

详解版

初中 数学奥林匹克竞赛 全真试题

南秀全 主编

省市精华卷



湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

初中数学奥林匹克竞赛全真试题. 省市精华卷/南秀全主编.
—武汉:湖北教育出版社,2003

ISBN 7-5351-3496-3

I. 初… II. 南… III. 数学课—初中—试题
IV. G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 033573 号

出版 发行:湖北教育出版社
网址:<http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号
邮编:430015 电话:027-83619605
邮购电话:027-83669149

经 销:新 华 书 店

印 刷:湖北恒吉印务有限公司

(430077·武昌岳家嘴特 1 号)

开 本:850mm×1168mm 1/32

14.75 印张

版 次:2003 年 6 月第 1 版

2003 年 6 月第 1 次印刷

字 数:350 千字

印数:1-5 000

ISBN 7-5351-3496-3/C·2816

定价:19.00 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

前 言

奥林匹克数学竞赛是覆盖面最广的一种群众性竞赛活动,几乎覆盖了全国各地每一所学校,“华罗庚金杯少年数学邀请赛”每年不知牵动了多少市民的心,人们都希望自己的孩子都能成为第二个华罗庚,成为第二个陈景润;也有许多的数学教师,总希望自己成为一个出类拔萃的教师。但当我们的父母看到孩子做不出训练题目想帮一把却又感到无助之时,总感叹自己手中没有一本好书,不是太难,就是太易,或是太偏,或是缺少系统性,而面对太多的竞赛资料又总觉得有些茫然。我们的许多教师也为竞赛书太多太滥大伤脑筋,为竞赛缺少一个既有系统性而又不超竞赛大纲的书而犯愁。为此我们广泛收集,将近八年的全国小学、初中奥林匹克竞赛试题、华杯赛试题及全国部分省市的初中竞赛试题,汇编成这套丛书。书中通过对试卷的全面分析和研究,对每道赛题都逐一进行了详细的解析。本套丛书力求体现以下特点:

1. **导向性。**全面反映了近几年中、小学数学竞赛的题型,及所考查的知识点和解题方法,从而可以看出未来竞赛命题的走向和原则。

2. **新颖性。**所选内容均是近八年全国及部分省市的竞赛试题,不仅内容新,题型新,而且具有广泛的代表性。用后一定会感到内容新鲜,题目新颖,精彩有趣。

3. **精巧性。**因为许多试题虽有一定难度,但难而不怪;灵活性强,高而可攀。当然,解答时具备较强的分析推理能力和灵活运用知识的能力。我们在解析时,注意做到语句通俗、简明,思路清晰、简捷。有的还配有图表说明,便于学生理解。对于一题多解,限于篇幅,一般采用一、两种最简便巧妙的方法。这对拓展学生思路,启迪思维,发展智力,将有很大帮助。

4. **实用性**。本丛书中前半部分是试题,并留有解答的空间,后半部分是解析。可作学生在赛前进行检测,检测后再对照答案掌握和理解解题方法。这样既便于学生用,也便于家长和教师参考。

5. **权威性**。本丛书是由在国际奥赛中屡夺金牌的黄冈的特、高级教师和国家级奥林匹克优秀教练员编写。

参加本书编写的有:南秀全、石涧、秦必耕、吕伦彬、余梦、魏友成、余曙光、付东峰、姜文清、肖九河、王飞、肖珂、沈立新、肖一鸣、胡海波、张克刚、吕中浩、刘明虎、段文涛、杨世俊、南山、杨仕春、杜江、陈正。

由于时间仓促和水平有限,编写中难免出现错误或不当之处,敬请广大读者提出宝贵意见。希望本套丛书铺就您的金牌之路。



	试题	答案
1997 年北京市初二数学竞赛试题	(1)	(222)
1997 年北京市初中数学竞赛试题	(4)	(230)
1998 年北京市初二数学竞赛试题	(6)	(234)
1999 年北京市初二数学竞赛试题	(8)	(242)
2001 年北京市初二数学竞赛试题	(10)	(245)
2002 年北京市初二数学竞赛试题	(13)	(248)



1997 年天津市初二数学竞赛试题	(16)	(250)
1997 年天津市初中数学竞赛试题	(18)	(253)
1999 年天津市初二数学竞赛试题	(20)	(258)
2001 年天津市初中数学竞赛试题	(22)	(260)



1997 年上海市初中数学竞赛试题	(25)	(262)
第七届新西兰达尼丁—中国上海 初中数学友谊通讯赛试题	(28)	(271)
1998 年上海市初中数学竞赛试题	(31)	(272)
2000 年上海市初中数学竞赛试题	(34)	(273)
2000 年上海市中学生业余数学学 校预备年级招生试题	(35)	(276)
2000 年上海市中学生业余数学学 校高一年级招生试题	(37)	(276)
1999 年上海市高中理科班、数学 班招生选拔测试题	(38)	(276)
2000 年上海市高中理科班、数学 班招生选拔测试题	(40)	(278)



1997 年重庆市初二数学竞赛试题	(41)	(280)
1997 年重庆市初三数学竞赛试题	(43)	(285)
1998 年重庆市初三数学竞赛试题	(46)	(290)
1999 年重庆市初二数学竞赛试题	(49)	(292)

试题 答案

2000 年重庆市初中数学竞赛试题	(51)	(293)
2001 年重庆市初三数学竞赛试题	(53)	(295)



1997 年山东省初中数学竞赛试题	(56)	(297)
1998 年山东省初中数学竞赛试题	(58)	(301)
1999 年山东省初中数学竞赛试题	(60)	(306)
2000 年山东省初中数学竞赛试题	(62)	(308)
2001 年山东省初中数学竞赛试题	(65)	(310)
2002 年山东省初中数学竞赛试题	(67)	(312)



1997 年江苏省初中数学竞赛试题	(70)	(317)
1998 年江苏省初中数学竞赛试题	(73)	(324)
1999 年江苏省初中数学竞赛试题	(77)	(331)
2000 年江苏省初一数学竞赛试题	(79)	(335)
2000 年江苏省初二数学竞赛试题	(85)	(336)
2000 年江苏省初中数学竞赛试题	(91)	(338)
2001 年江苏省初中数学竞赛试题	(94)	(340)
2002 年江苏省初一数学竞赛试题	(102)	(344)
2002 年江苏省初二数学竞赛试题	(105)	(344)



1997 年安徽省初中数学竞赛试题	(107)	(345)
1998 年安徽省初中数学竞赛试题	(109)	(350)



1997 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(111)	(353)
1998 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(113)	(358)
1999 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(115)	(363)
2000 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(117)	(366)

试题 答案

2001 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(119)	(369)
2002 年湖北省黄冈市初中数学竞赛试题	(121)	(372)



1998 年武汉市初中数学竞赛试题	(124)	(376)
1999 年武汉市初中数学竞赛试题	(127)	(377)
2000 年武汉市初中数学竞赛试题	(129)	(378)



1997 年湖北省荆州市初二数学竞赛试题	(132)	(379)
1997 年湖北省荆州市初三数学竞赛试题	(134)	(382)



1997 年太原市初中数学竞赛试题	(136)	(386)
2000 年太原市初中数学竞赛试题	(138)	(390)
2002 年太原市初中数学竞赛试题	(141)	(392)



1997 年江西省赣州地区初三数学竞赛试题 ..	(143)	(394)
2000 年江西省赣州市初三数学竞赛试题	(145)	(395)



2000 年浙江省绍兴市初中数学竞赛试题	(148)	(399)
2001 年浙江省绍兴市初中数学竞赛试题	(151)	(401)



1998 年河北省初中数学竞赛试题	(154)	(403)
2000 年河北省初中数学竞赛试题	(156)	(407)
2001 年河北省初中数学竞赛试题	(159)	(409)



试题 答案

1997 年陕西省初中数学竞赛试题	(162)	(413)
1998 年陕西省三年制高中理科实验班招生数学试题	(164)	(418)



1997 年河南省初三数学竞赛试题	(166)	(420)
2002 年河南省初二数学竞赛试题	(169)	(422)



1998 年成都市初一年级数学运算能力比赛试题	(171)	(422)
1998 年成都市初二年级几何入门学习比赛试题	(174)	(424)



1998 年四川省初中数学联赛试题	(179)	(426)
2002 年四川省初中数学竞赛试题	(181)	(429)



1997 年广西初中数学竞赛试题	(183)	(431)
1998 年广西初中数学竞赛试题	(188)	(433)
1999 年广西初中数学竞赛试题	(191)	(435)
2000 年广西“新世纪杯”初中数学竞赛试题	(196)	(439)
2001 年广西“创新杯”初中数学竞赛试题	(202)	(446)
2002 年广西初中数学竞赛试题	(206)	(450)

试题 答案



2000 年湖北省初中数学竞赛试题	(211)	(452)
2002 年湖北省初中数学竞赛试题	(214)	(455)



2000 年中学生数理化读刊用刊 知识竞赛试题	(216)	(459)
2001 年第二届全澳门校际初中 数学竞赛试题	(220)	(459)



1997 年北京市初二数学竞赛试题

初 赛

一、选择题(满分 36 分,每小题只有一个正确答案,答对得 6 分,答错或不答均计 0 分).

1. 同时都含有字母 a, b, c 且系数为 1 的七次单项式共有().

(A) 4 个 (B) 12 个 (C) 15 个 (D) 25 个

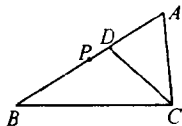
2. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 2\angle B$, CD 是 $\angle C$ 的平分线, $\angle C \neq 72^\circ$, P 是 AB 边的中点, 则().

(A) $AD = BC - CD$

(B) $AD = BC - CA$

(C) $AD = BC - AP$

(D) $AD = BC - BD$



3. 若 a, b 为实数, 且 $a|a+b| < |a|(a+b)$, 则().

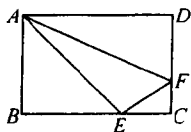
(A) $a > 0$ 且 $b < a$ (B) $a > 0$ 且 $b > -a$

(C) $a < 0$ 且 $b > -a$ (D) $a < 0$ 且 $b < -a$

4. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, E 是 BC 上的点, F 是 CD 上的点, 已知 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ADF} = \frac{1}{3} S_{ABCD}$, 则

$\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle CEF}}$ 的值等于().

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5



5. 命题甲: 若三个实数 a, b, c 适合 $(a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2 = 0$. 则 $a=b=c$; 命题乙: 存在非零实数 a, b, c , 使得

$$\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} = 0;$$

命题丙: 若三个实数 a, b, c 满足 $a+b > c, b+c > a, c+a > b$, 则 $(a+b)(b+c)(c+a) > abc$.

以上三个命题中, 真命题的个数是().

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

6. 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, E 是边 AB 上的点, $AE=1$, O 是 DE 的中点, 过 O 作直线分别交 DA 、 BC 于 M 、 N , 且 $MN=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, 则 ().

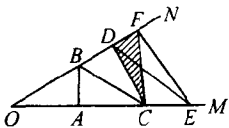
- (A) $\angle MOD = \angle DEB$ (B) $\angle MOD = \angle AED$
(C) $\angle MOD = 90^\circ$ (D) $\angle MOD \neq 90^\circ$

二、填空题(满分 64 分, 每小题答对得 8 分, 答错或不答均计 0 分).

1. 已知 $ab < 0$, 求 $a^2|b| - b^2|a| + ab(|a| - |b|)$ 的值.

2. 已知 $3a+b+2c=3$ 且 $a+3b+2c=1$, 求 $2a+c$ 之值.

3. 如图, $\angle MON$ 两边上分别有 A 、 C 、 E 及 B 、 D 、 F 六个点, 并且 $S_{\triangle OAB} = S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BCD} = S_{\triangle CDE} = S_{\triangle DEF} = 1$, 试确定 $\triangle CDF$ 的面积.

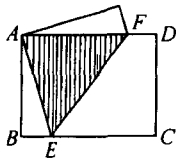


4. 甲杯中装有含盐 20% 的盐水 40 千克, 乙杯中装有含盐 4% 的盐水 60 千克, 现从甲杯中取出一些盐水放入丙杯, 再从乙杯中取一些盐水放入丁杯, 然后将丁杯盐水全倒入甲杯, 把丙杯盐水全倒入乙杯, 结果甲、乙两杯成为含盐浓度相同的两杯盐水, 若已知从乙杯取出并倒入丁杯的盐水重量是从甲杯取出并倒入丙杯盐水重量的 6 倍, 试确定从甲杯取出并倒入丙杯的盐水多少千克?

5. 已知四位数 $\overline{2x9y}$ 满足 $\overline{2x9y} = 2^x \cdot 9^y$, 试确定 $\overline{2x9y} - x(x^{2y-1} - x^{y-1} - 1)$ 的值.

6. 已知质数 p, q 使得表达式 $\frac{2p+1}{q}$ 及 $\frac{2q-3}{p}$ 都是自然数, 试确定 p^2q 的值.

7. 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$, 现将 A 、 C 重合, 使纸片折叠压平, 设折痕为 EF , 试确定重叠部分 $\triangle AEF$ 的面积.



8. 一个直角三角形的三边长均为正整数, 已知它的一条直角边的长恰是 1997, 问另一条直角边的长是多少?

复 赛

一、填空题(满分 40 分,每小题 8 分)

1. 若 x, y 是方程组 $\begin{cases} 1995x+1997y=5989 \\ 1997x+1995y=5987 \end{cases}$ 的解, 则 $\frac{x^3y^2}{x^2+y^3} =$

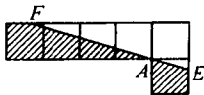
_____.

2. $\triangle ABC$ 中, 三个内角的度数均为整数, 且 $\angle A < \angle B < \angle C$, $4\angle C = 7\angle A$, 则 $\angle B =$ _____.

3. 正数 a, b, c 满足 $ab+a+b=bc+b+c=ca+c+a=3$, 则 $(a+1)(b+1)(c+1) =$ _____.

4. M 是边长为 1 的正方形 $ABCD$ 内一点, 若 $MA^2 - MB^2 = \frac{1}{2}$, $\angle CMD = 90^\circ$, 则 $\angle MCD =$ _____.

5. 如图, “L 形”纸片由六个边长为 1 的小正方形组成, 过 A 点切一刀, 刀痕是线段 EF , 若阴影部分面积是纸片面积的一半, 则 $EF =$ _____.



二、(满分 15 分)

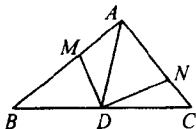
若 $x+y=a+b$ 且 $x^2+y^2=a^2+b^2$, 求证: $x^{1997}+y^{1997}=a^{1997}+b^{1997}$.

三、(满分 15 分)

试求出末八位恰是 18421997 并且能被 71 整除的最小自然数.

四、(满分 15 分)

$\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 点 M 在 AB 边上, 点 N 在 AC 边上, 并且 $\angle MDN = 90^\circ$, 如果 $BM^2 + CN^2 = DM^2 + DN^2$, 求证:



$$AD^2 = \frac{1}{4}(AB^2 + AC^2).$$

五、(满分 15 分)

下面给出表 1 和表 2

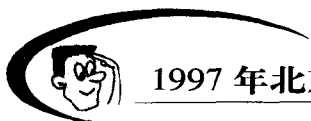
0	1	5	4
3	2	6	7
8	4	5	5
2	0	4	6

表 1

1	0	0	1
0	0	0	0
0	0	0	0
1	0	0	1

表 2

若将表 1 中相邻的两个小方格(指有公共边的两个小方格)中的数都加上或减去同一个数,称作一次操作,问经过若干次操作之后,能否将表 1 变成表 2? 若能,请写出一种操作过程;若不能,请说明理由.



1997 年北京市初中数学竞赛试题

一、选择题(满分 20 分,每小题 5 分)

1. $\operatorname{tg}44^\circ \operatorname{tg}45^\circ \operatorname{tg}46^\circ$ 的值是().

(A)1 (B)0 (C)45 (D)2070

2. 方程 $x^2 + px + 1997 = 0$ 恰有两个正整数根 x_1, x_2 , 则

$\frac{p}{(x_1+1)(x_2+1)}$ 的值是().

(A)1 (B)-1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

3. $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A, B 两点, $\angle AO_1B + \angle AO_2B = 250^\circ$, 过 B 作割线交 $\odot O_1$ 于 C_1 , 交 $\odot O_2$ 于 D, 连 AC, AD, 则 $\angle CAD$ 等于().

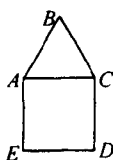
(A) 65° (B) 55° (C) 45° (D) 35°

4. 点 $A(-4, 0)$, $B(2, 0)$ 是 xOy 坐标平面上两定点, C 是 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 的图象上的动点, 则满足上述条件的直角 $\triangle ABC$ 可以画出().

(A)1 个 (B)2 个 (C)3 个 (D)4 个

二、填空题(满分 40 分,每小题 8 分)

1. 如图, $\triangle ABC$ 是边长为 1 的正三角形, ACDE 是边长为 1 的正方形, 则过 B, D, E 三点的圆的直径等于_____.



2. 若 $1 < a < 2$, $b = \frac{\sqrt{\frac{2-a}{a}} + \sqrt{\frac{a}{2-a}}}{\sqrt{\frac{2-a}{a}} - \sqrt{\frac{a}{2-a}}}$, 则 $b(a-1)$

=_____.

3. $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A, B 两点, 过 A 点作直线 l 交 $\odot O_1$ 于点

C , 交 $\odot O_2$ 于点 D , 交 O_2O_1 的延长线于点 P , 若 $O_1O_2 = 2\sqrt{3}$, $\angle DPO_2 = 30^\circ$, 则 $CD = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 已知方程组 $\begin{cases} x+y=5 \\ 3x^2+y^2=23 \end{cases}$ 的两组解是 (x_1, y_1) 与 (x_2, y_2) , 则 $x_1y_2 + x_2y_1$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

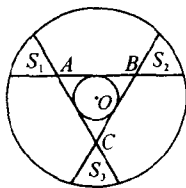
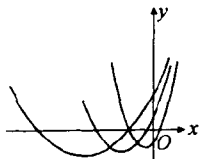
5. $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D, E 是 BC 边上的两点, 且 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle ADC = \frac{1}{3} \angle AEC$, 若 $BD = 11, DE = 5$, 则 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、(满分 15 分)

以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径画圆, 与边 AC 交于 M , 与边 BC 交于 N , 已知 $\triangle ABC$ 的面积是 $\triangle CMN$ 面积的 4 倍, $\triangle ABC$ 中有一个内角度数是另一内角度数的 2 倍, 试计算 $\triangle ABC$ 三个内角的度数.

四、(满分 15 分)

小明在同一个直角坐标系 $x-O-y$ 中画出了 $y = ax^2 + bx + c$, $y = bx^2 + cx + a$, $y = cx^2 + ax + b$ 三个二次函数的图象, 如图所示, 请你判定小明画的图象是否正确, 如果正确, 举出三个合乎条件的具体的二次函数, 画图验证之; 如果不正确, 请说明理由.



五、(满分 15 分)

如图所示, 大小两个同心圆, O 是圆心, 作小圆的三条切线分别交于 A, B, C 三点, 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 以 A, B, C 为顶点的三个阴影部分的面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 试证 $S_1 + S_2 + S_3 - S$ 为定值.

六、(满分 15 分)

任取 17 个彼此不同并且都不超过 52 的自然数, 求证: 它们中一定存在两个数, 其差要么等于 4, 要么等于 5, 要么等于 9.



1998 年北京市初二数学竞赛试题

初 赛

一、选择题(满分 36 分,每小题 6 分)

1. 已知如下数组

① $\sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}$, ② $\sqrt{10}-3, 2\sqrt{2}-\sqrt{5}, 32-10\sqrt{10}$, ③12402, 12240, 1998, ④1998, 640, 2098.

其中可作为直角三角形三边长度的数组是().

- (A)①,④ (B)②,④ (C)②,③ (D)③,④

2. 在下面时间段内,时钟的时针与分针会出现重合的是().

- (A)5:25~5:26 (B)5:26~5:27
(C)5:27~5:28 (D)5:28~5:29

3. 已知 $A = (2-x) - (\sqrt{2}x-5)\sqrt{2}$, 使 A 为正数的自然数 x 有().

- (A)1 个 (B)2 个
(C)多于 2 的有限个 (D)无限多个

4. 将长度为 20 的铁丝围成三边长均为整数的三角形,那么,不全等的三角形的个数是().

- (A)5 (B)6 (C)8 (D)10

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, $AB = 12$. 则 $\triangle ABC$ 的面积等于().

- (A)16 (B)18 (C) $12\sqrt{2}$ (D) $12\sqrt{3}$

6. 已知 $a=2^{3^4}$, $b=2^{4^3}$, $c=3^{2^4}$, $d=4^{3^2}$, $e=4^{2^3}$. 则 a, b, c, d, e 的大小关系是().

- (A) $a=b=d=e < c$ (B) $a=b=d=e > c$
(C) $e < d < c < b < a$ (D) $e < c < d < b < a$

二、填空题(满分 64 分,每小题 8 分)

1. 化简 $\sqrt{\frac{a^2-3a+2}{a^2-6a+9}} \cdot \frac{a-3}{\sqrt{2-a}} + \sqrt{1-a} = \underline{\hspace{2cm}}$.

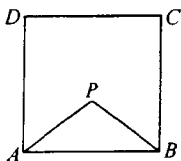


图 1

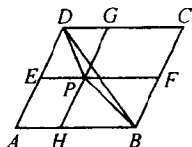


图 2

2. 如图 1, P 为正方形 $ABCD$ 内一点. $PA=PB=10$, 并且 P 点到 CD 边的距离也等于 10, 那么, 正方形 $ABCD$ 的面积是_____.

3. 已知 a 为整数, $|4a^2-12a-27|$ 是质数. 那么, a 的所有可能值的和为_____.

4. 如图 2, P 为平行四边形 $ABCD$ 内一点, 过点 P 分别作 AB 、 AD 的平行线交平行四边形于 E 、 F 、 G 、 H 四点, 若 $S_{AHPE}=3$, $S_{PFCG}=5$, 则 $S_{\triangle PBD}=\underline{\hspace{2cm}}$.

5. 实数 a, b, x, y 满足 $y+|\sqrt{x}-\sqrt{3}|=1-a^2$, $|x-3|=y-1-b^2$. 则 $2^{x-y}+2^{a+b}$ 之值是_____.

6. 多项式 $x^2+axy+by^2-5x+y+6$ 的一个因式是 $x+y-2$. 则 $a+b$ 的值为_____.

7. 梯形的两条对角线互相垂直, 其中一条对角线的长是 5 厘米, 梯形的高等于 4 厘米. 那么, 梯形的面积是_____.

8. 某商场有一部自动扶梯匀速由下而上运动, 甲、乙二人都急于上楼办事, 因此在乘扶梯的同时匀速登梯, 甲登了 55 级后到达楼上, 乙登梯速度是甲的 2 倍(单位时间乙登楼梯级数是甲的 2 倍), 他登了 60 级后到达楼上, 那么, 由楼下到楼上自动扶梯级数为_____.

复 赛

一、填空题(满分 40 分, 每小题 8 分)

1. 若 $x+y=\sqrt{3\sqrt{5}-\sqrt{2}}$, $x-y=\sqrt{3\sqrt{2}-\sqrt{5}}$, 则 $xy=\underline{\hspace{2cm}}$.

2. 如图 1, 等腰直角三角形 ABC 中, D 为斜边 AB 的中点, E, F 分别为腰 AC, BC 上(异于端点)的点, $DE \perp DF$, $AB=10$, 设 $x=DE+DF$, 则 x 的取值范围是_____.

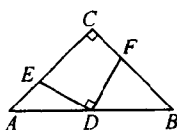


图 1

3. 实数 a, b 满足 $\sqrt{a^2-2a+1}+\sqrt{36-12a+a^2}$

$=10-|b+3|-|b-2|$. 则 a^2+b^2 的最大值为_____.

4. 若 y, z 均为质数, $x=yz$, 且 x, y, z 满足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{z}$. 则 $1998x + 5y + 3z =$ _____.

5. 黑板上写有 $1, 2, 3, \dots, 1997, 1998$ 这 1998 个自然数, 对它们进行操作. 每次操作规则如下: 擦掉写在黑板上的三个数后, 再添写上所擦掉三个数之和的个位数字, 例如: 擦掉 5, 13 和 1998 后, 添加上 6; 若再擦掉 6, 6, 38, 添加上 0, 等等. 如果经过 998 次操作后, 发现黑板上剩下两个数, 一个是 25, 则另一个是_____.

二、(满分 15 分) 今有浓度为 5%、8%、9% 的甲、乙、丙三种盐水分别为 60 克、60 克、47 克. 现要配制浓度为 7% 的盐水 100 克, 问甲种盐水最多可用多少克? 最少可用多少克?

三、(满分 15 分) 矩形 $ABCD$ 中, $AB=20$ 厘米, $BC=10$ 厘米. 若在 AC, AB 上各取一点 M, N (如图 2), 使 $BM+MN$ 的值最小, 求这个最小值.

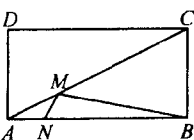


图 2

四、(满分 15 分) 国际象棋比赛中, 胜一局得 1 分, 平一局得 0.5 分, 负一局得 0 分. 今有 8 名选手进行单循环比赛 (每两人均赛一局), 赛完后, 发现各选手的得分均不相同, 当按得分由大到小排列好名次后, 第四名选手得 4.5 分, 第二名的得分等于最后四名选手得分总和. 问前三名选手各得多少分? 说明理由.

五、(满分 15 分) 如图 3, 正方形 $ABCD$ 被两条与边平行的线段 EF, GH 分割成四个小矩形, P 是 EF 与 GH 的交点, 若矩形 $PFCH$ 的面积恰是矩形 $AGPE$ 面积的 2 倍, 试确定 $\angle HAF$ 的大小并证明你的结论.

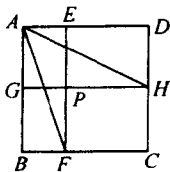


图 3



1999 年北京市初二数学竞赛试题

一、选择题 (满分 25 分, 每小题 5 分)

1. $x^2+2x-99$ 等于 ().