重合，見第 2.6 圖， H 與 V 平面之投影亦必重合，其結果對於點與線之單獨研究尙能適用，對於工程畫則爲雙投影相疊，難以判讀。爲避免此項缺點，工程畫之正投影以置於第三象限較爲便利，見第 2.7 圖所示，正投影製圖並不跨越象限，以免趨於複雜。



2.6



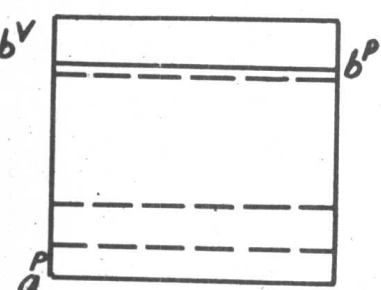
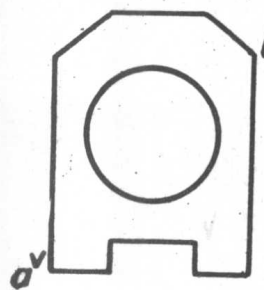
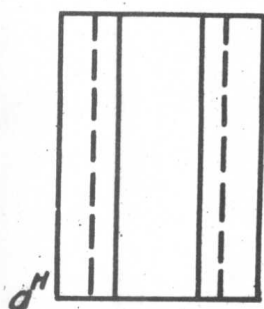
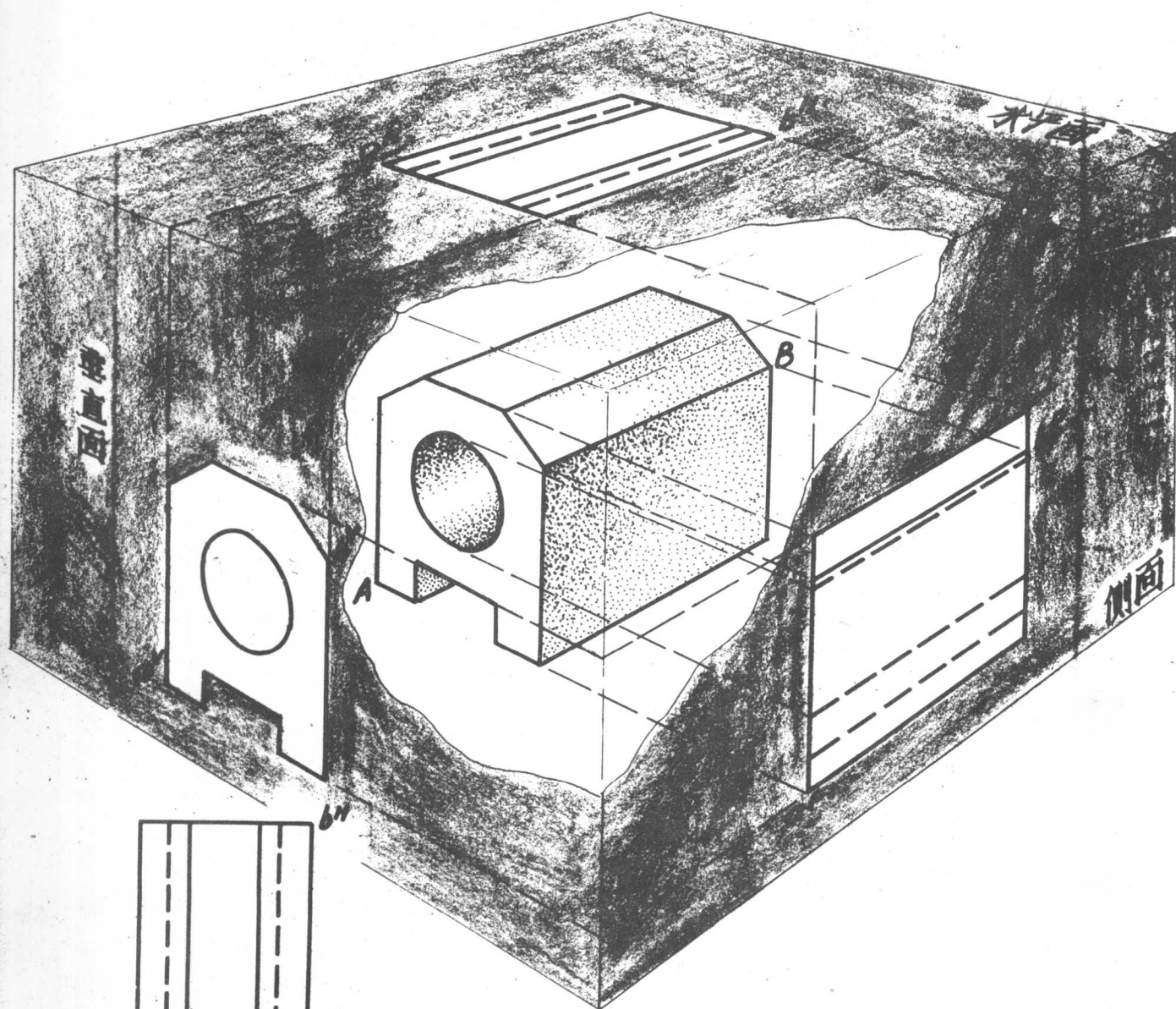
2.7

三、點

討論之前，對於“點”之性質需先有所認識，“點”無尺寸，無方向，僅用於表明空間的某一位置，例如確定稜角或兩線相交之位置等。

3-1 “點”之投影 “點”之投影仍為點，欲表明其位置，採用三度空間坐標法。其原理見第 3.1 圖，設置一物件於投影箱內，在正前面（Vertical Plane）投影視圖各點編號之右肩上加一“V”字，如 a^v ， b^v ，頂面（Horizontal Plane）各點編號之右肩上加一“H”字母，如 a^h ， b^h 。側面（Profile Plane）各點編號右肩上加一“P”字，如 a^p ， b^p 等。按照“V”，“H”，及“P”等符號，易於區別視圖之各面。

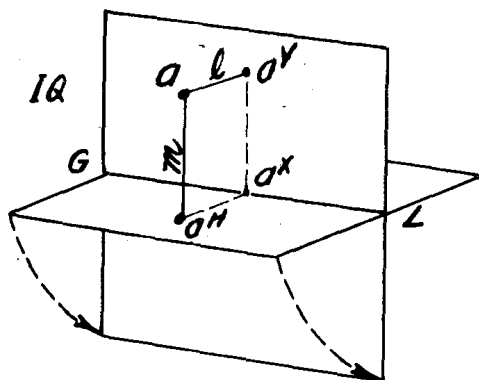
3-2 點之位置 研究點之位置時，空間範圍不限於某一象限，而係以 GL 線上之某一定點為基準，距該點左右前後上下三方向尺寸表示一點之位置。定



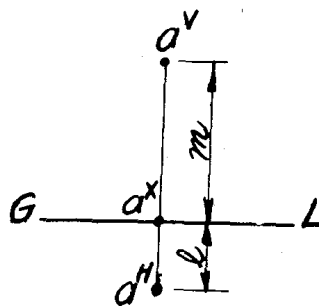
3.1

點稱為原點 (Origin)，在原點之左或右通常假定為已知，暫不攷慮，僅就前後上下等問題予以討論，點之位置計有下述九種情形：

3.2.1 若 a 點在 IQ ，距 V 平面為 l ，距 H 平面為 m ，見第 3.2 圖，將 H 平面旋轉後，得 a 之投影如第 3.3 圖。

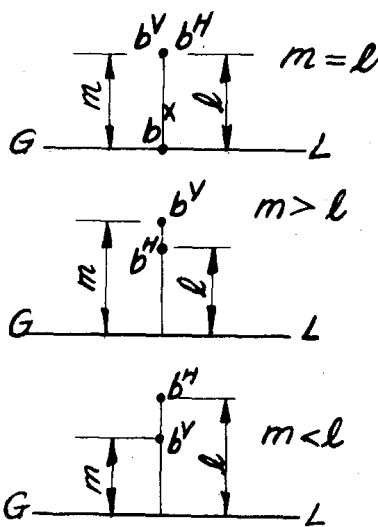
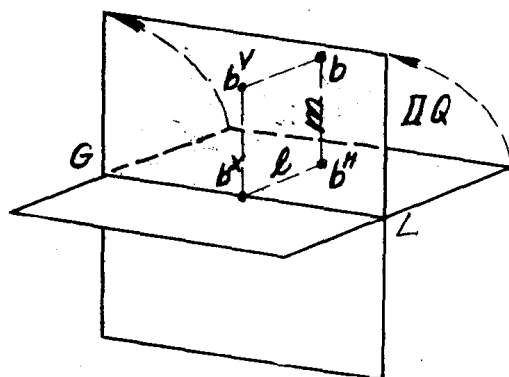


3.2



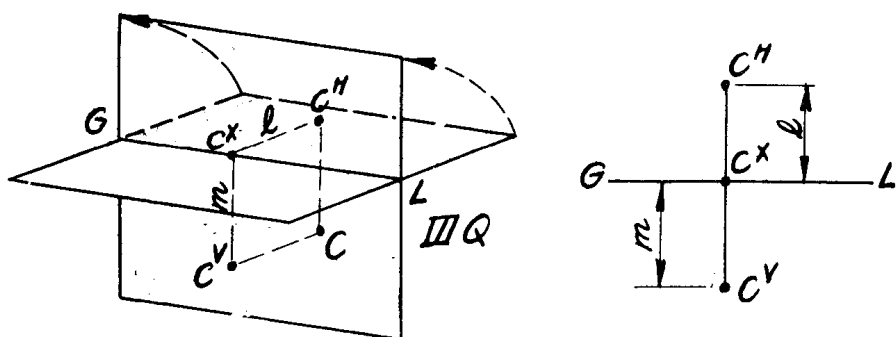
3.3

3.2.2 若 b 點在 IIQ ，其投影如第 3.4 圖。

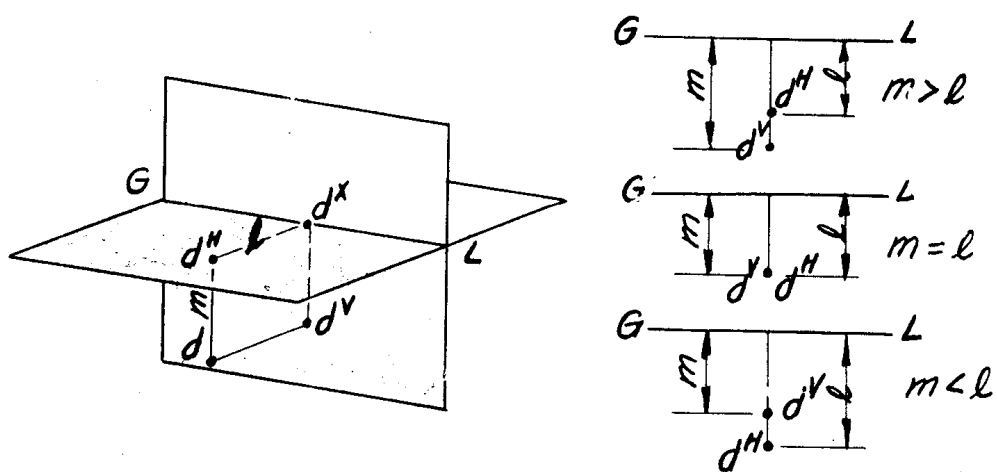


3.4

3.2.3 若 c 點在 $IIIQ$ ，其投影如第 3.5 圖。

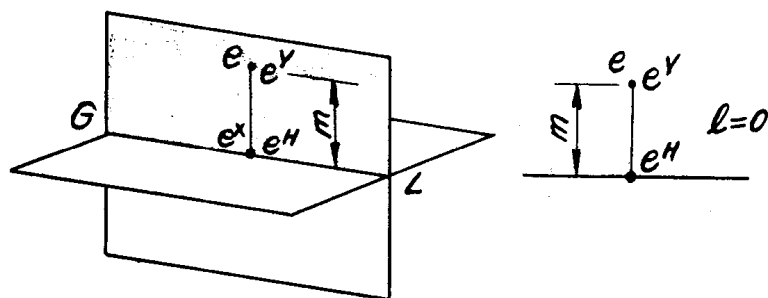


3.2.4 若 d 點在 IVQ ，其投影如第 3.6 圖。



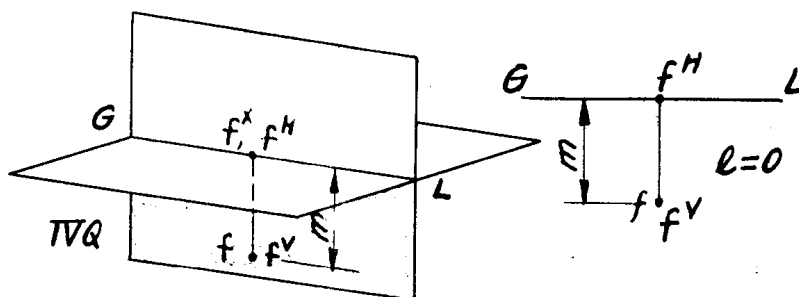
3.6

3.2.5 若 e 點在 V 平面上，在 H 之上方時，其投影如第 3.7 圖。



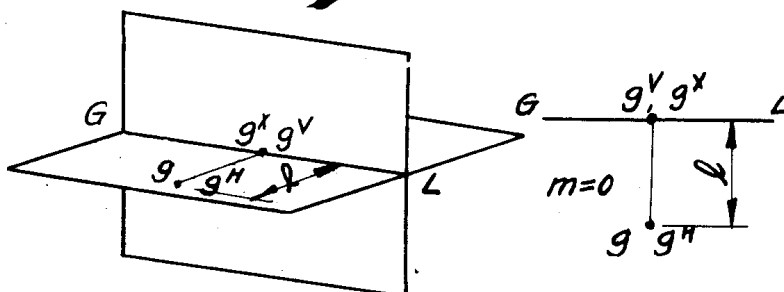
3.7

3.2.6 若 f 點在 H 下方之 V 平面上，其投影如第 3.8 圖。



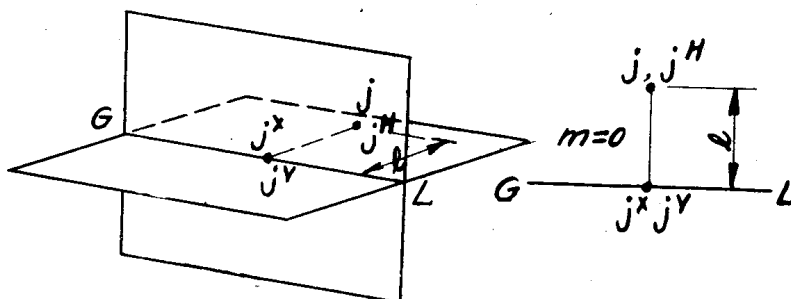
3.8

3.2.7 若 g 點在 V 前方之 H 平面上時，其投影如第 3.9 圖。



3.9

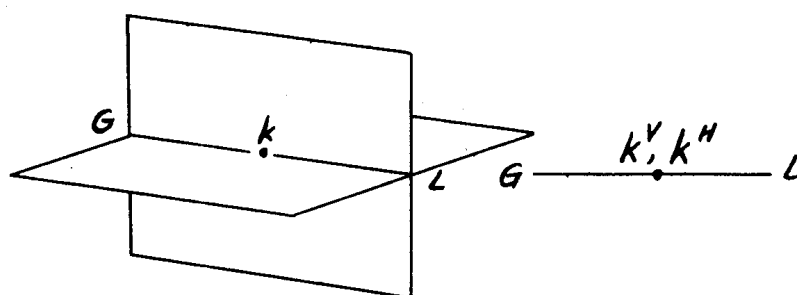
3.2.8 若 j 點在 V 後方之 H 平面上時，其投影如第 3.10 圖。



3.10

3.2.9 若 k 點在 H 及 V 平面上，其投影見第 3.11 圖。

3-3 點之座標 點之座標以原點為準，用數字表示之，原點乃先決點，應使其置於基線之上，若原點不在基線上，可將第二基線設在原點上，求出所需之點，其結果相同。



3.11

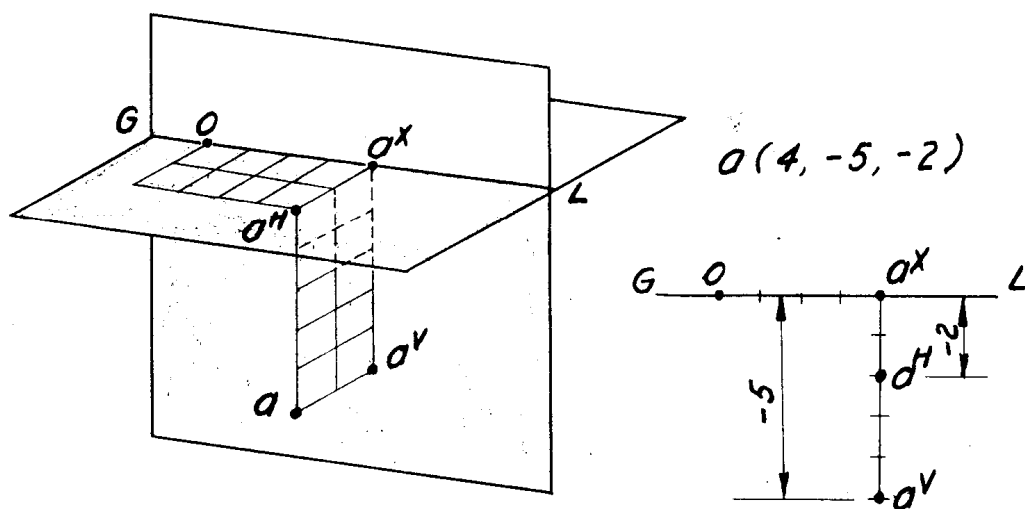
點之位置尺寸以三段數字表之：

第一段數字表示自基線上量度距原點之水平距離，正值向右量，負值向左量，但通常不用負值。

第二段數字表示點之直立投影距基線之距離，亦即點距水平面之距離，正值在基線上方量取，負值在基線下方量取。

第三段數字表示點之水平投影距基線之距離，亦即點距直立面之距離，正值在基線上方，負值在基線下方。

例如求點 $a(4, -5, -2)$ 之投影，如第 3.12 圖



3.12

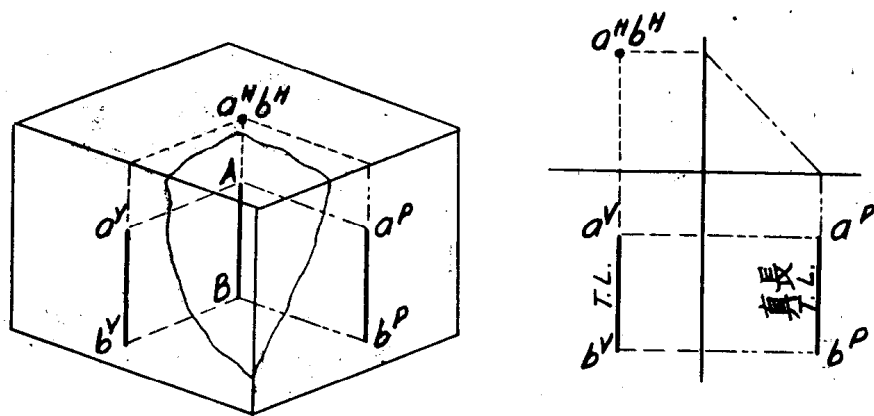
習題：求下列各點之投影。

1. $a(3, 3, -4)$
2. $b(2, 4, 6)$
3. $c(3, -5, 6)$
4. $d(4, -5, -3)$
5. $e(4, 0, 6)$
6. $f(4, 5, 0)$
7. $g(3, 0, -3)$
8. $j(3, -4, 0)$
9. $k(2, 0, 0)$

四、線

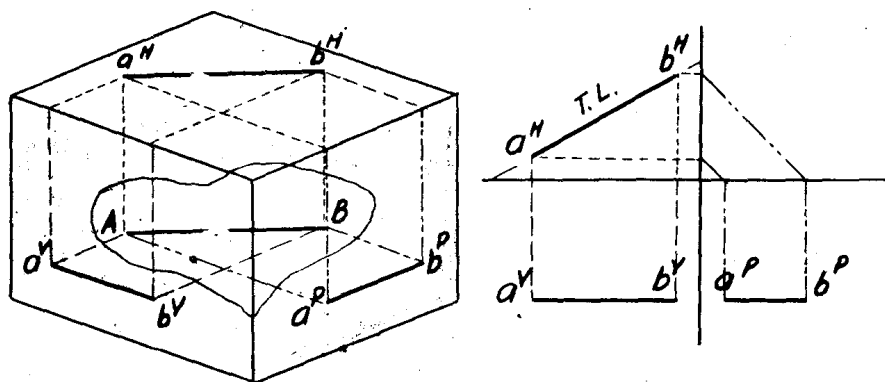
“線”之認識 “線”可視為“點”移動後之軌跡或行程，點循一定方向運動時，得直線，運動方向經常變更時，得曲線，變更而有某種規律時，得圓、橢圓、雙曲線、螺旋線、拋物線……等各種曲線。因此，線應有其方向，位置，與長度。

4-1 線之投影 參見第4.1圖，直線AB在V，H，及P三面投影視圖，AB垂直於頂面，故 $a^v b^v$ 及 $a^p b^p$ 均為AB之真長（True length簡寫T.L.）， $a^h b^h$ 則為一點。設AB平行於投影箱之一面而傾斜於另外兩面時，見第



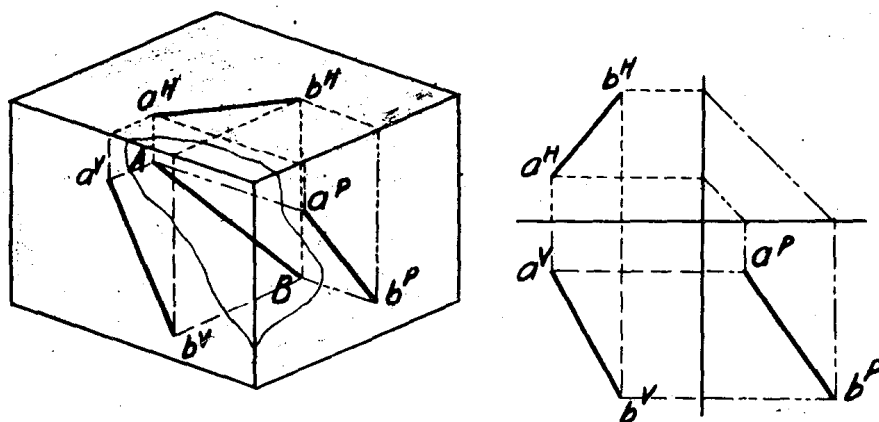
4.1

4.2圖，則 $a^H b^H$ 為真長， $a^V b^V$ 及 $a^P b^P$ 均縮短。由此可知，祇有平行於投影面之線段，其投影與原線長度相等，根據此項定義，產生輔視圖畫法。



2

設 AB 與投影箱三面均不平行時，稱為偏斜線 (Oblique line)，其三面投影 $a^V b^V$ ， $a^H b^H$ 及 $a^P b^P$ 均縮短，見第 4.3 圖。

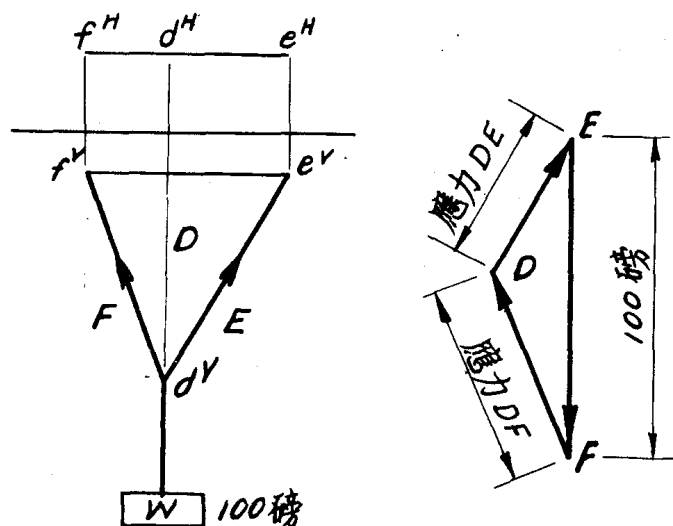


4.3

4-2 向量圖 (Vector diagram) 為空間平行線理論之應用，見第 4.4 圖，對重量 100 磅之支承應力，藉圖解法，以 D 、 E 及 F 註於三量線之間，以線之兩側文字表示該向量線， EF 線為向下方之 100 磅重量， FD 及 DE 為兩側之應力方向及力量大小，三向量線應使用同一比例尺，例如以一寸等於五十磅，即可用尺在圖上測量力之大小。

4-3 求線之真長、傾角、及在投影平面上之穿點

已知：直線 AB 在 H 平面之投影 $a^H b^H$ ，或在 V 平面之投影 $a^V b^V$ ，或在 P 平



4.4

圖之投影 $a^p b^p$ 等三面投影之任何兩面投影。

求解：(1)直線 AB 之真長。

(2)直線 AB 至 H, V, 及 P 平面之傾角。

(3)直線 AB 在 H, V, 及 P 平面上之穿點。

解：見第 4.5 圖 (a)，AB 直線在三面之投影均非真長，三面投影中任知其二，可求得其餘一面投影。自 (a) 圖顯示下列梯形，

$$\begin{array}{ll} AB b^v a^v & AB b^p a^p \\ AB b^h a^h & a^p a^x b^x b^p \\ a^v b^v b^x a^x & \end{array}$$

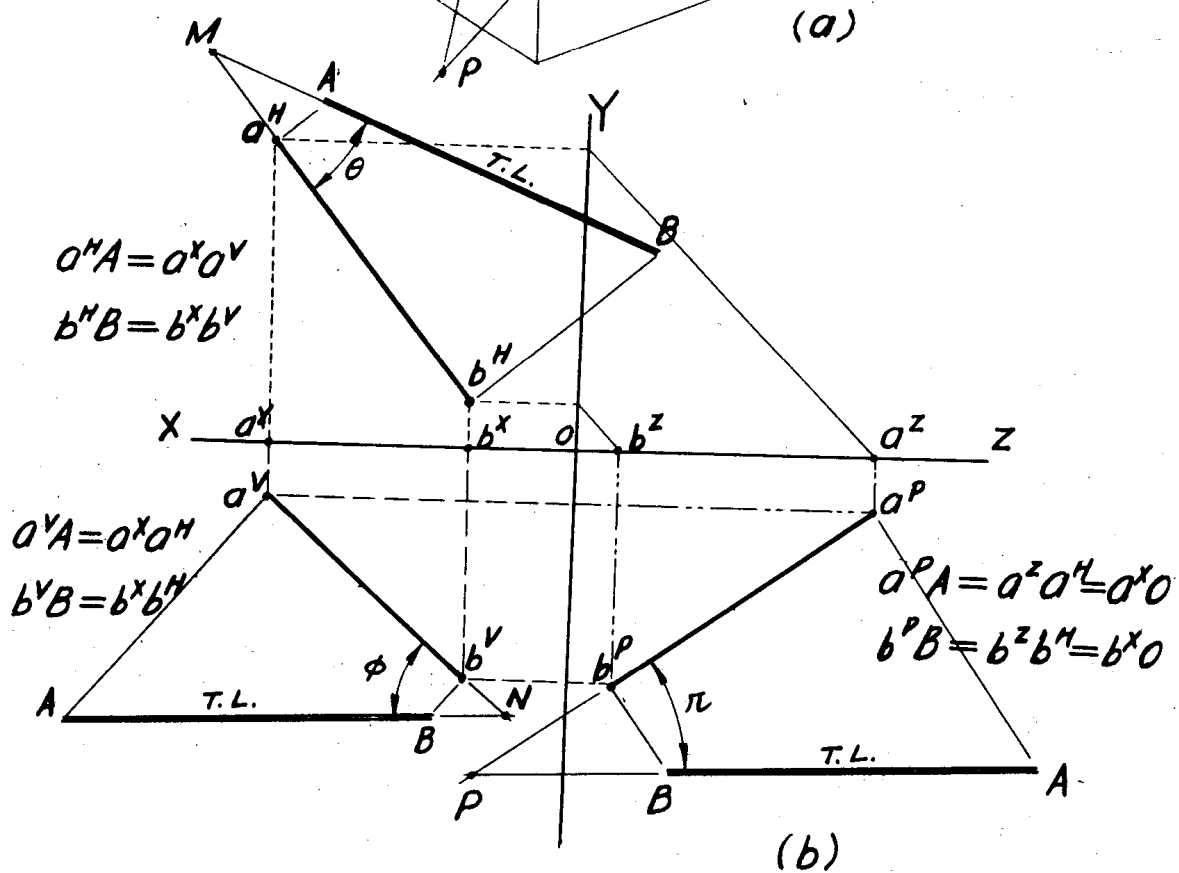
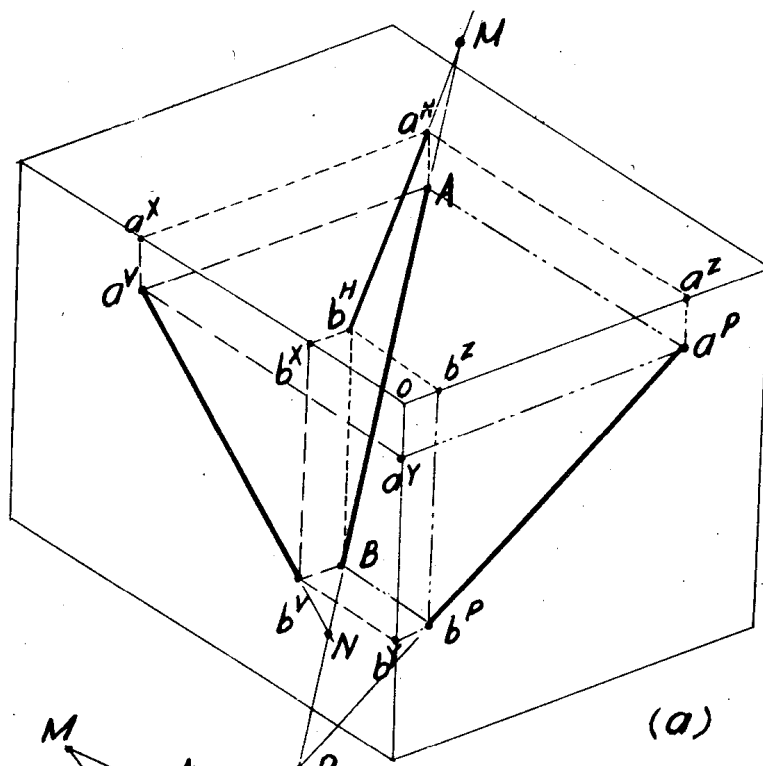
各梯形均有一邊垂直於梯形之上下底，因此在具有 AB 斜邊之梯形中，AB 邊即為 AB 線之真長，AB 斜邊與對邊延長線之夾角，即為其傾角，交點即為穿點。

作圖：根據圖 (a) 作圖 (b)。

(1) $a^v b^v$, $a^h b^h$, 及 $a^p b^p$ 為 AB 直線之正投影三面視圖。

(2) 在正面視圖以 $a^v b^v$ 為垂邊，作梯形 $a^v AB b^v$ ，與 (a) 圖中之梯形， $AB a^p b^p$ 各對應邊相等，延長 AB 及 $a^v b^v$ 得交角 $\angle ANa^v$ 及交點 N。即：AB 為真長，AB 至 V 平面之傾角 ϕ 及穿點 N。

(3) 在上視圖以 $a^h b^h$ 為垂邊，作梯形 $AB b^h a^h$ ，與 (a) 圖中之梯形



4.5

$AB a^H b^H$ 各對應邊相等，延長 AB 及 $a^H b^H$ 得交角 θ 及交點 M 。即：
 AB 為真長， AB 至 H 平面之傾角 θ ，及穿點 M 。

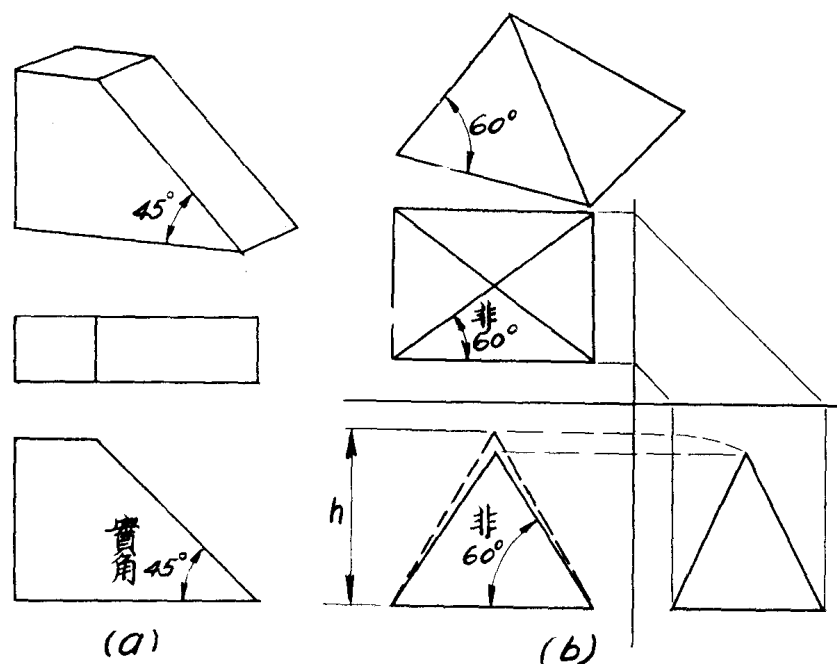
(4) 在側視圖以 $a^P b^P$ 為垂邊，作梯形 $AB b^P a^P$ ，與 (a) 圖中之 $AB a^P b^P$ 梯形各對應邊相等，延長 AB 及 $a^P b^P$ ，得交角 π 及交點 P 即： AB 為真長， AB 至側平面 P 之傾角 π 及穿點 P 。

以上作圖各梯形之上下底分別為 $a^V A$ 及 $b^V B$ ， $a^H A$ 及 $b^H B$ ， $a^P A$ 及 $b^P B$ ，因 $a^V A = a^X a^H$ ， $b^V B = b^X b^H$ ， $a^H A = a^X a^V = a^Z a^P$ ，

$b^H B = b^X b^V = b^Z b^P$ ， $a^P A = a^Z a^H = a^X a$ ， $b^P B = b^Z b^H = b^X b$ ，各組坐標均為已知，故作圖時可不需 (a) 圖，而逕繪 (b) 圖。(b) 圖中所得 AB 均為真長，故亦不必三面全部繪出。

五、角之投影

兩線相交成角，故“角”之投影可按線之投影方法求得。設一角在正面上，若正面平行於投影面時，則所得正面視圖為原角度，見第 5.1 圖 (a)，若一角在斜面上，則所得投影視圖非為原角度，見第 5.1 圖 (b)。



5.1