

高等学校试用教材

自动控制理论

下册

华中工学院蔡尚峰主编

机械工业出版社

高等学校试用教材

自动控制理论

下 册

华中工学院蔡尚峰 主编

机械工业出版社

自动控制理论

下 册

华中工学院蔡尚峰 主编

*

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 · 印张 $17 \frac{3}{4}$ · 字数 434 千字

1981 年 7 月北京第一版 · 1981 年 7 月北京第一次印刷

印数 00,001—31,000 · 定价 1.85 元

*

统一书号: 15033 · 5035

前 言

本书是根据一九七八年四月一机部在天津召开的高等学校一机部对口专业座谈会确定的教学计划及工业电气自动化专业教材会议上制订的自动控制理论课程教材编写大纲编写的。

本书分上下两册,上册包括第一章至第六章,下册包括第七章至第十章和两个附录。全书内容包括:线性连续系统、数字-采样系统、非线性系统和最优控制系统等的基本理论及其分析综合方法,以及自适应系统的简单介绍。以经典理论为重点,同时对现代控制理论也作了相应的叙述。

下册第七章——系统的综合,只包括线性连续系统的内容。其中经典部分着重介绍串接校正装置的综合,并介绍了局部反馈校正和标准传递函数法,这对扩展系统综合时的思路会有所帮助。本章中现代控制理论部分则着重介绍了较成熟的综合和控制问题。

第八章和第九章,每章均有一定的独立性;其中既有数学模型的建立,又有系统的分析和综合;基本内容均已涉及,这为进一步深入学习打下一定的基础。

第十章是较深入的内容,各校可根据具体情况具体掌握。

书中带有“*”的部分章节和例题,各校可灵活处理,也可供学生自学,不必都予讲授。

本书由华中工学院蔡尚峰同志主编。参加编写的有王离九同志(第七章的第一至第四节),李少慧同志(附录二),其余各章均由蔡尚峰同志编写。

参加本书编写工作的还有秦忆同志和蔡乃伦同志。

本书下册由天津大学卞继仁同志主审。参加审稿的还有:哈尔滨工业大学赵昌颖同志和邱化元同志,天津大学杨学俊同志,山东工学院常春馨同志,陕西机械学院张成乾同志,内蒙工学院钱洁文同志,太原工学院赵庆生同志和西安交通大学王浣尘同志等。

由于编者水平有限、时间仓促,书中肯定存在缺点和错误,希望读者批评指正。

一九八〇年四月

目 录

| | |
|--|--|
| <p>第七章 系统的综合1</p> <p>§ 7-1 概述1</p> <p>§ 7-2 自动控制系统的校正1</p> <p> 一、校正的实质1</p> <p> 二、校正方式2</p> <p> 三、超前、滞后和滞后-超前校正2</p> <p> 四、校正装置3</p> <p>§ 7-3 串接校正装置的综合10</p> <p> 一、用根轨迹法综合串接校正装置10</p> <p> 二、利用对数频率法综合串接校正装置15</p> <p> 三、按希望对数幅频特性综合串接校正装置20</p> <p>§ 7-4 局部反馈校正及其综合27</p> <p> 一、局部反馈校正及其综合27</p> <p> 二、关于应用局部反馈校正提高系统质量的问题29</p> <p>§ 7-5 标准传递函数综合法30</p> <p> 一、按时间乘误差绝对值对时间的积分 (ITAE 准则) 为极小时确定的标准传递函数30</p> <p> 二、按闭环极点具有白脱瓦尔斯配置确定的标准传递函数32</p> <p> 三、按标准传递函数综合串接校正装置的例子32</p> <p>§ 7-6 状态空间法中系统的极点配置问题33</p> <p> 一、应用状态反馈实现规定的极点配置33</p> <p> 二、应用输出至 x 反馈实现规定的极点配置36</p> <p> 三、关于应用输出至输入反馈实现规定的极点配置问题36</p> <p>§ 7-7 状态空间法中系统的镇定问题37</p> <p>§ 7-8 观测器设计40</p> <p> 一、观测器40</p> <p> 二、观测器设计40</p> <p>§ 7-9 降阶观测器44</p> <p> 一、降阶观测器模型的建立44</p> <p> 二、G_1 存在的条件45</p> | <p> 三、\dot{y} 的去除45</p> <p>*四、关于化系统 $(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C})$ 成为系统 (A, B, C) 问题47</p> <p>§ 7-10 带观测器的闭环控制系统49</p> <p> 一、系统的设计49</p> <p> 二、带观测器的闭环控制系统的一些特征50</p> <p>习题54</p> <p>参考资料57</p> <p>第八章 非线性系统59</p> <p>§ 8-1 自动控制系统中的非线性特性及其对系统性能的影响59</p> <p> 一、非线性系统的若干特征59</p> <p> 二、典型非线性特性及其对系统性能的影响61</p> <p>§ 8-2 研究非线性系统的描述函数法64</p> <p>§ 8-3 典型非线性元件的描述函数66</p> <p> 一、饱和特性66</p> <p> *二、死区67</p> <p> 三、滞环68</p> <p> *四、继电特性70</p> <p>§ 8-4 用描述函数法研究非线性系统75</p> <p> 一、稳定性分析75</p> <p> 二、系统的校正79</p> <p> 三、正弦输入信号作用下非线性系统的输出81</p> <p>§ 8-5 研究非线性系统的相平面法84</p> <p>§ 8-6 相平面图的绘制85</p> <p> 一、解析法85</p> <p> 二、等倾线法87</p> <p>§ 8-7 奇点和奇线89</p> <p> 一、奇点89</p> <p> 二、极限环——奇线93</p> <p>*§ 8-8 用相平面法研究非线性系统98</p> <p> 一、位置随动系统分析98</p> <p> 二、继电控制系统阶跃响应和斜坡响应等的确定104</p> <p> 三、系统时间特性的求取106</p> |
|--|--|

| | | | |
|---------------------------------|-----|--|-----|
| § 8-9 用略普诺夫第二法分析非线性系统的稳定性 | 109 | 一、 $D(z)$ 物理上能实现性条件 | 185 |
| 一、阿塞尔曼法 | 110 | 二、 $D(z)$ 的实现 | 186 |
| 二、鲁里约-列夫雪茨法 | 112 | § 9-13 最少拍采样系统的综合 | 191 |
| 三、克拉索夫斯基法 | 115 | 一、最少拍系统中 $D(z)$ 的综合 | 191 |
| 四、变量梯度法 | 116 | 二、无稳态误差的最少拍系统的综合 | 192 |
| 习题 | 121 | 三、无波纹无稳态误差的最少拍系统的综合 | 194 |
| 参考资料 | 123 | § 9-14 采样系统的状态变量表达式 | 198 |
| 第九章 数字-采样系统 | 124 | 一、根据采样系统连续部分的状态变量表达式建立采样系统的状态变量表达式 | 198 |
| § 9-1 概述 | 124 | 二、由采样系统的脉冲传递函数或输入输出差分方程求状态变量表达式 | 200 |
| § 9-2 采样过程 | 127 | § 9-15 采样系统状态方程的解法 | 203 |
| 一、采样过程 | 127 | 一、迭代法 | 203 |
| 二、采样信号——调幅脉冲序列的拉氏变换 | 129 | 二、 z 变换法 | 204 |
| 三、采样定理 | 130 | 三、状态转移矩阵的性质和求法 | 206 |
| § 9-3 信号恢复 | 132 | § 9-16 能控性和能观测性 | 207 |
| 一、零阶保持器 | 132 | 一、采样系统的状态完全能控性 | 207 |
| 二、一阶保持器 | 133 | 二、采样系统的完全能观测性 | 208 |
| § 9-4 z 变换 | 135 | § 9-17 脉冲传递矩阵 | 209 |
| 一、 z 变换 | 135 | § 9-18 应用状态空间法综合最少拍系统 | 210 |
| 二、基本定理 | 138 | 习题 | 213 |
| 三、 z 反变换 | 143 | 参考资料 | 215 |
| § 9-5 采样系统的数学模型 | 145 | 第十章 最优控制和自适应系统 | 216 |
| 一、差分方程 | 145 | § 10-1 最优控制和性能指标 | 216 |
| 二、脉冲传递函数(z 传递函数) | 147 | 一、最优控制系统 | 216 |
| § 9-6 采样系统的分析 | 153 | 二、性能指标 | 216 |
| 一、稳定条件与代数判据 | 153 | 三、最优控制问题 | 218 |
| 二、 z 平面上的零极点分布与瞬态质量 | 156 | § 10-2 变分法 | 220 |
| 三、系统的稳态误差 | 163 | 一、固定端点、无约束时的极值 | 220 |
| § 9-7 应用根轨迹法分析采样系统 | 165 | 二、变动端点时的极值 | 224 |
| 一、 z 平面上的根轨迹 | 165 | 三、条件极值 | 226 |
| 二、用根轨迹法分析二阶采样系统 | 167 | 四、应用变分法求解最优控制问题 | 228 |
| § 9-8 应用频率法分析采样系统 | 170 | § 10-3 动态规划 | 232 |
| 一、频率特性 | 171 | 一、最优原理 | 232 |
| 二、极坐标图的绘制 | 172 | 二、应用数字计算机直接求解最优控制问题 | 233 |
| 三、系统分析 | 173 | 三、连续(时间)动态规划——贝尔曼方程 | 235 |
| 四、关于应用对数频率法分析采样系统 | 174 | 四、应用动态规划求解线性最优控制问题 | 239 |
| § 9-9 采样系统的综合 | 176 | § 10-4 极大值原理 | 243 |
| § 9-10 应用对数频率法综合串接校正装置 | 176 | 一、最优控制的必要条件——极大值原理 | 243 |
| 一、连续校正装置的综合 | 176 | 二、应用极大值原理求解线性最优控制问题 | 247 |
| 二、断续校正装置的综合 | 182 | | |
| § 9-11 应用根轨迹法综合串接校正装置 | 183 | | |
| § 9-12 $D(z)$ 的稳定性及其实现 | 185 | | |

VI

| | | | |
|---------------------------------|-----|---------------------------------------|-----|
| *三、极大值原理的简单证明 | 248 | (二) 行矩阵、列矩阵和标量 | 272 |
| § 10-5 基于二次型性能指标的线性最优控制系统 | 249 | (三) 对角矩阵、单位矩阵和零阵 | 272 |
| 一、简单总结 | 249 | (四) 转置矩阵 | 273 |
| 二、线性最优控制系统的频域特性 | 250 | (五) 对称矩阵、斜对称矩阵 | 273 |
| 三、具有要求衰减系数的最优控制系统 | 252 | (六) 三角矩阵 | 273 |
| § 10-6 时间最优控制系统 | 253 | (七) 分块矩阵 | 273 |
| 一、最优轨线 | 253 | (八) 正交矩阵 | 274 |
| 二、闭环时间最优控制系统 | 254 | (九) 共轭矩阵、赫米特矩阵 | 274 |
| 三、切换次数定理 | 256 | § A-3 矩阵的相等和加减运算 | 274 |
| *§ 10-7 李萨蒂方程解法 | 257 | (一) 两个 $m \times n$ 矩阵相等 | 274 |
| 一、李萨蒂微分方程的负指数解法 | 257 | (二) 两矩阵之和(或差) | 274 |
| 二、李萨蒂代数方程的解法 | 259 | § A-4 矩阵乘法 | 274 |
| *§ 10-8 离散变分法和离散极大值原理 | 261 | (一) 矩阵与数量相乘 | 274 |
| 一、离散欧拉方程 | 261 | (二) 矩阵乘矩阵 | 275 |
| 二、离散极大值原理 | 263 | (三) 矩阵的幂 | 275 |
| § 10-9 自适应控制系统 | 265 | § A-5 矩阵和、以及矩阵积的转置 | 275 |
| 一、自适应控制系统 | 265 | § A-6 奇异矩阵和非奇异矩阵 | 275 |
| 二、自适应控制系统中的性能指标 | 266 | § A-7 逆矩阵 | 275 |
| 三、自适应控制系统的几种类型 | 266 | (一) 对于方阵 \mathbf{A} | 275 |
| 习题 | 268 | (二) 逆矩阵特征 | 276 |
| 参考资料 | 269 | § A-8 矩阵的秩 | 276 |
| 附录一 拉普拉斯变换 | 270 | § A-9 特征向量、特征方程和特征值 | 276 |
| 一、拉普拉斯变换表 | 270 | § A-10 矩阵的求导和积分 | 277 |
| 二、拉普拉斯变换的基本定理和性质 | 271 | (一) 矩阵导数 | 277 |
| 附录二 矩阵 | 272 | (二) 矩阵积分 | 277 |
| § A-1 矩阵定义 | 272 | § A-11 矩阵 $\mathbf{A}(t)$ 的拉氏变换 | 277 |
| § A-2 矩阵的分类 | 272 | § A-12 向量函数对于向量的导数 | 278 |
| (一) 方阵 | 272 | (一) 向量函数 | 278 |
| | | (二) 向量函数对向量的导数 | 278 |

第七章 系统的综合

§7-1 概 述

自动控制系统是根据它所完成的具体任务设计的。任务不同,对自动控制系统性能的要求也不同。如前所述,这些要求常用性能指标来表示。时域中的性能指标有稳态误差及阶跃响应的上升时间、调节时间、超调量等。频域中的性能指标有稳态误差、相角裕量和幅值裕量或稳态误差、谐振峰值和谐振频率等。

在自动控制系统设计中,有的是按规定的性能指标构造出合理的结构,并确定各个环节的参数;有的是调整参数或加入辅助装置来改善原有系统的性能。在多数情况下,仅仅调整参数,并不能使系统的性能得到改善。例如,增大开环传递系数能减小稳态误差,但影响系统的瞬态响应,甚至破坏系统的稳定性。因此,常用引入辅助装置的办法来改善系统的性能。这种对系统性能的改善,就是对系统的校正(或补偿),所用辅助装置叫做校正装置。

上述按规定的性能指标构造、决定合理的系统结构和各个环节的参数、或者按规定的性能指标确定校正装置型式和参数的问题,就是系统的综合问题。按其实质来说,系统的综合,就是根据已知的输入和要求的输出,决定系统的数学模型,并进而确定合理的结构和参数(对控制对象已定的系统来说,就是合理确定控制规律、系统结构和参数)。所以综合问题,是系统分析的逆问题,而且是更困难更复杂的问题。

本章首先阐述经典型理论中按性能指标综合校正装置或按性能指标确定希望特性、零极点分布(配置)或传递函数,进而综合出校正装置(或系统的结构)及其参数的问题。然后在§7-6至§7-10中阐述现代理论中较成熟的综合和控制等问题(关于最优控制的确定和综合等问题,将在第十章中详述)。

§7-2 自动控制系统的校正

一、校正的实质

在第四章和第五章中已经阐述了附加开环零点和极点,可以改变系统根轨迹或频率特性的形状。适当的增加零点和极点,可以使系统满足规定的要求。引入校正装置的目的就在于用附加零极点的办法对系统实现校正,其实质也就在于改变系统的零极点分布、根轨迹或频率特性的形状。

例如原系统如图7-1所示,其开环传递函数为 $G(s)H(s)$ 。串接了校正装置 $G_c(s)$ 后,开环传递函数变为 $G(s)H(s)G_c(s)$;显然,系统的零极点、根轨迹或频率特性可以得到相应的改变(注意,引入 $G_c(s)$ 的作用也可以看作是改变 $G(s)$ 输入信号的规律——控制规律)。

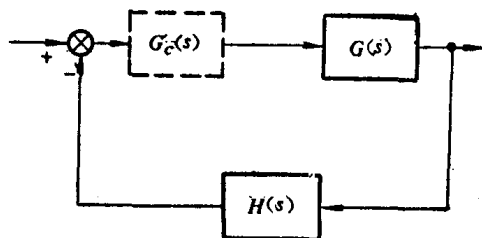


图7-1 系统的校正

二、校正方式

按照校正装置在系统中的接法不同,可以把校正分为串接、并接、反馈和顺馈等几种。顺馈控制在 § 3-1 中已经论述,所以不再重复。

1. 串接校正 如图 7-1,校正装置 $G_c(s)$ 串接在前向通道中。这种校正方式,称为串接校正。校正前,系统的闭环传递函数为

$$G_B(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

校正后,闭环传递函数改为 $G'_B(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)H(s)}$ 。零极点均发生了变化。

为使校正装置体积、容量不大,串接校正装置常加在系统中信号容量不大的地方,校正比较简便。具体的校正装置,可以是电气的、机械的、气动的……。

2. 并接校正 如图 7-2,校正装置 $G_c(s)$ 与前向通道某一或几个环节并接。这种校正方式,称为并接校正。它同样可以达到改善系统性能的目的。

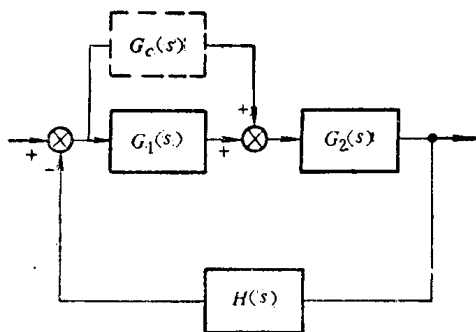


图 7-2 并接校正

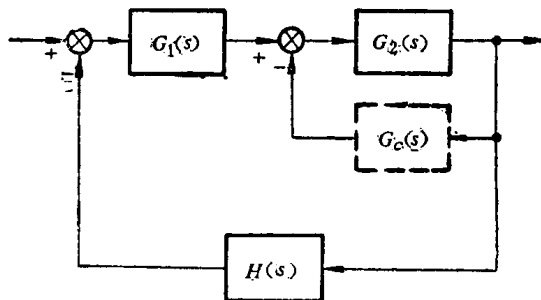


图 7-3 局部反馈校正

3. 反馈校正 如图 7-3,校正装置 $G_c(s)$ 反并接在前向通道一个或几个环节的两端,形成局部负反馈回路。这种校正方式,称为局部反馈校正。

一般被包围的环节不宜过多(2 或 3 个),以保证局部回环稳定。

由于反馈校正装置输入端处信号功率较大,输出端处信号功率较低,所以装置的元件数不多(不必附加放大器),但体积要大些。

由于通过结构图变换,一种结构图可变换成另一种等效的结构图,因此通过变换可以将上述三种校正方式中的一种方式变换成另一种方式,它们之间具有等效性。

除了上述三种校正方式外,有时为了用简单的校正装置获得满意的性能(例如对给定和扰动输入均有良好响应),可以采用混合校正方式。

三、超前、滞后和滞后-超前校正

在许多校正装置中,广泛采用着超前校正、滞后校正和滞后-超前校正的串接校正装置。它们的原理可举例说明如下。

设单位反馈系统的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K_v}{s(1+s)(1+0.0125s)} \quad (7-1)$$

要求闭环系统在斜坡函数作用下的稳态误差不超过斜坡函数幅值的百分之一,即

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{sG(s)} = \frac{1}{K_v} \leq 0.01 \quad (7-2)$$

可见,当 $K_v \geq 100$ 时,系统的稳态误差才能满足要求。但根据稳定判据, $K_v > 81$ 时,系统是不稳定的。为使系统能同时满足稳态误差和瞬态响应的要求,必须进行校正。校正原理可用奈氏图得到说明。

图 7-4 中曲线 I 是 $K_v = 100$ 时的 $G(j\omega)$ 曲线。该曲线包围了 $(-1, j_0)$ 点,闭环系统是不稳定的。假设要求谐振峰值 $M_p = 1.25$, 那末曲线 I 应当和 $M_p = 1.25$ 的圆相切。如果调整 K_v 使曲线 I 和 $M_p = 1.25$ 的圆相切,那末 K_v 将减少到 1 (如曲线 II), 稳态误差不满足要求。由于系统的稳态误差决定于频率特性低频段的幅值,因而只能改变 $G(j\omega)$ 曲线中频段和高频段的形状,使之和 $M_p = 1.25$ 的圆相切,但不能改变它的低频部分。这样,希望的 $G(j\omega)$ 曲线应如图中曲线 III 所示。考察曲线 III, 可以找到两种改变曲线形状的方法:

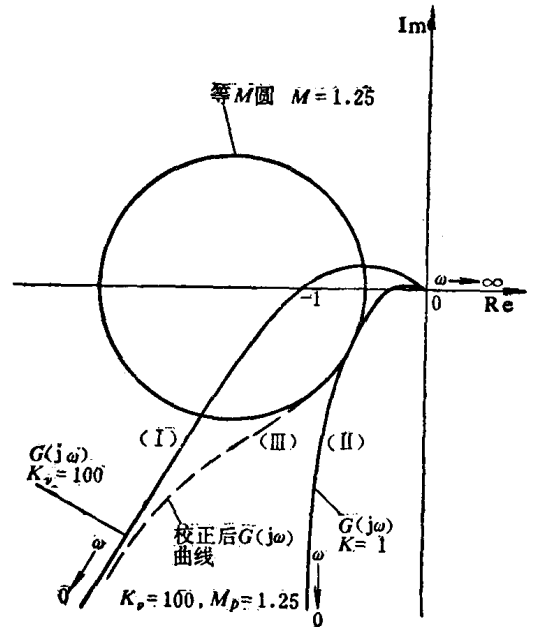


图 7-4 $G(s) = \frac{K_v}{s(1+s)(1+0.0125s)}$ 的奈氏曲线

1. 保持 $K_v = 100$ 的 $G(j\omega)$ 曲线低频部分基本不变,而改变它在谐振频率 ω_r (接近 ω_0) 附近的形状,使之不包围 $(-1, j_0)$ 点,并且有一定的稳定裕量。

2. 保持 $K_v = 1$ 的 $G(j\omega)$ 曲线在 ω_r 附近的形状不变,而改变它的低频部分,以使 $K_v = 100$ 。第一种方法是把 $K_v = 100$ 的 $G(j\omega)$ 曲线的中、高频部分反时针方向推移,加大系统在中、高频范围内的正相角。这种方法,就是相位超前校正或补偿。这时可用有高通特性的环节作相位超前校正装置。第二种方法是把 $K_v = 1$ 的 $G(j\omega)$ 曲线的低频部分顺时针方向推移,加大系统在低频范围内的负相角。这种方法,叫做相位滞后校正或补偿。通常用具有低通特性的环节作相位滞后校正装置。

必须指出,对于有些系统,为了同时改善它的稳态和瞬态性能,需要同时应用滞后和超前校正或补偿。相应的校正装置可见下面。

四、校正装置

校正装置可由不同物理属性的元件组成——电气的、机械的、气动的、液压的或混合式的等等。一般情况下,常用电气校正装置。而电气校正装置中最常见的则有无源网络和运算放大器。

(一) 无源超前网络

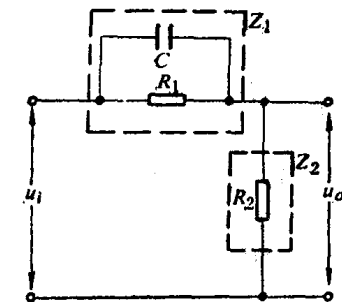


图 7-5 超前网络原理图

图 7-5 表示一个超前网络的原理图。在其输入端加一正弦电压 u_i 时,输出电压 u_o 也是正弦的,但相角超前 u_i 。超前角是输入信号频率的函数。假定信号源内阻等于零,负载阻抗为无穷大。复数阻抗为

$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + R_1 C s}; \quad Z_2 = R_2$$

所以超前网络的传递函数为

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1 + R_1 C s}{1 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C s} = \frac{1}{a} \cdot \frac{1 + a T s}{1 + T s} \quad (7-3)$$

式中 $T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$; $a = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$ 。

它的零、极点分布示于图 7-6。实际位置随 a 和 T 的数值而改变。但由于 $a > 1$ ，零点总是位于极点的右边，它们间的距离取决于 a 的值。显然， a 越大，间距越大，超前作用越显著；但是 a 值过大，要求使用相当大的电容器（当然，噪声影响也增大），增加技术上的困难。所以，一般 a 值很少超过 15。对于超前相角要求较大的场合，可用两个超前网络串接。

由式 (7-3) 可见， $1/a$ 小于 1。为了补偿超前网络造成的衰减，需要另外串一个放大器。在补偿了 $1/a$ 的衰减作用后，超前网络加放大器的传递函数是：

$$G'(s) = aG(s) = \frac{1 + a T s}{1 + T s} \quad (7-4)$$

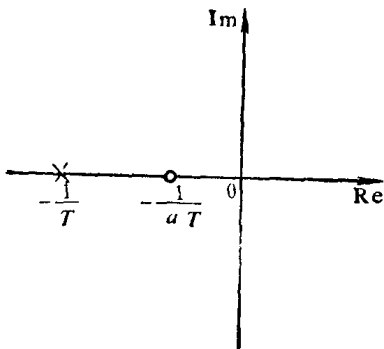


图 7-6 超前网络的零极点分布

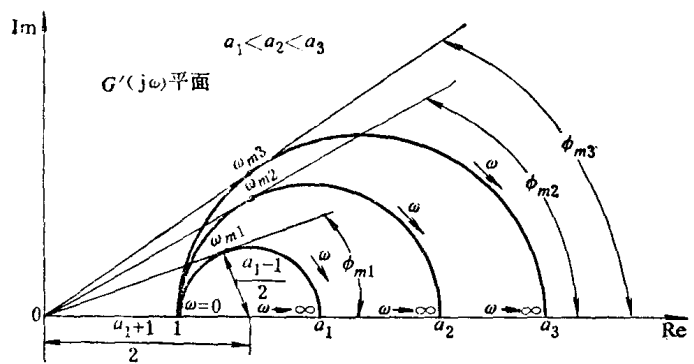


图 7-7 超前网络 $a \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{1 + a T s}{1 + T s}$ 的极坐标图

它的极坐标图如图 7-7。对任一个具体的 a 值，从原点画到半圆上的切线与正实轴的夹角就是超前网络所能产生的最大超前相角 ϕ_m ，超前相角达到最大值时的频率为 ω_m 。可以看到， ϕ_m 值随 a 的增大而增大；当 $a \rightarrow \infty$ 时， $\phi_m \rightarrow 90^\circ$ ； a 值增大时， ω_m 的值减少。

由图 7-7 可求得：

$$\sin \phi_m = \frac{a-1}{a+1} \quad (7-5)$$

按上式可根据要求的超前相角 ϕ_m 确定 a 值。

图 7-8 为超前网络的伯德图。由于 ω_m 是两个转折频率 $(\frac{1}{T}, \frac{1}{aT})$ 的几何中点，因而有

$$\lg \omega_m = \frac{1}{2} \left(\lg \frac{1}{T} + \lg \frac{1}{aT} \right)$$

则

$$\omega_m = \frac{1}{T \sqrt{a}} \quad (7-6)$$

由图 7-8 看出，超前网络的相角和对数

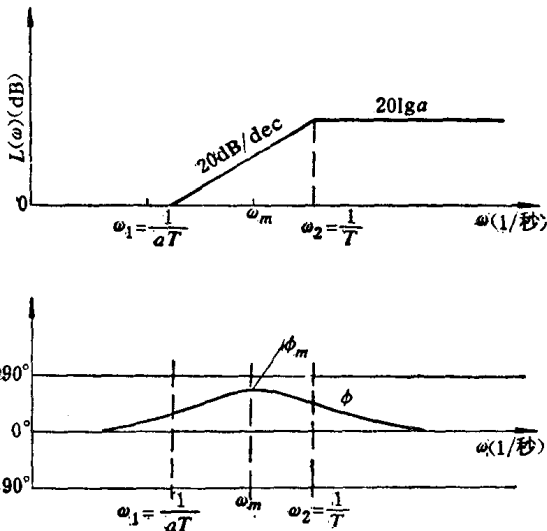


图 7-8 超前网络 $a \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{1 + a T s}{1 + T s}$ 的伯德图

幅值,在频率大于第一转折频率后都是正值。当把它作串联校正装置使用时,它不仅减小系统的滞后相角,且会增大上述频率范围内系统的对数幅值。

超前网络近似于一个微分环节,它会加强系统中高频噪音的影响,而且 a 愈大,高频噪音的影响愈严重。

(二)无源滞后网络

图 7-9 示出了一个滞后网络的原理图。当输入正弦电压 u_i 时,输出电压 u_o 也是正弦的,但其相角滞后于 u_i 。滞后角是输入信号频率的函数。复数阻抗 Z_1 和 Z_2 是:

$$Z_1 = R_1; Z_2 = R_2 + \frac{1}{Cs}$$

所以滞后网络的传递函数为

$$G(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{1 + R_2Cs}{1 + (R_1 + R_2)Cs} = \frac{1 + aTs}{1 + Ts} \quad (7-7)$$

式中 $R_2C = aT; a = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$ 。

式(7-7)的零、极点分布如图 7-10 所示。由于 $a < 1$,因而极点总是位于零点的右边。它们之间的距离取决于 a 的数值。通常,取 $0.07 < a < 1$ 。

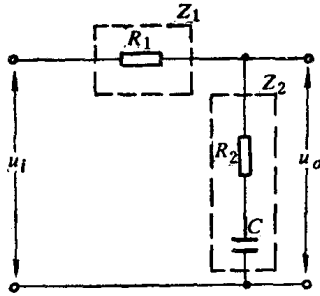


图 7-9 滞后网络

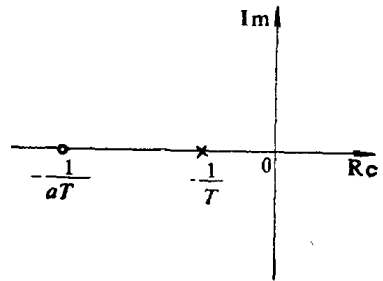


图 7-10 滞后网络的零、极点分布

式(7-7)的传递系数等于 1,把它串接在系统前向通道中,不会减小系统的传递系数,因而不影响稳态误差。

滞后网络的极坐标图如图 7-11 所示。如同超前网络那样,对于任一个 a 值($a < 1$),从坐标原点画到半圆的切线与正实轴的夹角,就是滞后网络的最大滞后相角 ϕ_m 。 a 值愈小, ϕ_m 的绝对值愈大。当 $a \rightarrow 0$ 时, $\phi_m \rightarrow -90^\circ$ 。 a 值减小时,滞后相角达到最大值 ϕ_m 时的频率 ω_m 增大。

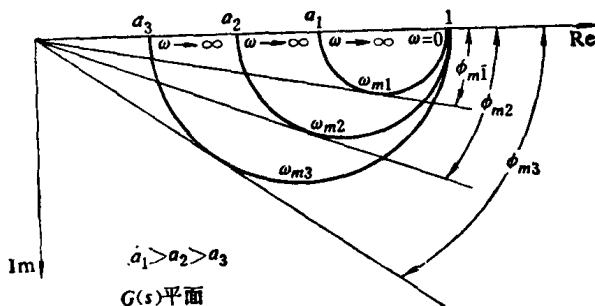


图 7-11 滞后网络 $G(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}$ ($a < 1$) 的极坐标图

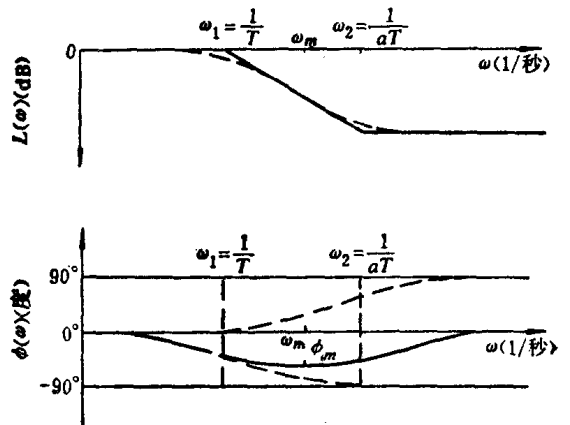


图 7-12 滞后网络 $G(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}$ ($a < 1$) 的伯德图

图 7-12 是滞后网络的伯德图。同理可得滞后网络的最大滞后相角的表达式如下:

$$\sin \phi_m = \frac{a-1}{a+1} \quad (7-8)$$

由图 7-12 看出, 滞后网络的相角和对数幅值在频率大于第一个转折频率后都是负值。当把它作串接校正装置使用时, 它不仅增大系统的滞后相角, 且能减小上述频率范围中对数幅值。

(三) 滞后-超前网络

滞后-超前网络兼有滞后网络和超前网络的特性。图 7-13 示出了一个滞后-超前网络的原理图。当把正弦电压 u_i 加在网络的输入端时, 输出电压 u_o 也是正弦的; 其相角则是输入信号频率的函数。当 u_i 的频率从零增至无限大时, u_o 的相角从滞后变为超前。网络的复数阻抗

$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 s}; \quad Z_2 = R_2 + \frac{1}{C_2 s}$$

由此求得滞后-超前网络的传递函数:

$$G(s) = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s)}{(1 + R_1 C_1 s)(1 + R_2 C_2 s) + R_1 C_2 s} \quad (7-9)$$

若使

$$aT_1 = R_1 C_1; \quad bT_2 = R_2 C_2; \quad ab = 1;$$

$$R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 = T_1 + T_2;$$

则

$$T_1 T_2 = R_1 C_1 R_2 C_2$$

滞后-超前网络的传递函数变为:

$$G(s) = \left(\frac{1 + aT_1 s}{1 + T_1 s} \right) \left(\frac{1 + bT_2 s}{1 + T_2 s} \right) \quad (7-10)$$

|←超前→| |←滞后→|

当 $a > 1$, $b < 1$ 时, 上式右端第一项起超前网络作用, 第二项起滞后网络作用。

按式 (7-10) 绘制的滞后-超前网络的伯德图如图 7-14。在低频范围内, 输出电压相位滞后于输入电压; 在高频范围内, 则超前于输入电压。

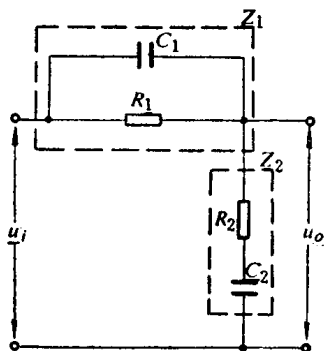


图 7-13 滞后-超前网络的原理图

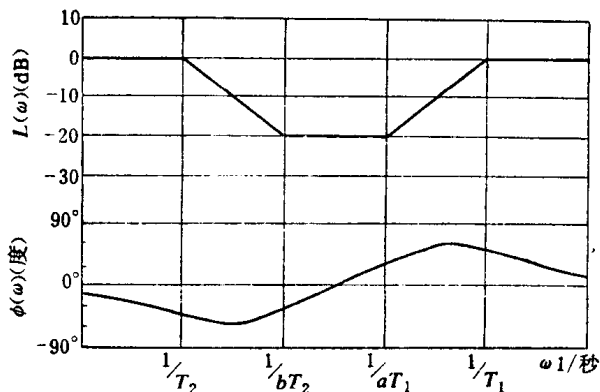


图 7-14 滞后-超前网络的伯德图

常用的电气无源网络列于表 7-1。由机械元件组成的超前、滞后、滞后-超前的校正装置列于表 7-2, 以供参考。

表 7-1 电气无源网络

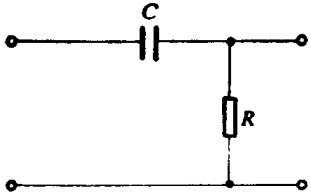
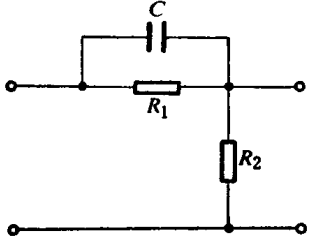
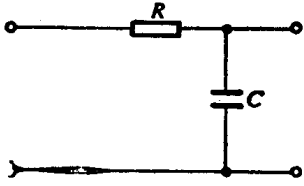
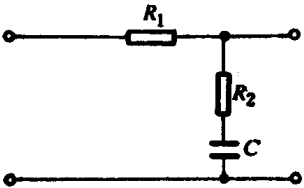
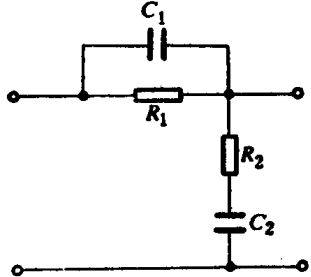
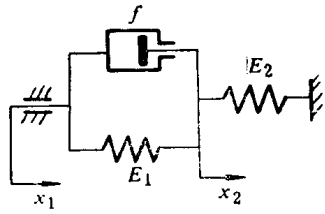
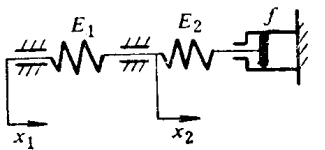
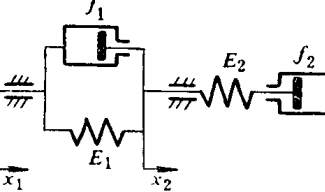
| 名称 | 原理图 | 传递函数 |
|-------|---|---|
| 超前 |  | $G(s) = \frac{Ts}{1+Ts}; \quad T=RC$ |
| 超前 |  | $G(s) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1+aTs}{1+Ts}$ $a = \frac{R_1+R_2}{R_2}, \quad T = \frac{R_1 R_2}{R_1+R_2} C$ |
| 滞后 |  | $G(s) = \frac{1}{1+Ts}; \quad T=RC$ |
| 滞后 |  | $G(s) = \frac{1+aTs}{1+Ts}$ $a = \frac{R_2}{R_1+R_2}, \quad aT = R_2 C$ |
| 滞后-超前 |  | $G(s) = \left(\frac{1+aT_1s}{1+T_1s} \right) \left(\frac{1+bT_2s}{1+T_2s} \right)$ $aT_1 = R_1 C_1, \quad bT_2 = R_2 C_2, \quad ab=1$ $R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2 = T_1 + T_2$ $R_1 R_2 C_1 C_2 = T_1 T_2$ |

表 7-2 机械校正装置

| 环节名称与图形 | 传递函数 | 参数 |
|--|---|---|
| <p>超前</p>  | $K_D \frac{1+T_1s}{1+T_2s}$ | $K_D = \frac{E_1}{E_1+E_2}; T_1 = \frac{f}{E_1}$ $T_2 = \frac{f}{E_1+E_2} = K_D T_1$ |
| <p>滞后</p>  | $\frac{1+T_2s}{1+T_1s}$ | $T_1 = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) f = \frac{E_1 E_2 f}{E_1 + E_2}$ $T_2 = \frac{f}{E_2}$ |
| <p>滞后-超前</p>  | $\frac{(1+T_1s)(1+T_2s)}{(1+T_3s)(1+T_4s)}$ | $T_1 = \frac{f_1}{E_1}; T_2 = \frac{f_2}{E_2}; a = \frac{f_1+f_2}{f_1}$ $T_{3,4} = \frac{T_1+aT_2}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_1T_2}{(T_1+aT_2)^2}} \right]$ |

(四) 运算放大器——有源校正装置

运算放大器作为校正装置，具有体积小、重量轻、参数容易调整等特点，因而在自动控制系统中得到广泛应用。按其功能常可分为比例（简称 P）、积分（简称 I）、微分（简称 D）以及 PI、PD、PID 等型式（工业上常说的 P 调节器、PI 调节器……，就是具有 P、PI、…… 功能的校正装置）。

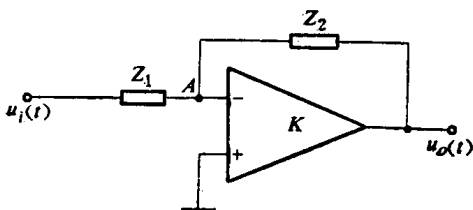


图 7-15 运算放大器工作线路

运算放大器的一般形式如图 7-15 所示。图中放大器的放大系数大，输入阻抗高。它有同相(+)和反相(-)两个输入端。一般组成负反馈线路时，常用反相输入。分析它的工作特性时，假设放大系数 $K \rightarrow \infty$ ，

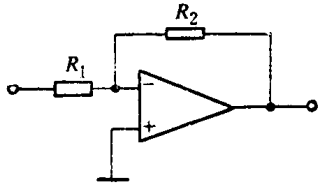
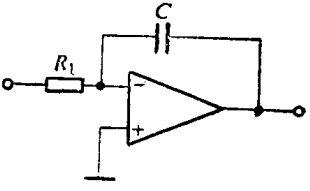
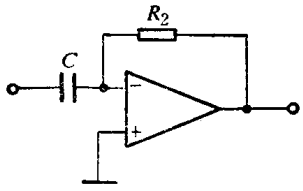
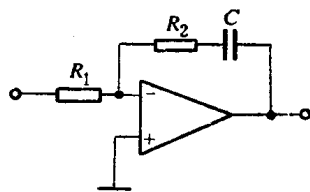
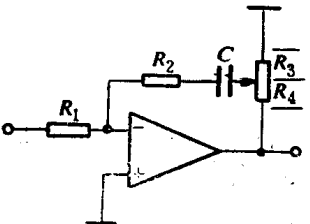
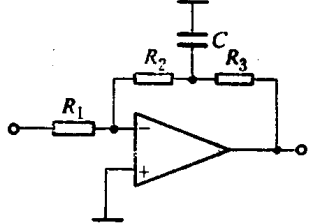
相加点的漏电流为零，则运算放大器的传递函数为

$$G(s) = - \frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \tag{7-11}$$

式中负号表示 u_o 与 u_i 的极性相反。改变式中 $Z_1(s)$ 和 $Z_2(s)$ 就可得到不同的传递函数，因而运算放大器的功能也就不同。

几种运算放大器的工作线路和传递函数列于表 7-3 中。

表 7-3 常用运算放大器的工作线路及其传递函数

| 类 型 | 工 作 线 路 | 传 递 函 数 |
|------------|---|--|
| 比 例 (P) |  | $G(s) = -K_p$ $K_p = R_2/R_1$ |
| 积 分 (I) |  | $G(s) = -\frac{1}{T_i s}$ $T_i = R_1 C$ |
| 微 分 (D) |  | $G(s) = -T_D s$ $T_D = R_2 C$ |
| 比例-积分 (PI) |  | $G(s) = -\frac{1+T_D s}{T_i s}$ $T_D = R_2 C, T_i = R_1 C$ |
| 比例-积分 (PI) |  | $G(s) = -K_p(1+\alpha) \frac{1+T_D s}{T_D s}$ $K_p = \frac{R_2}{R_1}, \alpha = R_4/R_3$ $T_D = R_2 C, \text{条件: } R_2 \gg (R_3 + R_4)$ |
| 比例-微分 (PD) |  | $G(s) = -K_p(1+T_D s)$ $K_p = \frac{R_2 + R_3}{R_1}, T_D = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} C$ |

| 类 型 | 工 作 线 路 | 传 递 函 数 |
|--------------------|---------|---|
| 比例-微分(PD) | | $G(s) = -K_p(1+T_D s)$ $K_p = \frac{R_2}{R_1}, T_D = R_1 C$ |
| 比例-积分-微分(PID) | | $G(s) = -K_p \frac{(1+T_{D1}s)(1+T_{D2}s)}{T_{D1}s}$ $K_p = \frac{R_2}{R_1}, T_{D1} = R_2 C_1, T_{D2} = R_3 C_2$ <p>条件: $R_2 \gg R_3, C_2 \gg C_1$</p> |
| 滤波型调节器 (一阶惯性环节) | | $G(s) = -K_p \frac{1}{1+Ts}$ $K_p = \frac{R_2}{R_1}, T = R_2 C$ |

§ 7-3 串接校正装置的综合

这一节中将介绍用根轨迹法和频率法综合串接校正装置的问题。

一、用根轨迹法综合串接校正装置

如前所述,当系统的性能指标是以最大超调量、上升时间和调节时间,或阻尼比和希望闭环极点的无阻尼自然振荡频率等表示时,采用根轨法综合比较方便,且能直接研究参数变化对系统瞬态响应的影响。

(一)超前校正装置的综合

如果调整系统的开环传递系数不能使它稳定,或者虽能稳定,但稳定性较差,那末必须修改 $j\omega$ 轴或原点附近的根轨迹,使闭环主导极点位于 s 平面中所希望的位置上。为此,可以在系统前向通道中串接超前网络进行校正。

设 n 阶控制系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{K}{s^N(1+T_1s)(1+T_2s)\dots} \quad (7-12)$$

已知超前网络的传递函数为

$$G_c(s) = \frac{1}{a} \cdot \frac{1+aTs}{1+Ts} \quad (7-13)$$

首先把原系统及超前网络的零、极点标注在 s 平面上。为清晰起见,图 7-16 中仅标出了