

渗流数值模拟导论

赵君译 李鉴初校



大连理工大学出版社

渗流数值模拟导论

赵 君 译
李鉴初 校

大连理工大学出版社

1988年

Introduction to Groundwater Modeling

本书根据 W.H.Freeman and Company, San Francisco 1982年版翻译

渗流数值模拟导论

Shenliu Shuzhi Moni Daolun

[美] Herbert F. Wang 著
Mary P. Anderson

赵 君 译 李鉴初 校

大连理工大学出版社出版 辽宁省新华书店经销

(大连市凌水河) 大连机车研究所印刷厂印刷

开本: $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ 印张: $7 \frac{1}{2}$ 字数: 168千字

1989年8月 第1版 1989年8月 第1次印刷

印数: 0001—1500册

责任编辑: 王君仁 李 鸽 封面设计: 李海鹏

责任校对: 赵 静

ISBN 7-5611-0145-7/TV·6 定价: 1.51元

前 言

地下渗流的数学模型自19世纪后期就已开始应用。数学模型是由一组控制地下渗流流动的微分方程组成。地下渗流模型予言的可靠性依赖于这个模型近似于实际流场情况的程度。为了建立一个模型，照例必须做简化假定，因为要精确地模拟流场的情况太复杂了。通常，为了能获得数学模型的解析解所必需的假定是相当限制的。比如，许多解析解要求介质是均匀和各向同性的。为了处理较为真实的情况，通常利用数值方法近似地求解数学模型。自从本世纪60年代以来，高速数字计算机可以广泛应用，这对于研究地下渗流数值模型非常有利。本书的主题是利用数值模型模拟地下渗流和污染传播。

本书将介绍有限差分 and 有限元方法的基础和实际应用。我们的目标是使读者能够利用计算机求解渗流问题。而且每个题目的展开都力求使读者对课文中包括的计算机程序的例子的每一步演绎有充分的理解。这些程序可在任何有FORTRAN编译系统的计算机上运算。有几个程序例题在教材中以不同的方式出现。以说明各种不同的方法和假定。在末尾的问题是巩固在教材中提到的基本原理而设计的。

本书概括5个主要题目。在第一章，我们综述了地下渗流基本原理。在第二、三章，我们介绍了解恒定流的有限差分方法。我们的方法是有选择的提出应用的例子，其数值解和解析解可以进行比较，用以验证数值方法的准确性。一旦

我们对数值计算建立了信心，数值方法就可以用于那些没有解析解的问题。

在第四、五章，有限差分方法应用于非恒定流动问题中。从第一章到第五章的控制方程，都如所需要地进行了推导。第六、七章包括对有限元法分别应用于恒定流与非恒定流的介绍。最后第八章，我们讨论了污染传输问题。我们推导了支配污染物通过地下水系统运动的平流—弥散方程。并且用有限元方程解了一个例题。

本书内容由前到后由浅入深，因此读者理解第四、五章的内容要比第一至第三章花费更多的时间。同样，第六章至第八章的内容要比前面几章内容更困难一些。

本书对那些致力于地下渗流系统数值模型计算进一步工作的读者可以作为一个入门的向导。而对于那些志在水资源有关领域工作，只需要掌握模拟概念的读者，则可作为一门完整的课程。

微积分，物理学，FORTRAN程序和矩阵的初步知识是必要的条件。这本书也可做为地质学院或工学院大学四年级学生或研究生一个学期的教材。那些希望对地下水渗流模型有所了解的职业工程师或地质师会发现这本书写得易懂有趣而且有用，如果他们用过计算机则更是如此。

我们特别感谢 Irwin Remson，他仔细地评阅了全部手稿的几个稿本。John Bredehoeft, Jay Lehr, Debu Majumdar, 和 Evelyn Roeloffs 也提出许多有益的建议。作者也感谢对早期手稿提出过评论的许多大学生。

1981年7月

Herbert F. Wang Mary P. Anderson

译 者 的 话

随着计算机技术的迅速发展和广泛应用，计算水力学越来越受到人们的重视。有关地下渗流的数学模型虽然早在19世纪后期就已建立，由于计算技术上的困难，往往不得不作过多的简化，才能求得某些理想情况下的解析解。而要求得较为真实的渗流流场几乎不可能。近年来，计算机的应用已在国内广泛的普及，为渗流模型的数值计算及其应用提供了良好的前景。译者认为在这样的时刻，通过翻译出版这本书，向国内的同行，从事水资源研究和利用的学者和工程师们，教师以及有关专业的研究生介绍渗流模型数值计算的原理和方法，是有现实意义的。

本书的作者是美国威斯康星大学的教授。主要内容是介绍有限差分和有限元方法在渗流数值计算中的应用。特点是深入浅出，理论和实例相结合，以精选的简单例题和计算机程序，把读者引入计算机的世界。

在本书的翻译中，得到大连理工大学李鉴初教授、尚全夫付教授以及水力学教研室各位老师的大力支持和热情鼓励，译者在此表示衷心的感谢。由于本人学识水平所限，错误在所难免，敬请读者批评指正。

译者

一九八八年元月

目 录

译者的话

前 言

第一章 引 论

- 1.1 模型..... (1)
 - 地下渗流模型的种类..... (1)
- 1.2 地下渗流的物理性质..... (6)
 - 达西定律..... (6)
 - 赫伯特力势..... (6)
 - 三维达西定律..... (10)
 - 恒定流动的连续方程..... (11)
- 1.3 拉普拉斯方程..... (13)
 - 边界条件..... (13)
- 1.4 地下径流系统..... (14)
 - 注解和补充阅读文献..... (17)

第二章 有限差分法：恒定流（拉普拉斯方程）

- 2.1 引言..... (19)
- 2.2 导数的差分..... (20)
 - 拉普拉斯方程的有限差分表达式..... (20)
 - 具有狄里克利特 (Dirichlet) 边界条件的
 例题：单井附近的域..... (22)
- 2.3 迭代法..... (24)
 - 雅可比迭代法..... (25)

高斯—赛德尔迭代法.....	(26)
逐次超松弛迭代 (SOR)	(28)
2.4 高斯—赛德尔计算机程序.....	(31)
2.5 边界条件.....	(33)
注解和补充阅读文献.....	(36)
习题.....	(38)
第三章 有限差分: 恒定流 (泊松方程)	
3.1 引言.....	(41)
3.2 泊松方程.....	(41)
3.3 岛屿补水.....	(43)
3.4 有限差分模型.....	(44)
岛屿补水.....	(44)
井水位的降落 (承压含水层)	(46)
3.5 符合杜比 (Dupuit) 假定的非承压含水层	(53)
土坝的渗流.....	(55)
井水位的降落 (非承压含水层)	(58)
3.6 数值解的正确性.....	(63)
注解和补充阅读文献.....	(64)
习题.....	(65)
第四章 有限差分: 非恒定流	
4.1 非恒定流方程.....	(67)
4.2 显式有限差分近似.....	(68)
显式解的正确性.....	(70)
含水层对水库水位突变的反应特性.....	(71)
4.3 隐式有限差分近似.....	(77)

井水位降落 (泰斯问题)	(79)
4.4 符合杜比假定的非承压含水层	(86)
显式近似	(87)
隐式近似	(88)
补充阅读文献	(89)
习题	(89)

第五章 其他解法

5.1 引言	(93)
5.2 矩阵记法	(93)
5.3 三对角线矩阵	(95)
托马斯 (Thomas) 算法	(96)
水库问题的直接解法	(99)
5.4 交替方向隐式 (ADI) 法	(102)
迭代的ADI法	(106)
5.5 PRICKETT-LONNQUIST和TRESCOTT- PINDER-LARSON 方法	(108)
输入数据	(109)
5.6 标定和验证	(111)
标定	(111)
验证	(111)
注解和补充阅读文献	(112)
习题	(114)

第六章 有限元: 恒定流

6.1 引言	(115)
6.2 迦辽金方法	(116)
分部积分	(118)

6.3	三角形单元	(119)
	有限元网格	(119)
	基本单元	(121)
	单元的拼接	(123)
6.4	传导阵的组合	(124)
	单元传导阵	(125)
	总传导阵	(127)
6.5	边界条件	(128)
	给定流动	(129)
	给定水头	(130)
6.6	有限元计算机程序	(131)
	节点说明 (第6行至21行)	(132)
	总传导阵 (23行至50行)	(132)
	迭代法解方程组 (第52行至73行)	(133)
6.7	井附近区域的例题	(134)
	不规则的网格	(137)
6.8	土坝的渗透	(140)
	自相容的迭代解	(141)
	计算机程序	(142)
6.9	泊松方程	(143)
	计算机程序	(149)
	注解和补充阅读文献	(150)
	习题	(151)

第七章 有限元: 非恒定流

7.1	引言	(154)
7.2	迦辽金方法	(154)

试验解	(155)
分部积分	(155)
7.3 矩形单元	(156)
局部坐标和总坐标	(158)
单元的拼接	(159)
7.4 矩阵微分方程的组合	(159)
单元矩阵	(160)
高斯积分法	(161)
总矩阵	(163)
边界条件	(163)
7.5 解矩阵微分方程	(163)
7.6 水库问题的计算机程序	(165)
节点坐标, 初始条件和边界条件 (第11行 至第28行)	(165)
总传导矩阵和存储矩阵 (第30行至第71 行)	(169)
时层 (第73行至第114行)	(170)
注解和补充阅读文献	(173)
习题	(173)

第八章 平流-弥散式输运

8.1 引言	(176)
8.2 弥散	(177)
弥散系数 (均匀流场)	(180)
弥散系数 (非均匀流场)	(181)
8.3 溶质输运方程	(183)
源, 汇和化学反应	(185)

求解控制方程.....	(186)
8.4 有限元例题: 溶质在均匀流场的弥散.....	(188)
有限元理论.....	(189)
有限元计算机程序.....	(192)
补充阅读文献.....	(202)
习题.....	(203)

附录A 各向异性和张量

A.1 引言.....	(205)
A.2 渗透系数张量.....	(205)
A.3 坐标系的旋转.....	(207)

附录B 变分方法

B.1 引言.....	(210)
B.2 最小耗损原理.....	(210)
B.3 有限单元.....	(211)

附录C 等参四边形单元

C.1 引言.....	(213)
C.2 坐标变换.....	(214)
单元试验解.....	(215)
积分变换.....	(215)
C.3 计算机程序的修改.....	(218)

附录D 模拟

D.1 引言.....	(221)
D.2 电模拟.....	(221)
D.3 热流模拟.....	(224)
D.4 结构力学模拟.....	(225)

符号汇编.....	(227)
-----------	-------

第一章 引 论

1.1 模 型

模型是一种工具，用来表达经过简化的真实情况。从模型的这一广泛定义，可看出我们每个人在日常生活中都在利用模型。比如一个市区地图就是用记号表示排列复杂的街道。我们可以在地图上试验各种路线而不用亲自去试探。市区地图就可以认为是一种模型(Lehr, 1979)，因为它描述了简化的真实情况。同样，地下渗流模型也是真实情况的再现。如果构制的合理，对利用地下水资源是一个宝贵的预测工具。比如，利用地下渗流模型可以试验各种开采计划并预测某些作用的影响。当然，预测的可靠与否取决于这个模型近似于实际流场的程度。当模型用于预测目的时，最要紧的是渗流场的数据要好。然而，对流场数据不充分的系统做模型处理的尝试也是有指导意义的。因为它可以在那些区域中，对模型成功起关键作用的详细的流场数据。通过这种方式，帮助指导人们收集数据。

地下渗流模型的种类

到目前为止，已经有好几种研究地下渗流的模型，它们分成三大类(Prickett, 1975)：砂箱模型，模拟模型（包括粘滞体流模拟和电模拟），以及数学模型，包括解析模型和

数字模型。砂箱模型是一个装满松散的多孔介质的箱子，水在其中流动。砂箱模型最主要的障碍是把真实流动情况按比例缩小成实验室模型的比尺。在砂箱模型的尺度上所测量到的现象，常常与实际所观测的情况不同。因此，从这样的模型上所引出的结论转换到真实流场时，可能需要认真鉴定。

在本书的后面我们将看到，地下渗流运动能够由微分方程表示。这些微分方程由基本的物理原理导出。另外一些过程，比如电流通过电阻介质或者热流通过固体也服从类似的物理学原理。换句话说，这些系统与地下渗流是类似的。粘性流体模拟和电模拟是模拟地下渗流系统最经常采用的二种模拟。

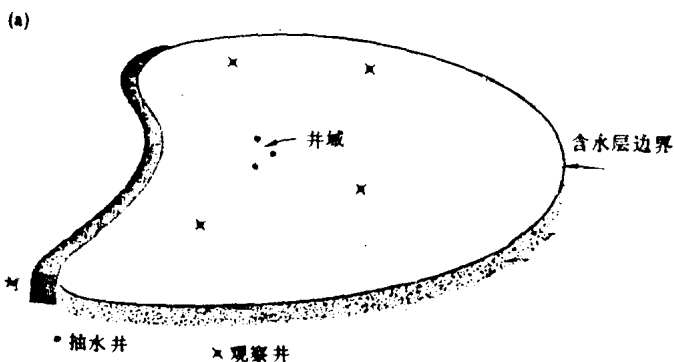
粘性流体模型叫做海利-肖 (Hele - Shaw) 或者称做平行板模型。这个模型是用比水的粘性大的流体 (比如油) 在两个平行板之间流动。平行板可以水平放置或者垂直放置。电模拟模型在本世纪50年代高速计算机还没有广泛使用时曾被广泛的采用。这种模型是由电阻和电容器组成的电学网络。它的操作原理是根据地下渗流流动与电的流动原理类似。地下渗流的达西定律和电流的欧姆定律在数学上相似，表达了这两种流动的类似。改变电模拟模型的电压相当于改变地下渗流水头。电模拟模型的缺点是每个模型都是针对一个具体地下渗流系统设计的。当研究另一个不同的地下渗流含水层时，必须再设计一个电模拟模型。

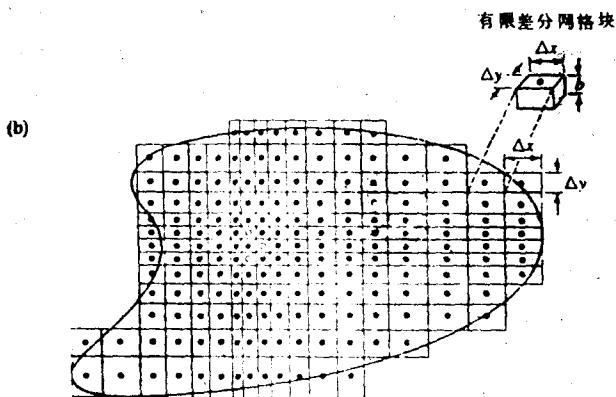
数学模型由一组控制地下渗流流动的微分方程组成。地下渗流的数学模型自19世纪后期就已经开始使用。利用地下渗流模型预测的可靠性依赖于模型对真实流动情况的近似程度。为了建立模型总要作一些简化的假定。因为对精确的模

拟，真实流动的情况太复杂。通过用解析法解数学模型所需要的假定是相当受限制的。比如许多解析解要求介质是均匀各向同性的。为了处理更多的实际问题，需要利用数值方法近似地解数学模型。自从本世纪60年代高速电子计算机广泛应用以来，数学模型就成为研究地下渗流受人欢迎的模型。这本书的主题就是利用数值方法解模拟地下渗流和污染扩散的数学模型。

我们考虑二种模型——有限差分（第二章至第五章）和有限元模型（第六章至第八章）。这两种情况都是把一个节点系放在所研究的域里。比如考虑图（1.1）所示的问题。这个问题的域由一边靠河的含水层组成（图1.1a）。含水层靠降水量补给。但是除了河流以外没有水平流动流出或流进含水层。图（1.1b）和图（1.1c）是表示有限差分问题的两个例子。而图（1.1d）是表示有限元方法的例题。

有限元的概念（有限元就是用线联结节点所构画出的单元）是推导有限元方程的基础。在图（1.1d）中采纳的是三

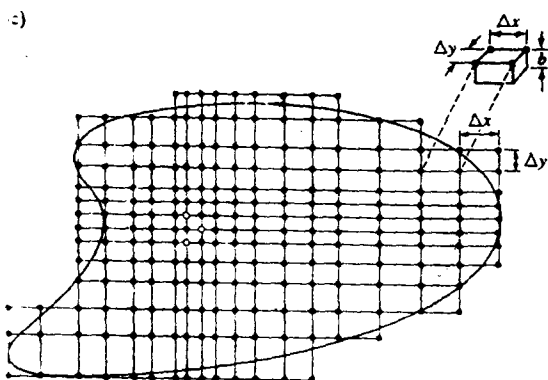




源/汇

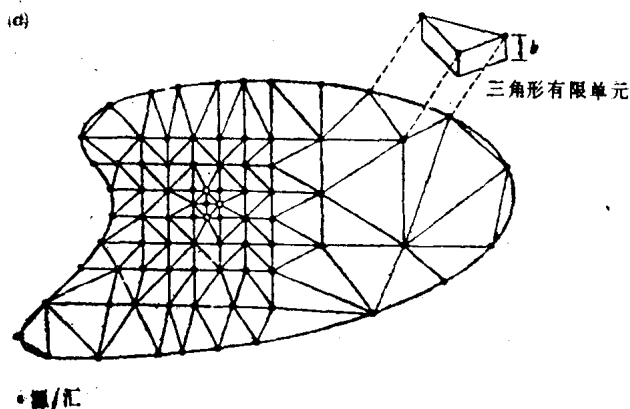
(a) 表示井域，观察井和边界条件的示意图。

(b) 节点位于单元中心的有限差分网格。



源/汇

角形单元，但是四边形或者其他单元也是可能的。在有限差分方法中，节点可以位于单元的中心（图1.1b）或者位于网



(c) 节点位于网格线交点上的有限差分网格
(d) 三角形单元的有限单元网格，含水层的厚度为 b 。(由 Mercer 和 Faust 改编，1980)

图1.1 有限差分和有限元表示一个含水层域

格线的交点上(图1.1c)。在图(1.1b)中所表示的有限差分网格用的是中心节点，在图(1.1c)中的网格是把网格线交点作为节点。在图(1.1b)中，每个网格中含水层的特性和水头假定是常数。在图(1.1c)中，位于网格线交点上的节点和每个节点作用的面积有几个不同的习惯方法确定。不管怎样表示，每个节点写一个方程，因为每一个节点周围的面积，不直接包含在有限差分方程的推导中。

模型的目的是预测节点处的未知变量的值(比如地下渗流的水头或污染的浓度)。模型也常常用来预测地下水位的影响。比如：考虑图(1.1)的含水层。在这个例子里，模型能够用来预测从三个井中抽水对四个观察井水位的作用，或者预测设置附加抽水井的作用。模型也能够用来确定由于