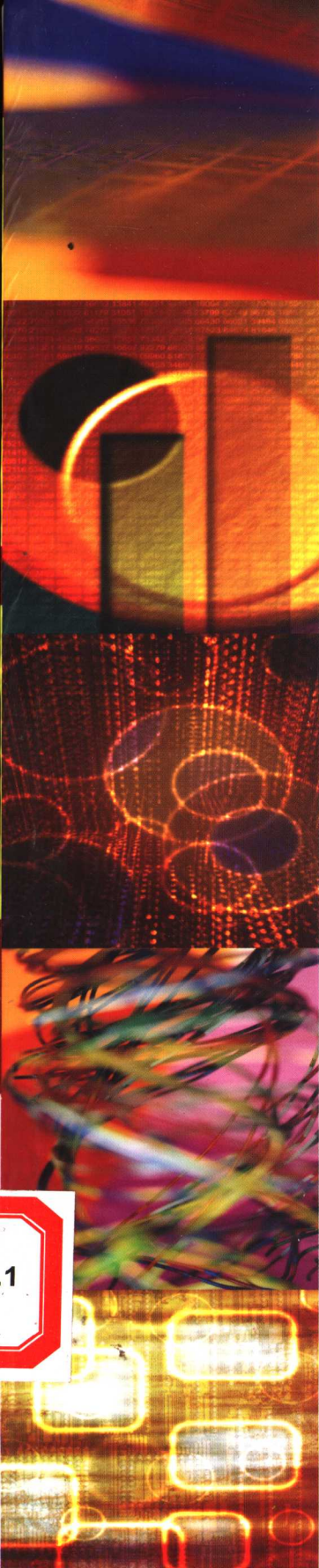


胡知能 徐玖平 编著

运筹学

——线性系统优化



 科学出版社
www.sciencep.com

高等学校优秀青年教师教学科研奖励计划资助

运 筹 学

——线性系统优化

胡知能 徐玖平 编著

科 学 出 版 社

北 京

内 容 简 介

本书是《运筹学——非线性系统优化》的姊妹篇。它系统地介绍了线性系统优化的主要理论和方法。重点陈述了管理科学中应用最为广泛的线性规划、线性规划的对偶理论、图与网络分析、网络计划、决策论、对策论、动态规划等线性系统的优化定量分析的理论和方法。本书采用从易到难的模块化结构,铺平了认识上的障碍;突出了计算机在运筹学中的运用,提供了与实用工具的知识接口。本书还配有一定的习题与案例,用于训练提高综合的建模能力,并为教师提供了丰富的在线多媒体课件支持。

阅读本书只需要微积分、线性代数与概率统计的基本知识,本书可作为高等院校管理类各专业的本科生和研究生学习运筹学的教材,也可供从事管理科学研究与实践的科研人员与实际工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学:线性系统优化/胡知能,徐玖平编著. —北京:
科学出版社, 2003
ISBN 7-03-011292-X

I. 运… II. 胡… III. 运筹学-应用-管理学 IV. C931.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 018341 号

责任编辑:陈 亮 / 责任校对:朱光光
责任印制:安春生 / 封面设计:刘晓炜

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2003年3月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2003年3月第一次印刷 印张:24 1/2

印数:1—4 000 字数:474 000

定价:32.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈环伟〉)

前 言

运筹学是一门新兴的应用科学,在 20 世纪 40 年代以后因对大型工业的复杂生产结构和管理关系研究的需要、产品更新换代的加速以及快速计算机的出现等原因使其得到迅速发展.由于运筹学研究的对象极其广泛,对它有着许多不同的定义.但是,不少的运筹学专著与教科书对其研究的对象未能从真正意义上的系统角度来研究与陈述.

世界上色彩斑斓、千差万别的形态正是由系统结构赋形的.由于系统之范畴的新颖性和极其重要的理论价值及潜在的实际意义,21 世纪的思维方式与科学研究更加突出学科交叉与融合,以多学科交叉、渗透和融合为重要特征的复杂性科学将在人类探索各种未知的科学奥秘中发挥重要作用.运筹学的研究将面向物理层次、生物层次与社会层次的复杂系统以及复杂性科学的理论与方法,揭示系统的演化、涌现、自组织、自适应、自相似的机理及内在规律,发现客观事物构成的原因、演化的历程和复杂机理,尽可能准确地预测未来的发展.为此,我们决定将运筹学的内容分为线性系统优化与非线性系统优化来进行阐述,力图使其本书形成如下特点:遵循读者认知的逻辑体系,对问题从简单、具体到一般进行分析;以系统的观点,依照科学知识的逻辑体系,内容体系完整、全面,算法有效而尽量不重复;在信息技术的平台上对所有主题的分析模型化与软件化,理论论述与实际应用得到了较好的统一.

本书以抓住主要问题和掌握基本方法为入门的关键安排内容.第 1 章简要论述了有关系统优化的一般理论,以保持本书在某种意义下的自封性.第 2 章介绍了线性规划问题的数学建模和求解,第 3 章中陈述了线性规划的对偶理论和软件的实现方式.在此基础之上,将图与网络分析(第 4 章)、网络计划(第 5 章)、决策分析(第 6 章)、对策论(第 7 章)和动态规划(第 8 章)等相互独立的内容都统一到了线性模型之下,并给出了软件方式的实现方法.为了使读者更好地掌握本书中所涉及的理论和方法,每章配有一定数量的、具有代表性的习题.

本书力图做到内容丰富而结构科学,以适应不同类型与层次的教学对象.

侧重讲授定量分析的教师可把书中的理论、建模等作为重点;侧重于讲授定性方法的教师可结合书中的案例以建模和软件的实现为重点. 无论是对于 51 学时的授课, 还是对于 68 学时的授课, 如果采用了幻灯片进行多媒体教学的话, 则在一学期内完全能够讲完所要求的相应内容. 与本书相配套的幻灯片的 PDF 文件, 可以免费地从 http://www.chinatex.org/index2_14.htm 上下载. 在无须得到作者同意的情形之下, 可以自由地对幻灯片的源文件进行修改以适用于各自的教学目的, 只是在使用时必须保持幻灯片首页中的本书来源和版权声明不变.

我们真诚地期待您的批评和建议, 来信请发至 huzhineng@openmba.com 或者 xujiuping@openmba.com.

作 者

2003 年 3 月

常用符号说明

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ —— n 维行向量 (或点)

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ —— n 维列向量 (或点)

x_i —— n 维向量 x_i 的第 i 个分量

$x > y$ —— x 的每个分量都大于 y 的相应分量

$\alpha, \alpha_i, \beta, \beta_i, \gamma, \gamma_i$ —— 实数

$[\alpha, \beta], (\alpha, \beta)$ —— 闭区间 $\alpha \leq \xi \leq \beta$ (开区间 $\alpha < \xi < \beta$)

$S = \{x | x \text{ 所满足的性质}\}$ —— 满足某种性质的 x 的全体 (集合)

$S = \{x^1, x^2, \dots, x^n\}$ —— 由 x^1, x^2, \dots, x^n 组成的有限集合

\emptyset —— 空集

E^n —— n 维欧氏空间

$x \in S$ ($x \notin S$) —— x 属于 (不属于) 集合 S

$X \cup Y$ ($X \cap Y, X \setminus Y$) —— X 与 Y 之并集 (交集、余集)

$X \subseteq (C) Y$ —— Y 包含 (完全包含) X

$\|x\|$ —— x 的范数

$x^T y = x_1 y_1 + \dots + x_n y_n$ —— 两个 n 维列向量的内积

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$ —— $m \times n$ 矩阵

A^T —— 矩阵 A 的转置

A^{-1} —— 满秩方阵 A 的逆矩阵

$|A| = \det A$ —— 方阵 A 的行列式

$f(x)$ —— 向量 x 的函数 (或 n 元函数)

$\max(a_1, a_2, \dots, a_n)$ —— 数 a_1, a_2, \dots, a_n 中最大者

$\min(a_1, a_2, \dots, a_n)$ —— 数 a_1, a_2, \dots, a_n 中最小者

$\max_{x \in R} f(x)$ ($\min_{x \in R} f(x)$) —— $f(x)$ 在 R 上的最大 (最小) 者

目 录

第 1 章 概 论	1
1.1 系统的模型	1
1.1.1 模型概念与要求	1
1.1.2 模型的分类	2
1.1.3 模型的作用	3
1.1.4 建模步骤	4
1.1.5 建模方法	6
1.1.6 数学模型	7
1.2 系统的优化	11
1.2.1 系统优化的数学模型	12
1.2.2 系统优化问题的分类	14
1.2.3 系统优化的求解方法	16
1.2.4 系统优化的应用	22
第 2 章 线性规划问题	24
2.1 线性规划问题的数学模型	24
2.1.1 线性规划问题的数学模型	24
2.1.2 线性规划问题的标准形式	27
2.2 线性规划的几何意义	28
2.2.1 线性规划问题解的一些概念	28
2.2.2 线性规划的图解法	30
2.2.3 线性规划的几何意义	31
2.3 线性规划的单纯形法	35
2.3.1 单纯形法的几何语言	35
2.3.2 单纯形法的代数形式	36

2.4	单纯形法的进一步讨论	44
2.4.1	将单纯形法应用到其他形式	44
2.4.2	关于解的判别	48
2.4.3	单纯形法小结	54
2.5	单纯形法的矩阵认识	54
2.6	改进单纯形法	61
2.7	整数规划	67
2.7.1	整数规划的数学模型	67
2.7.2*	整数规划的分枝定界法	72
2.8*	模糊线性规划	81
	习题	86
第 3 章	线性规划的对偶理论	92
3.1	线性规划的对偶问题	92
3.2	线性规划的原问题与对偶问题	93
3.3	对偶问题的基本性质	96
3.4	对偶关系的经济解释	104
3.4.1	对偶变量的经济解释	104
3.4.2	互补松弛性的经济解释	104
3.4.3	对偶问题的经济解释	105
3.5	对偶单纯形法	106
3.5.1	对偶单纯形法	106
3.5.2*	人工对偶单纯形法	109
3.6	灵敏度分析	112
3.6.1	分析右边系数变化的影响	114
3.6.2	分析一个非基变量系数变化的影响	116
3.6.3	增加一个变量的分析	117
3.6.4	分析一个基变量系数变化的影响	118
3.6.5	分析增加一个约束条件的影响	120
3.7	参数线性规划	121
3.7.1	变量系数的系统性变化	122
3.7.2	右边系数的系统性变化	124

3.8*	其他单纯形法	125
3.8.1	交替单纯形法	125
3.8.2	原始对偶单纯形法	126
3.8.3	上界技巧	128
3.9*	内点法	130
3.9.1	梯度概念	132
3.9.2	投影梯度概念	134
3.9.3	中心规划概念	135
3.9.4	算法小结和解释	136
3.10	线性规划的软件实现	142
3.10.1	线性规划在 LINDO 中的实现	143
3.10.2	线性规划在 MARLAB 中的实现	146
	习题	147
第 4 章	图与网络分析	153
4.1	图的基本概念	154
4.2	树图和图的最小部分树	156
4.2.1	树的性质	156
4.2.2	图的最小部分树	157
4.2.3	避圈法和破圈法	158
4.3	最小费用流问题	160
4.3.1	最小费用流问题的数学模型	161
4.3.2	网络单纯形方法	165
4.3.3	其他网络问题与最小费用流问题的关系	173
4.4	其他网络问题	176
4.4.1	最短路问题	176
4.4.2	最大流问题	185
4.4.3	运输问题	190
4.4.4	分配问题	198
4.4.5*	旅行推销商问题	205
4.4.6*	中国邮递员问题	208
	习题	211

第 5 章 网络计划	216
5.1 PERT 网络图	216
5.1.1 PERT 网络图的一些基本概念	216
5.1.2 PERT 网络图的绘制	217
5.1.3 PERT 网络图的分类	219
5.1.4 PERT 网络图的编制步骤	220
5.2 PERT 网络图的计算	223
5.2.1 事项时间参数	223
5.2.2 工序时间参数	224
5.2.3 机动时间参数	225
5.2.4 概率型 PERT 网络图的计算	229
5.3 PERT 网络图的优化	232
5.3.1 时间的优化	232
5.3.2 时间—资源的优化	235
5.3.3 时间—费用的优化	239
5.4* 图解评审法简介	242
习题	243
第 6 章 决策分析	246
6.1 决策分析的基本问题	246
6.1.1 决策的构成	246
6.1.2 决策的分类	247
6.1.3 决策的过程	248
6.2 不确定型决策	249
6.3 风险型决策	252
6.3.1 无实验决策	253
6.3.2 有实验决策	254
6.4 效用的度量	257
6.4.1 效用曲线的确定	258
6.4.2 效用曲线的拟合	260
6.5 序列决策	260
6.6 灵敏度分析	262
6.7 多目标决策分析	263
6.7.1 多目标规划问题基本概念	263

6.7.2	目标规划	265
6.7.3*	层次分析法	273
6.7.4*	其他求解多目标决策的方法	282
6.8*	群决策简介	289
6.8.1	逐步形成群的意见的方法	289
6.8.2	特尔斐法	290
6.8.3	多目标群决策问题	295
6.9*	数据包络分析简介	296
	习题	302
第 7 章	对策论	305
7.1	矩阵对策	306
7.1.1	对策问题的解和对策值	307
7.1.2	具有鞍点的对策	309
7.1.3	优势原则	310
7.1.4	矩阵对策的混合策略	311
7.1.5	线性规划求解矩阵对策	315
7.2*	其他类型对策简介	319
7.2.1	二人无限零和对策	319
7.2.2	多人非合作对策	322
	习题	326
第 8 章	动态规划	328
8.1	动态规划的基本思想	328
8.1.1	基本概念	328
8.1.2	基本思想	330
8.1.3	最优性原理与基本方程	334
8.1.4	逆推解法	337
8.1.5	顺推解法	339
8.1.6	动态规划与线性规划的关系	343
8.2	动态规划的应用	344
8.2.1	一维资源分配问题	344
8.2.2	二维资源分配问题	347
8.2.3	可靠性问题	349
8.2.4	生产与存贮问题	350

8.2.5 排序问题	354
8.2.6 设备更新问题	357
8.2.7 旅行推销商问题	358
8.2.8 背包问题	359
习题	362
结束语	365
附录 线性系统的优化案例	367
参考文献	374
索引	377

第 1 章 概 论

这里简单介绍一下系统优化的一般理论,进一步的阅读可参见文献 [1, 2] 等.

1.1 系统的模型

1.1.1 模型概念与要求

所谓系统,就是由相互作用和相互依赖的若干组成部分结合成的、具有特定功能的有机整体.人们将研究的对象(客体)看成一个系统.对所研究的系统通过类比、模拟或抽象手段建立起各种模型,称为系统建模.所建立的模型称为系统模型或简称模型.数学模型是那些利用数学语言来模拟系统的一类模型.系统建模是对一切可控系统按其最本质的特征,根据总体最优化的目标,对其进行物理抽象和数学抽象的过程.

模型化方法与通常实验方法不同,它不要求对事物、过程、现象或设想本身进行科学试验,只要求对这些事物、过程、现象或设想的模型通过模拟或仿真进行验证.模型化方法与一般的抽象方法不同,它要求对事物、过程、现象或设想通过抽象化之后,能以某种文字、符号、图表、实物或数学方程来形象化地表征其结构,然后对它们进行分析、研究和检验,并导出结论.所以模型化方法是一种比较简便、省时和节约的研究方法,越来越得到重视;随着科学技术的发展,所得结果越来越可靠和切实可行.但是从科学研究的方法论上来说,最有效和完整的研究方法,应该是把建模方法、实验方法和抽象方法三者有机地结合起来,对照检验,取长补短,以期得到最客观、准确和完善的结论.

模型至少要由以下几个基本部分组成:

- (1) 系统: 即描述的对象;
- (2) 要素: 构成系统的各种成分或子系统;
- (3) 关联: 各要素或子系统之间以及整个系统与外部环境之间的关联;

(4) 约束条件: 系统所处环境和约束条件.

若要建立数学模型, 则尚需增加一些组成部分. 因此, 系统模型应具有以下特征:

- (1) 它是系统整体化的描述、模仿或抽象;
- (2) 它是由说明系统本质或特征的诸因素所构成;
- (3) 它集中表现这些因素之间的关系.

此外, 系统模型还应有它的目的性、客观性、清晰性、简洁性、适应性和整体性的要求.

(1) 准确性. 模型能够反映实际系统的本质, 即在一定程度上和一定范围能够准确地反映被研究的客观系统的实际情况.

(2) 整体性. 模型能够反映实际系统的整体特性; 若模型是一个复杂的巨系统, 要求模型各子系统分系统之间能够协调一致, 精度分配适当.

(3) 简洁性. 在符合准确性和整体性的要求下, 尽量使模型简洁明了, 容易求解.

(4) 适应性. 随着所研究的实际系统有关情况和条件的变化, 要求模型能够具有一定的变化适应能力.

若所构造的模型是用户提出且要付诸使用的, 则还要求:

- (5) 模型能够满足用户提出的使用要求;
- (6) 模型能够便于扩充和维护.

只要模型符合上述的要求, 特别是准确性的要求, 就说明模型的解答或输出是可靠的和可用的. 这是因为模型是从实际问题正确抽象出来的, 而数学的解答和分析有其内部逻辑的正确性. 所以以上是对模型的一般要求.

1.1.2 模型的分类

模型可以有各种不同的形式, 研究各种不同的功能和不同的用途, 且可以具有各种不同的特征等, 很难有统一的分类原则. 因此对模型可以作不同的分类, 现按不同情况分类如下:

(1) 按模型表征分类, 通常可以分为形象模型、模拟模型、符号模型、仿真模型.

(2) 按总体观点分类, 可分为物理模型与思考模型.

(3) 按运动特征与时间依存性分类, 可分为静态模型与动态模型.

(4) 按粗细程度或精确程度分类, 可分为简化模型与精确模型, 同态模型与同构模型, 定性模型与定量模型, 线性模型与非线性模型.

(5) 按模型形式分类: 数学模型、逻辑模型、图像模型、探索模型、模拟模型、仿真模型、结构模型、标本模型、形像模型等。

(6) 按系统分析对象分类: 过程模型、性能模型、可靠性模型、价值模型、费用模型、生产模型、计量经济模型、行为模型等。

(7) 按研究对象分类: 工厂模型、机械模型、城市模型、交通模型、经济模型、人口模型、生态模型、环境模型、能源模型等。

(8) 按可否控制分类: 可控模型与非可控模型(或描述模型)。

(9) 按变量特征分类: 确定性模型、变结构模型、随机模型、连续模型、离散模型、灰色模型、模糊模型。

(10) 按用途分类: 预测模型、决策模型、对策模型、功能模型、构造模型、计划模型、规划模型、评估模型、投入产出模型、库存模型等。

(11) 按适应范围分类: 总体模型、局部模型、系统模型、宏观模型与微观模型等。

(12) 按功能分类: 概念模型、结构模型、状态模型、优化模型、实验模型等。

系统的模型可以是多种形式的,但应力求采用数学模型,因为它最为抽象,通过数与形的关系可以描述系统的真实情况,是系统效益定量化的依据,故用得最多。模型有各式各样的称呼,但它们是相互关联和交叉的,实际应用时采用的模型常常是多种模型的综合体。

1.1.3 模型的作用

模型可以帮助人们学习、认识和分析现实系统,研究、研制和创建新的系统,它的作用还在于:

(1) 有些现实系统往往非常庞大和复杂,很难做试验,或者根本不可能做试验(如军事系统、核电站控制等),只能建立它们的模型,使用模型来对系统进行试验和研究。

(2) 为了设计和研制新的复杂系统,因为这些系统还不存在,只能通过构造系统模型来进行试验,分析系统的性能和确定系统的参数等,例如工程上分析设计一个新系统,通常先进行数学仿真和物理仿真实验,最后再到现场作实物实验。

(3) 有些现实系统即使能进行实地试验,但采用模型可能使现实系统趋于简单,更容易研究和理解。

(4) 模型比现实系统容易操作和控制,特别是对系统实行最优控制时,模型参数变化比现实系统中的参数容易观察,同时可以较好地对模型进行敏感性分析,有利于对系统参数变化作对比的研究。

(5) 模型可以不断改进, 寻求更符合现实系统特性的模型, 以此来指导改进或建立现实系统, 并使之达到最优化的目的。

(6) 从经济上考虑, 有些现实系统或建造一个大系统, 对它进行直接试验耗资较大, 成本十分昂贵, 通过模型或模拟试验可以满足要求, 且耗资很少。

(7) 从时间上考虑, 例如对社会、经济、生态、人口等系统, 由于惯性大, 周期长, 直接实验或者几乎不可能, 或者将会造成无法挽回的损失和后果, 或者要费时长久, 而通过模型却可以立刻得到结果或预测到未来的发展趋势, 从而采取必要的对策。

(8) 有时只有采用模型, 才能更有效地预测或预报实际系统的某些状态的未发展趋势。例如根据以往的经验 and 测量数据建立气象变化的数学模型, 用来预报未来的气象。

总之, 在科技迅速发展的今天, 建立模型不但必要, 而且完全有可能, 所以应充分利用系统模型来认识、处理和解决各种问题。

1.1.4 建模步骤

由上分析可见, 考虑一个系统的建模, 必须注意以下 3 点。

(1) 建模是为实际系统构造系统模型, 因此, 首先应对建模对象——实际系统或原型——有一个较好的了解和研究, 尽可能地获得更多的信息和资料; 其次要根据建模的目的和其他因素, 认真反复考虑建立哪种类型的模型较好。

(2) 同一个实际系统可以建立不同类型的模型, 例如模拟模型、仿真模型或数学模型。就是建立同一类型的模型也可以有多种不同的形式, 例如建立数学模型可以是离散型的或连续型的, 线性型的或非线性型的, 确定型的或随机型的。这给建立何种模型有较大的灵活性和多种选择性。

(3) 根据模型与原型的相似原理, 当实际系统过于庞大或复杂, 直接以其作为原型建模有困难时, 可以用相似的同态模型替代原型来建模; 或者将原系统分解为若干子系统作为原型来建模, 然后根据子系统的相关关系, 建立原系统的集总模型。

这样, 系统建模的步骤大致划分如下:

(1) 模型问题化。这里要明确建模的对象、建模的目的、建模用来解决哪些问题、如何解决这些问题等。首先, 要分清楚建模的对象是属于自然科学, 还是社会科学, 或者工程技术领域? 不同领域的建模, 各自有各自的规律、方法和技巧。其次, 建模是为了说明解决问题, 还是为了预测、决策和设计一个新的系统? 最后还要确定是用模拟, 还是用仿真? 是定性还是定量等何种结果来解决问题?

(2) 模型目标化. 对大量的优化或决策问题, 都要建立模型的目标, 如质量最好、产量最高、能耗最少、成本最低、经济效益最好、进度最快等, 同时要考虑是建立单目标模型还是多目标模型? 目标确定之后, 要将目标表述为适于建模的相应形式, 通常表示为某个指标达到最大或最小。

(3) 模型规范化. 根据模型问题要求和模型目标, 拟定模型的规范, 使模型问题规范化. 规范化工作包括对象问题有效范围的限定、解决问题的方式和工具要求、最终结果的精度要求及结果形式和使用方面的要求。

(4) 模型要素化. 根据模型目标和模型规范确定模型所应涉及的各种要素. 在要素确定过程中须注意选择真正起作用的因素, 筛去那些对模型目标无显著影响的因素. 对选定的因素, 应注意它们是确定性的还是不确定性的, 能否进行测量等。

(5) 模型关系化. 模型关系化要求建模者从模型和模型规范出发, 对模型要素之间的各种影响、因果联系进行深入分析, 并作适当的筛选, 找出那些对模型真正起作用的重要关系. 所有这些关系将把目标所有要素联系为一个整体, 形成模型分析的基础, 这时通常可以表示为一个结构模型。

(6) 模型限制化. 模型规范要求模型的建立须在一定的环境、一定的范围、一定的要求下进行, 这环境、范围与要求必然地要对模型起限制作用. 此外, 要素本身的变化有一定限度, 要素的相互影响作用也只能在一定的限度内保持有效. 因此, 模型限制化工作要求建模者找出对模型目标、模型要素和模型关系起限制作用的各种局部性和整体性约束条件。

(7) 模型形式化. 模型是对现实系统的某种表示, 所以模型离不开形式. 要素原型如何表示为要素变量、要素变量之间的关系如何表示、要素变量与模型目标之间的关系如何表示、约束条件如何表示、各部分的整体性表示(特别是如何进行有关方面的数量表示)——这些都是模型形式化的问题. 在大多数情况下, 模型形式化工作需要借助某些定量化方法。

(8) 模型简洁化. 建模是为了解决实际问题, 模型的形式只能恰当适中, 并非越复杂越好. 由于前几步工作大都是从某些特定角度去考虑问题分析问题的, 从全局观点看, 这样难免造成某些重复、重叠与繁杂, 为了便于使用、便于有效地解决问题, 还必须对问题进行简化. 模型简洁化工作要求建模者针对上述可能出现的问题, 以有效地反映模型问题、模型目标和模型规范为前提, 对模型的各部分表示进行删繁就简, 使模型具有简明的表示形式。

(9) 模型求解化. 模型表示形式的完成不是建模工作的结束, 如何利用模型进行计算求解成为最重要的问题. 模型计算求解的工作通常包括将系统所提供的有关数据格式化, 根据模型形式编制, 调试有关的计算机程序, 并进行有关的计算, 获得检验分析模型的结果。

(10) 模型检验化. 针对模型问题的实际情况, 结合模型求解化提供的结果