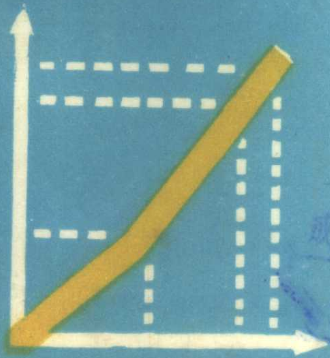
PUTONG WULIXUE ZHIDAO



高等学校专修科教学参考书

吴[illegible]山　李建新　金以娟　合编

普通物理学指导

中国铁道出版社

高 等 学 校 专 修 科
教 学 参 考 书

普通物理学指导

吴春山 李建新 金以娟 合编

中 国 铁 道 出 版 社
1986年·北京

内 容 提 要

本书是为林铁生、周盛芳、于乾鹏等同志编写的《普通物理学》而编写的学习指导。可与《普通物理学》一书配套使用，也可供函授、职工大学、业余大学的学生参考。

本学习指导共分十三章，每章由基本要求、学习指导、解题方法和典型例题、自我检查题等四部分组成。其中，学习指导和解题方法与典型例题是每章的重点。学习指导，主要指出每章学习的主要概念、基本规律、学习时应注意的问题等；解题方法和典型例题；主要指出如何运用所学的理论去分析、求解具体问题。每一章的最后自我检查题，既可作为作业，也可作为检查学习的情况。书后附有相应的答案。

高等学校专修科教学参考书
普通物理学指导
吴春山　李建新　金以娟　合编
中国铁道出版社出版
责任编辑　李云国　封面设计　刘景山
新华书店北京发行所发行
各地新华书店经售
中国铁道出版社印刷厂印
开本：787×1092毫米 $\frac{1}{16}$ 印张：7.625 字数：173 千
1986年5月 第1版 第1次印刷
印数：0001—10,000册 定价：1.25元

前　言

本书是为高等工科院校二年制专修科学生或干部专修班学员编写的“普通物理学”的辅导教材，可以与林铁生、周盛芳、于乾鹏编《普通物理学》配套使用，也可以单独使用。

考虑到二年制专修科学生和干部班学员的特点，以及学习普通物理时遇到的困难，我们曾为他们编写一本“学习指导”性的讲义，指出每部分学习的基本要求，重点内容和学习时应注意的问题，特别是如何应用所学理论分析和求解具体问题的方法等。

本书是在讲义的基础上改编而成的，目的是为了帮助学员更好地掌握教材的基本内容，提高运用基本概念，基本定律（定理）解题的能力。编写时力求简炼，而又能包括基本内容。每章均由“基本要求”、“学习指导”、“解题方法和典型例题”、“自我检查题”四部分组成。

参加本书编写工作的有：吴春山（第零章、第六章、第七章、第十二章）、李建新（第八章至第十一章）、金以娟（第一章至第五章）。编写过程中，北方交通大学物理教研室的林铁生、周盛芳、于乾鹏老师都提出过宝贵意见，特别是于乾鹏老师审阅了全部原稿。魏慧娟老师在使用原讲义的过程中曾提出过许多宝贵意见，陈尔新等同志为本书绘制了插图。在此一并表示深切的谢意。

由于编写时间仓促，编者水平有限，书中难免有很多缺点和错误，恳切希望使用本书的老师和同志们提出宝贵意见，以便改进。

编　者　1985年3月

于北方交通大学

目　录

第零章　数学预备知识

本章是学习本课程的数学预备知识。主要内容有两个方面，一是微积分，二是矢量。安排这部分内容的目的是为了提高物理课的学习起点，使读者对物理学的基本概念有较深入的理解。在讲述方法上，不求严格和完整，而是较多地结合物理课的需要，强调运算方法。有关这部分知识的系统学习，将在高等数学课程中去完成。

一、基 本 要 求

1. 掌握导数、微分、积分的基本概念及其简单的计算方法；

2. 掌握矢量的概念和矢量正交分解与合成法则；会计算简单的矢量导数；了解矢量点积和叉积的意义。

二、学 习 指 导

（一）导数的概念

在教材中已给导数下了严格的定义，这里不再重复。导数的物理意义可作如下理解：导数是函数的变化率；即给定函数 $y=f(x)$，当自变量 x 增加 dx 时，函数 $y=f(x)$ 相应的增加 dy，则比值 $\frac{dy}{dx}$ 就是函数 y 对自变量的导数。

导数的概念是建立在极限概念的基础上的．由定义式

$$\frac{dy}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

知道，它是 $\Delta x\to 0$ 时，函数 y 对 x 的变化率。它的着眼点

是研究函数的变化。导数的大小代表函数随自变量变化的快慢；导数的正负表示函数的增减，$\frac{dy}{dx}>0$，代表函数随自变量的增加而增加；$\frac{dy}{dx}<0$，代表函数随自变量的增加而减小。

在 $y-x$ 图上，导数的几何意义就是曲线 $y=f(x)$ 在（x，y）点的斜率。

（二）导数的求法

计算函数的导数是进行微分、积分运算的基础，这里只要求根据常用的导数公式和求导法则，计算简单函数的导数。根据物理课的需要，作为基本要求，需要掌握以下三点：

1. 记住最基本的八个导数公式

函　数　y	导　数　$\frac{dy}{dx}$	注
c（常数）	0	
x^n	nx^{n-1}	n为实数
$\sin x$	$\cos x$	
$\cos x$	$-\sin x$	
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$x>0$
e^x	e^x	
$\operatorname{tg} x$	$\sec^2 x$	
$\operatorname{ctg} x$	$-\csc^2 x$	

2. 记住并能熟练地运用下面四个求导法则

（1）$(u\pm v)'=u'\pm v'$

（2）$(uv)'=u'v+uv'$

（3）$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

（4）若 $y=y(u)$，$u=u(x)$ 则 $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$

3. 导数 $\frac{dy}{dx}$ 既可以看作是一种运算，也可以看作是两种独立运算 dy 与 dx 相除，例如

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}\quad\left(\text{其中 } v=\frac{dx}{dt}\right)$$

运用熟练，可以使较难的方程化简或者将二阶导数化为一阶导数。物理上常用这种办法将问题化简或者转换变量。

（三）微分的概念

微分又可分为自变量微分和函数的微分。

自变量 x 的微分就是 x 的任意一个无限小的增量。这个概念在物理学中几乎随时都要用到。比如时间由 t 变到 $t+dt$，质点的位置由 x 变到 $x+dx$，速度的大小由 v 变到 $v+dv$ 等，其中 t、x、v 的微小增量 dt、dx、dv 都可以看作是相应变量的微分。

一个函数 $y=f(x)$ 的导数 $f'(x)$，乘以自变量的微分 dx，叫做这个函数的微分，即

$$dy=df(x)=f'(x)dx$$

微分给出的是函数的增量，不是函数的变化率。比如正方形的面积 $s=x^2$（其中 x 是边长），当边长由 x 变到 $x+dx$ 时，正方形面积的增量为

$$ds=d(x^2)=2xdx$$

学习时应注意，微分学中的 dx，dy，……都是指的增量，$dy>0$ 代表函数 y 增加，$dy<0$ 代表函数 y 减小。为了避免混淆，一般不用“变化量”、“改变量”等术语，而用比较确切的“增量”这一术语，它表示变化后的量减去变

化前的量，这一点在物理学的应用中尤为重要。

（四）不定积分

不定积分是微分的逆运算，它解决的问题是已知一个函数$\varphi(x)$的导数$f(x)$，求这个函数$\phi(x)$（称为原函数）。记作

$$\int f(x)dx=\phi(x)+C$$

其中C是任意常数，即对应一个导数$f(x)$，它的原函数不是一个函数，而是彼此相差任意常数C的一组函数。计算时不能把这个常数C漏掉。在物理中，这个常数常由初始条件及边界条件来决定。

要能达到正确地、迅速地求出原函数，首先要求我们对常用函数的导数掌握得较熟练；其次要掌握一些基本的积分公式，对较难的积分，可以查积分表。现提出两点要求：

1. 掌握下面八个积分公式

（1）$\int 0\cdot dx=C$

（2）$\int x^n dx=\frac{1}{n+1}x^{n+1}+C$

（3）$\int \sin x dx=-\cos x+C$

（4）$\int \cos x dx=\sin x+C$

（5）$\int \frac{1}{x}dx=\mathrm{Ln}x+C$

（6）$\int e^x dx=e^x+C$

（7）$\int \sec^2 x dx=\mathrm{tg}x+C$

（8）$\int \csc^2 x dx = -\operatorname{ctg} x + C$

2. 记住不定积分的基本性质，并会灵活运用

（1）$\int Af(x)dx = A\int f(x)dx$　　其中A是常数

（2）$\int [f(x) \pm \varphi(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int \varphi(x)dx$

（3）若$\int f(x)dx = F(x) + C$则$\int f(u)du = F(u) + C$

其中$u = u(x)$是x的任意函数

（五）定积分

定积分在物理中应用较多，要求结合物理问题逐步学会写出被积函数的表达式和正确定出积分上下限。

1. 定积分的性质

不定积分的三个性质对定积分都适用，除此以外，还有下面两个性质。

（1）$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

（要求$f(x)$在$a \to c \to b$区间内可积）

（2）$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

2. 定积分的基本定理

若　$f(x) = \phi'(x)$

则　$\int_a^b f(x)dx = \phi(b) - \phi(a)$

这个定理告诉我们，求定积分的值，关键是求出$f(x)$的原函数。而求原函数是不定积分解决的问题。所以不定积分是定积分的基础。

3. 结合变速直线运动的路程和变力作功的问题，逐步学会取积分元和写出被积函数的方法，正确地选取积分上下

限。

现以变速直线运动的路程为例，说明求定积分的一般步骤。

在变速直线运动中，物体运动的速率 v 是时间 t 的函数

$$v=v(t)$$

求物体由t_1到t_2的时间内所走过的路程。

第一步，取元过程，即在$t_1\rightarrow t_2$的时间内，任取一段微小的时间间隔dt，因为dt取的非常短，这段微小时间内，速率$v(t)$的大小可以认为是不变的，走过的元路程

$$ds=v(t)dt$$

ds就是被积函数。

第二步，确定积分上下限$t_1\rightarrow t_2$，写出定积分的表达式

$$s=\int_{t_1}^{t_2}v(t)dt$$

总路程是每个微小过程路程之和。

第三步，根据$v(t)$的具体函数形式，求出$v(t)$的原函数。

第四步，将上下限代入原函数得总路程 s。

教材中关于定积分的应用举例，在后面的物理课中还要讲到。

（六）矢量的概念和表示方法

凡是具有大小和方向，合成时遵守平行四边形法则的物理量称为矢量。比如位移、速度、加速度、力、电场强度等都是矢量。矢量的表示方法有几何和文字表示两种：

1. 几何表示法：用画有箭头的直线段表示。线段的长短代表矢量的大小，箭头的指向代表矢量的方向。

2. 文字表示：在字母上画一个箭头或者用黑体字代表矢量，文字表示常有以下两种形式：

（1）用矢量模和单位矢量表示

$$\vec{A}=A\vec{A}_0 \quad 或 \vec{A}=A\hat{A}$$

式中$\vec{A}_0$或$\hat{A}$代表$\vec{A}$方向上的单位矢量，A表示矢量$\vec{A}$的模（大小）。

（2）用矢量的分量表示

$$\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}$$

式中$\vec{i}$、$\vec{j}$、$\vec{k}$代表直角坐标系中X、Y、Z三个坐标轴正方向的单位矢量。A_x、A_y、A_z分别是矢量$\vec{A}$在三个坐标轴上的投影。

3. 在矢量的书写和使用中，有以下一些问题，应当引起注意：

（1）等式两边必须都是矢量。如写成

$\vec{v}=-5\vec{i}$（m/s），$\vec{a}=3\vec{j}$（m/s^2）是正确的；假如写成$\vec{v}=$ $=-5$(m/s)，$\vec{a}=3$（m/s^2）都是错误的，因为等式的左边是一矢量，而等式右边却是一个标量。

注意：“矢量≠标量”

（2）矢量在坐标上的投影有正有负，这里“+”“−”号是表示方向的。“+”号表示矢量的方向与坐标的正方向相同，“−”号表示矢量的方向与坐标的正方向相反。

例如物体沿负X轴方向以5m/s的速度运动，它的速度可以写成$v=-5$m/s，这里负号表示$\vec{v}$的方向与X轴的正方向相反，不能把它当成负数。

“−”号的意义，在两个矢量大小的比较中，表现得更为明显。如两个物体运动的速度分别是$v_1=-5$(m/s)，$v_2=-2$(m/s)，在比较v_1和v_2大小的时候，可能出现两种情况，有人认为，因为$-5<-2$，所以$v_1<v_2$；也有人认为，v_1的大小是5(m/s)，v_2的大小是2(m/s)，所以第一个

物体的速度大。显然第一种答案是不对的，第二种答案是正确的。在这里"－"号代表矢量的方向，因而在比较大小的时候，是不应考虑的，这种情形相当于两个分别以5m/s和2m/s向西运动的物体，而选向东为坐标的正方向。

（3）求一个矢量，如果没有特别指明，不但要求出它的大小，还要求出它的方向。表示方法有两种。以图0—1所示的一个质点在某一时刻的速度为例。

矢量式 $\vec{v}=2\vec{i}+3\vec{j}$ (m/s)

给出它的大小和方向：

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{13}=3.6\ (\text{m/s})$$

$\vec{v}$与X轴的夹角θ

$$\theta=\text{arctg}\frac{v_y}{v_x}=\text{arctg}\frac{3}{2}=56.3^\circ$$

这两种方法是完全等价的，它们都是矢量的完整描述。

（七）矢量的合成法则

1. 平行四边形法则或三角形法则（见图0—2）

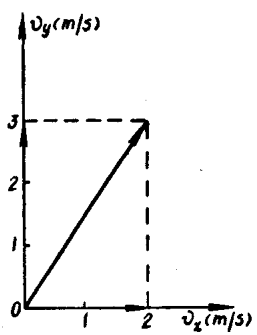


图 0—1

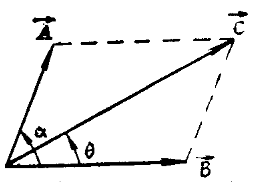


图 0—2

$$\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}$$

$\vec{C}$的大小可由余弦定理得到

$$C=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\alpha}$$

$\vec{C}$与$\vec{B}$的夹角θ，可由正弦定理求得

$$\frac{A}{\sin\theta}=\frac{C}{\sin(180^\circ-\alpha)}=\frac{B}{\sin(\alpha-\theta)}$$

2. 矢量的正交分解与合成（只要求二维）

将几个已知的矢量分解在两个相互垂直的坐标轴上，再将其分量相加，得到合成矢量的分量式，如图 0 — 3 所示。

$$\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}$$

$$A_x=A\cos\theta \qquad A_y=A\sin\theta$$

（1）θ是从X轴正方向开始，沿逆时针转向矢量$\vec{A}$时，$\vec{A}$与X轴正方向之间的夹角。这样取角度的好处是上述分量式总是成立的，投影的正负由$\cos\theta$和$\sin\theta$决定。

（2）利用正交分解合成方法，求几个矢量之和的步骤是：先将各个矢量在所选的坐标轴上分解；第二步是将相应坐标上投影的分量作代数相加，得到合成矢量的分量，然后再合成。

以图 0 — 4 为例，求$\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$

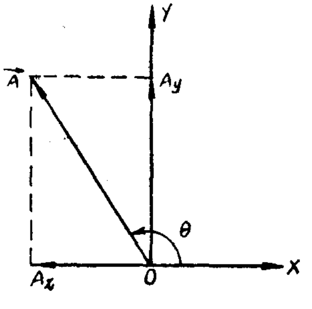


图　0 — 3

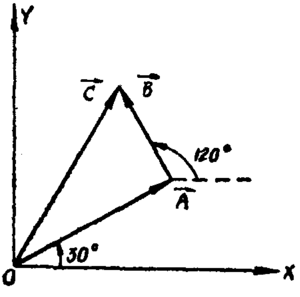


图　0 — 4

$$\vec{A}=A\cos30^\circ\vec{i}+A\sin30^\circ\vec{j}$$

$$\vec{B}=B\cos120^\circ\vec{i}+B\sin120^\circ\vec{j}$$

$$\vec{C}=\vec{A}+\vec{B}=(A\cos30^\circ+B\cos120^\circ)\vec{i}$$

$$+(A\sin30^\circ+B\sin120^\circ)\vec{j}$$

$$\vec{C}=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}A-\frac{1}{2}B\right)\vec{i}+\left(\frac{1}{2}A+\frac{\sqrt{3}}{2}B\right)\vec{j}$$

（八）矢量的导数

矢量具有大小和方向两个要素。一个矢量的大小或方向如果随它所处的位置或时间而变化，这样的矢量就称为矢量函数。例如，若矢量$\vec{A}$是时间的函数$\vec{A}=\vec{A}(t)$，它可能有以下三种变化：

大小改变，方向不变；

大小不变，方向改变；

大小改变，方向也改变。

因此，矢量的大小和方向都能引起矢量函数的变化。可用数学式子表示为（$\vec{A}=A\hat{A}$）

$$\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{dA}{dt}\hat{A}+A\frac{d\hat{A}}{dt}$$

$\frac{dA}{dt}\hat{A}$是由于$\vec{A}$的大小变化引起的；$A\frac{d\hat{A}}{dt}$是由于$\vec{A}$的方向变化引起的。矢量$\vec{A}$的变化率应该是两者之和。这样表示矢量函数的导数，意义明确，在讨论某些概念时用起来方便。但用它求出矢量导数的具体形式较难。为了求出矢量导数的具体形式，一般先将矢量写成分量式，然后再求导。在直角坐标系中，$\vec{A}=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k}$

因而
$$\frac{d\vec{A}}{dt}=\frac{dA_x}{dt}\vec{i}+\frac{dA_y}{dt}\vec{j}+\frac{dA_z}{dt}\vec{k}$$

三、解题方法和典型例题

微积分和矢量的运算，都有一定的方法和技巧，这要在学习高等数学时才能很好地解决，这里主要是利用常见的微积分公式和求导法则以及积分性质等计算简单函数（包括矢量函数）的导数，求简单函数的积分。要求有一定的熟练程度。

（一）简单函数的求导

【例题 1】 已知一质点的运动方程 $x=10t-4.9t^2$。求质点的运动速度 $v=\frac{dx}{dt}$ 和加速度 $a=\frac{dv}{dt}$。

【解】

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}\left(10t-4.9t^2\right)$$

$$=(10-9.8t)(\text{m/s})$$

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}(10-9.8t)=-9.8(\text{m/s}^2)$$

【例题 2】 若一作曲线运动的质点，它的速度的大小为 $v=\sqrt{400+(30-10t)^2}$，求 $\frac{dv}{dt}$

【解】 由于 v 是 t 的复合函数，

设 $u=400+(30-10t)^2$，$W=30-10t$

则 $v=\sqrt{u}$，$u=400+W^2$

$$\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{du}\ \frac{du}{dt}=\frac{dv}{du}\cdot\frac{du}{dW}\cdot\frac{dW}{dt}$$

$$=\frac{1}{2}u^{-\frac{1}{2}}\cdot 2W\cdot(-10)$$

$$=-\frac{10W}{\sqrt{u}}=\frac{100t-300}{\sqrt{400+(30-10t)^2}}$$

【例题 3】 将一个点电荷 Q 分成两部分，它们的电量分

别为 q 和 $Q-q$，放在相距为 r 处。根据库仑定律，它们的相互作用力为

$$F=K\frac{q(Q-q)}{r^2}$$

这个相互作用力的大小，在 r 一定的条件下，只与 q 的量值有关，由微分学的知识知道 $\frac{dF}{dq}=0$ 时有极值，且 $\frac{d^2F}{dq^2}<0$ 时是最大值，证明 F 有最大值，并求出这个最大的相互作用力。

【解】 $$F=K\frac{q(Q-q)}{r^2}=\frac{KQ}{r^2}q-\frac{K}{r^2}q^2$$

$$\frac{dF}{dq}=\frac{KQ}{r^2}-\frac{2K}{r^2}q,\quad \frac{d^2F}{dq^2}=-\frac{2K}{r^2}<0$$

所以 $\frac{dF}{dq}=\frac{KQ}{r^2}-\frac{2K}{r^2}q=0$ 时有最大值，

这时 $$q=\frac{1}{2}Q$$

即在总电荷一定，两点电荷间距不变的条件下，两点电荷所带电量相等时，它们之间的相互作用力最大。

（二）定积分

以功为例说明求解定积分问题的方法。需要的物理基础是已知恒力的功 $A=F\cos\theta\cdot l$，它表示在恒力 $\vec{F}$ 的作用下物体位移 $\vec{l}$ 时 $\vec{F}$ 对物体作的功。其中 θ 是 $\vec{F}$ 与 $\vec{l}$ 之间的夹角。

在这个基础上求变力的功的步骤是：

（1）在物体运动的路径上，任意选一小位移 dr；

（2）找出 dr 处外力的大小和方向；

（3）在外力作用下，物体移动 dr 时，外力所作的元功，可以用恒力的功来计算，即：

$$dA=F\cos\theta\cdot dr$$

其中 θ 是 dr 处 $\vec{dr}$ 与 $\vec{F}$ 间的夹角。这在数学上就找出了被积函