

第一章 直角坐标系

I. 目的要求

1. 使学生理解平面内直角坐标系的意义和平面内的点和有序实数对之间的一一对应关系，并能熟练地根据坐标找出点，由点求得坐标；

2. 使学生理解有向线段的概念，掌握两点间的距离公式、线段定比分点和中点公式，并能熟练应用；

3. 使学生懂得有了坐标系，就建立了“数”与“形”之间的联系，初步学会以直角坐标系为工具用代数方法来研究几何图形，并能论证简单图形的性质。

II. 教材说明

本章教材是使学生在学过数轴的基础上，进一步学习平面内的直角坐标系。在数轴上，点和实数一一对应，而在建立了直角坐标系的平面内，则是点和有序实数对一一对应。讲了直角坐标系之后，又利用坐标法解决了一些简单的问题。

本章教材包括直角坐标系、两点间的距离和定比分点三部分内容，是进一步学习函数、方程、三角、解析几何等所必需的基础知识，务必使学生切实学好，熟练掌握。

本章教材的重点是直角坐标系。求两点间的距离和线段的定比分点，是用坐标法研究几何图形的最简单的问题。线段的定比分点是本章的难点。在这一章学生开始接触用坐标法来研究几何图形，在思考方法上有一个适应过程。在教学

中要讲清概念，对例题进行分析、引导，并注意指出学生容易发生错误的地方，通过一定量的练习，使学生掌握有关知识。

本章教学时间约需 9 课时，具体分配如下(仅供参考)：

1.1 平面直角坐标系 约 2 课时

1.2 两点间的距离 约 4 课时

1.3 线段的定比分点 约 2 课时

复习小结 约 1 课时

1.1 平面直角坐标系

1. 平面直角坐标又称为笛卡尔坐标。最早出现在笛卡尔 1637 年发表的《几何学》里。笛卡尔(1596—1650 年)是法国数学家，他最早导入运动着的点的坐标概念，开创了平面解析几何。恩格斯在《自然辩证法》中曾高度评价说，数学中的转折点是笛卡尔的变数。有了变数，运动进入了数学，有了变数，辩证法进入了数学，有了变数，微分和积分也就立刻成为必要的了。

2. 直角坐标系是刻划点的位置的一种工具，利用它把平面几何研究的基本对象——点与代数中研究的基本对象——数联系起来，从而把数与形相结合，这样就使得我们可以用代数方法来研究几何图形，以及相反。所以坐标概念是解析几何和变量数学的基础。让学生早点学习直角坐标的概念，对以后的学习是有好处的。

3. 平面直角坐标系的建立是以数轴为基础的。教学时可以先复习数轴的有关概念和数轴上点与实数的一一对应关系，然后再举出关于直角坐标的实例，除课本中介绍的外，还可结合学生的生活实际，如电影票上的坐位号等来说明用一

对有序实数确定平面内点的位置的思想方法。

4. 讲授直角坐标系和点的坐标概念时,要使学生弄清楚有关直角坐标系的一些名称和记法,如坐标轴、坐标原点、点的坐标及其记法、在各象限内的点的坐标和坐标轴上点的坐标的特点等。

5. 应使学生弄清楚建立直角坐标系必须先取定两条互相垂直的直线,以交点为原点,取定长度单位,规定直线的正方向,只有具备上述条件,才能叫做在平面内建立了直角坐标系。

6. 讲清楚平面内的点和有序实数对 (x, y) 之间的一一对应关系。所谓有序是指在 (x, y) 中 x 和 y 的顺序不能调动,即就是说 (x, y) 和 (y, x) 除 $x=y$ 之外都表示不同的点。例如,在 $(2, 4)$ 、 $(4, 2)$ 中,虽然都是2、4两个实数,但由于顺序不同,它们表示不同的点。

7. 对于由点求坐标和由坐标找点,应加强练习使学生熟练掌握。

8. 在讲例2时,可先复习:什么是轴对称图形?什么是中心对称图形?怎样求轴对称点和中心对称点?

轴对称:从图形上的各点作定直线 l 的垂线并延长一倍,延长线的端点所构成的图形称为与原图形关于直线 l 成轴对称, l 叫做对称轴。

中心对称:将一个图形上各点与一定点 O 的连线延长一倍,延长线的端点所构成的图形称为与原图形关于点 O 成中心对称,点 O 叫做对称中心。

写出已知点关于 x 轴、 y 轴和原点的对称点的坐标,在

以后常常用到，应使学生理解并掌握这些对称点的坐标间的关系。

9. 在结束本节内容的讲授时，可提醒同学们注意，平面内同一点，如果坐标系选择不同，它在不同坐标系中对应的坐标也不同。反之，同一有序实数对 (x, y) ，在不同的坐标系中对应的点也不同。因此，在谈到某一点的坐标时，不能忘记是对哪个坐标系来说的。这一点在1.2节中的例3和例4的教学中可以进一步体会到。

1.2 两点间的距离

1. 两点间的距离公式是用坐标法研究几何图形的基本公式之一。这个公式分两步来建立，首先介绍数轴上两点间距离的求法，在此基础上求得平面内任意两点间的距离公式。

2. 有向线段是一个重要概念，有向线段只存在于有向直线上。在有向直线上规定了起点和终点的线段叫做有向线段。在这里，我们给出了有向线段的概念、有向线段的数量的概念和公式，进而得出在数轴上 A, B 两点之间的距离公式： $|AB| = |x_B - x_A|$ ，或 $|BA| = |x_A - x_B|$ 。通过教学要使学生懂得，不论 x_A 和 x_B 是什么样的数，都有 $AB = x_B - x_A$ ，和 $|AB| = |x_B - x_A|$ 。关于有向线段的一些问题，请参阅本章附录1。

3. 平面内任意两点间距离公式的推导，主要依靠数轴上两点间距离的求法和勾股定理，关键是前者，只要学生对数轴上两点间距离的求法真正理解和掌握，该公式的推导过程学生是容易理解的。

4. 两点之间的距离公式是在一般情况下推导的，应通过适当的方式使学生熟悉下面两种特殊情况：

(1) P_1P_2 平行于 x 轴或 y 轴(图 1-1).

如果 P_1P_2 平行于 x 轴, 则 $y_1=y_2$,

于是 $|P_1P_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2} = |x_2-x_1|$;

如果 P_1P_2 平行于 y 轴, 则 $x_1=x_2$,

于是 $|P_1P_2| = \sqrt{(y_2-y_1)^2} = |y_2-y_1|$

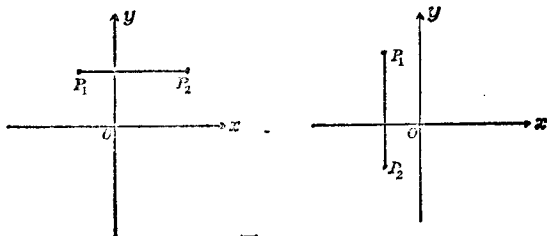


图 1-1

(2) P_1, P_2 中有一个点是原点(图 1-2).

也即, 一点 (x, y) 到原点 $(0, 0)$ 的距离

$$|OP| = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

5. 例 1 是直接用公式求两点间的距离, 讲解时要提醒学生注意公式中的符号.

6. 例 2 是知道一个点, 应用两点间的距离公式求另一个适合某种条件的点的坐标. 讲解时, 引导学生先将所求 P 点的坐标设为 $(x, 0)$, 根据两点间的距离公

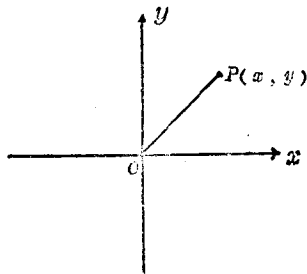


图 1-2

式, 得到 P 点坐标满足的方程, 解方程得两个解, 这两个解都符合题意. 由问题本身来看, 给定的点 $A(1, -3)$, 到 x 轴的距离为 $|-3|$, 而到所求 x 轴上的点的距离是 5. 以 A 为圆心,

5 为半径画圆, 显然与 x 轴有两个交点. 本例的思考方法, 是解析几何的一种基本方法, 要引导学生注意.

7. 在例 3 的教学中, 应向学生说明选择坐标系的重要性. 选取得好, 可使运算简便. 坐标系选取的原则是尽量使已知点的坐标简单. 例如, 选取图形中的某一点作原点, 就能使这一点的横坐标和纵坐标都是零, 选取 x 轴或 y 轴通过某些点, 就可使这些点的纵坐标或横坐标为零.

8. 例 4 是用坐标法证明几何问题. 这也是解析几何的一种基本方法. 学生初次接触这种方法, 会感到一定的困难, 主要是不会利用图形中的已知条件来选取适当的坐标系, 这里注意下列几点:

(1) 用坐标法证几何问题时, 首先根据题设条件作出图形, 然后再建立坐标系, 也就是说坐标轴是后来添上去的.

(2) 选定坐标系以后, 还要确定图中已知点的坐标, 确定的这些点的坐标, 要符合题中所给的条件.

(3) 坐标轴虽可任意选取, 但选得好可使证明简便.

9. 例 4 的非坐标法的证法, 供教师参考.

(1) 如果 $\angle C$ 是锐角(图 1-3), 作 $AH \perp BC$.

$$AB^2 = BH^2 + AH^2, \quad AC^2 = HC^2 + AH^2.$$

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= 2AH^2 + BH^2 + HC^2 \\ &= 2AH^2 + (BO + OH)^2 + (OC - OH)^2 \\ &= 2AH^2 + BO^2 + 2BO \cdot OH + OH^2 + OC^2 \\ &\quad - 2OC \cdot OH + OH^2 \\ &= 2AH^2 + 2OH^2 + BO^2 + OC^2 \\ &= 2AO^2 + 2OC^2 = 2(AO^2 + OC^2). \end{aligned}$$

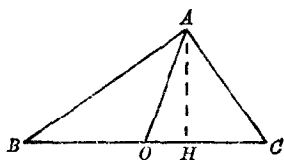


图 1-3

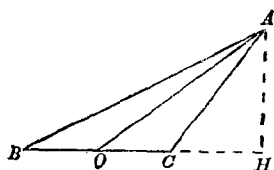


图 1-4

(2) 如果 $\angle C$ 是钝角(图 1-4), 作 $AH \perp BC$.

$$\begin{aligned}
 AB^2 + AC^2 &= 2AH^2 + BH^2 + CH^2 \\
 &= 2AH^2 + (BO + OH)^2 + (OH - OC)^2 \\
 &= 2AH^2 + BO^2 + 2BO \cdot OH + OH^2 + OH^2 \\
 &\quad - 2OH \cdot OC + OC^2 \\
 &= 2AH^2 + 2OH^2 + 2OC^2 = 2(AO^2 + OC^2).
 \end{aligned}$$

1.3 线段的定比分点

1. 讲清定比分点的意义, 中心问题是讲清 $\frac{P_1P}{PP_2} = \lambda$. 这里注意下面几点:

(1) P_1P_2 是在过 P_1, P_2 两点的一条有向直线上的有向线段, P_1 是起点, P_2 是终点. 直线的方向可以任意规定: 若规定由 P_1 到 P_2 的方向为正, 则有向线段 P_1P_2 的方向为正, 若规定由 P_2 到 P_1 的方向为正, 则有向线段 P_1P_2 的方向为负;

(2) P_1P, PP_2 都是规定了起点和终点的线段, 所以是有向线段;

(3) $\frac{P_1P}{PP_2}$ 不是线段的长度之比, 也不是有向线段之比, 而是有向线段的数量之比;

(4) 在 $\frac{P_1P}{PP_2}$ 中, 分子是由线段的起点到分点的有向线段的数量, 分母是由分点到终点的有向线段的数量. 这一点要特别引起学生注意. 由此, P 点分 P_1P_2 所成的比和 P 点分 P_2P_1 所成的比是不同的, 前者是 $\frac{P_1P}{PP_2}$, 后者是 $\frac{P_2P}{PP_1}$.

2. 在求定比分点坐标公式的过程中, 关键是对 $\lambda = \frac{P_1P}{PP_2} = \frac{M_1M}{MM_2}$ 怎样讲解. 课本中为了简化, 把 P 点限于在 P_1, P_2 两点之间, 并且把图 1-14 画得比较特殊. 根据该图, 把 $\lambda = \frac{P_1P}{PP_2} = \frac{M_1M}{MM_2}$ 中的 P_1P, PP_2, M_1M, MM_2 看作一般的线段的长度或看作有向线段的数量都可以说得过去. 因为 $M_1M = x - x_1, MM_2 = x_2 - x$ 既可以看作相应线段的长度也可以看作相应的有向线段的数量. 严格说来, 对 $\lambda = \frac{P_1P}{PP_2} = \frac{M_1M}{MM_2}$ 应按下面两步来进行说明:

(1) 把 P_1P, PP_2, M_1M, MM_2 看成一般的线段, 根据平行截割定理, 则得 $\lambda = \frac{P_1P}{PP_2} = \frac{M_1M}{MM_2}$.

(2) 从有向线段的数量的符号观点来验证这个比例.

根据题设, P 点在 P_1, P_2 两点之间, 这时 M 点也在 M_1, M_2 两点之间, 不论规定 P_1P_2 所在的有向直线是什么方向, 有向线段 P_1P, PP_2 都具有同一的方向, 它们的数量的符号相同, 所以 $\lambda = \frac{P_1P}{PP_2}$ 是正的. 同样有向线段 M_1M, MM_2 也具有同一的方向, 它们的数量的符号也相同, 所以 $\frac{M_1M}{MM_2}$ 也是正

的. 因此 $\frac{P_1P}{PP_2} = \frac{M_1M}{MM_2}$.

实际上, 不论 P_1 、 P_2 各在哪个象限, 相互位置关系怎样, 也不论 P 点是否在 P_1 、 P_2 两点之间, 定比分点公式都是正确的.

3. 线段的定比分点公式, 特别是中点公式很重要, 应要求学生记住.

4. 在讲课本上的例题之前, 可选择一至两道直接套公式的题, 让学生练习, 以便熟悉公式.

5. 例 2 实际上是求外分点坐标的问题. 因为课本没有讲外分点的情形, 所以将题中的外分点作为已知线段的端点, 转化为内分点的情形来解. 这样也可使学生进一步熟悉解析几何基本方法的运用.

关于定比分点公式, 可请参阅本章附录 2.

【部分练、习题提示及答案】

练习 (第 1.1 节中)

3. 在 x 轴上的点的纵坐标为零; 在 y 轴上的点的横坐标为零.

这题的结果要让学生注意. 反过来, 还可让学生注意: 纵坐标为零的点一定在 x 轴上, 横坐标为零的点一定在 y 轴上.

练习 (第 1.1 节末)

2. 正方形四个顶点的坐标为:

$$(2, 2)、(-2, 2)、(-2, -2)、(2, -2).$$

4. 关于 x 轴对称的两个点横坐标相同, 纵坐标互为相反数; 关于 y 轴对称的两个点纵坐标相同, 横坐标互为相反数; 关于原点对称的两个点横坐标互为相反数, 纵坐标也互为相反数.

练习 (第 1.2 节中)

2. P 点的坐标是: $(0, -3)$ 或 $(0, -9)$.

3. $k_1=0, k_2=8$.

练习 (第 1.2 节末)

2. 两船相距 65 海里.

练习 (第 1.3 节末)

2. $x=4, y=-2$.

4. P 点的坐标为 $(7, 19)$.

5. $\lambda = \frac{1}{6}$.

习题一

2. $A(4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}); B(-3, 3\sqrt{3})$.

3. 在第一象限中两条坐标轴夹角平分线上的点, 每一点的横坐标和纵坐标相等; 在第二象限中两条坐标轴夹角平分线上的点, 每一点的横坐标和纵坐标互为相反数.

4. $(3, 0), (-3, 0), (0, 4), (0, -4);$

$(4, 0), (-4, 0), (0, 3), (0, -3)$.

5. $P(a, b)$ 关于 x 轴的对称点: $(a, -b)$; 关于 y 轴的对称点: $(-a, b)$; 关于原点的对称点: $(-a, -b)$.

8. $(9, 0)$.

10. $3, 3\sqrt{2}, 3$.

11. $x=21, y=7$.

12. $P(0, 3), P(-4, 9), P(\frac{4}{3}, 1)$.

13. 取直角三角形直角顶点为原点, 两条直角边在两条坐标轴上.

14. 先确定四个顶点的坐标, 再证明两条对角线的中点是同一个点.

复习题一

2. (1) 由原式得 $x-3=0, y+1=0$, 即 $x=3, y=-1$;

(2) 原式可变形为 $(x-1)^2+(2y+1)^2=0$, 由此得

$$x-1=0, 2y+1=0, \text{ 即 } x=1, y=-\frac{1}{2}.$$

注意本题运用了实数的平方一定大于或等于零这一性质.

3. (1) 把原式变形为 $(x-1)^2+2$;

(2) 把原式变形为 $-(x-2)^2-1$.

4. (1) 原式

$$=[a+(b-c)][a-(b-c)][(b+c)-a][(b+c)+a]$$

$$=[a^2-(b-c)^2][(b+c)^2-a^2]$$

$$=[2bc+(a^2-b^2-c^2)][2bc-(a^2-b^2-c^2)]$$

$$=-a^4-b^4-c^4+2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2.$$

(2) 原式 $=[(a-c)+(b-d)][(a-c)-(b-d)]$

$$=(a-c)^2-(b-d)^2$$

$$=a^2+c^2-b^2-d^2-2ac+2bd.$$

(3) 原式

$$=(x-y)(x^2+xy+y^2)(2x+y)(4x^2-2xy+y^2)$$

$$=(x^3-y^3)[(2x)^3+y^3]$$

$$=8x^6-7x^3y^3-y^6.$$

$$(4) \text{ 原式}=(x-1)(x-4)(x-2)(x-3)$$

$$=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)$$

$$=(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24$$

$$=x^4-10x^3+35x^2-50x+24.$$

$$(6) \text{ 原式}$$

$$=(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)$$

$$=[a^3-(2b)^3][a^3+(2b)^3]$$

$$=a^6-64b^6.$$

$$5. (1) \text{ 原式}=(a+b+c)^2.$$

$$(2) \text{ 原式}=(a^4b-ab^4)+(a^3b^2-a^2b^3)$$

$$=ab(a^3-b^3)+a^2b^2(a-b)$$

$$=ab(a-b)(a^2+ab+b^2+ab)$$

$$=ab(a-b)(a+b)^2.$$

$$\text{或 原式}=ab(a^3+a^2b-ab^2-b^3)$$

$$=ab[a^2(a+b)-b^2(a+b)]$$

$$=ab(a+b)(a^2-b^2)=ab(a+b)^2(a-b).$$

$$(4) \text{ 原式}=1-(4n^2-4mn+m^2)$$

$$=1-(2n-m)^2$$

$$=(1+2n-m)(1-2n+m).$$

$$(5) \text{ 原式}=m^4+2m^2+1-m^2=(m^2+1)^2-m^2$$

$$=(m^2+m+1)(m^2-m+1).$$

$$(6) \text{ 原式}=(a-b)(a^2+ab+b^2+a^2+ab+ab-b^2)$$

$$=(a-b)(2a^2+3ab)$$

$$=a(a-b)(2a+3b).$$

$$\begin{aligned} (7) \text{ 原式} &= 2(a^2+b^2)(a+b)^2 - (a-b)^2(a+b)^2 \\ &= (a+b)^2(2a^2+2b^2-a^2+2ab-b^2) \\ &= (a+b)^4. \end{aligned}$$

6. (1) 因为 $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2xz$,
所以 $x^2+y^2+z^2 = a^2 - 2b$.

(2) 因为 $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}$,

所以 $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 23$.

7. (1) 原式可变形为

$$3x^2 + 4x + 6 \equiv 3x^2 + (A+6)x + (3+A+B).$$

解方程组:
$$\begin{cases} A+6=4, \\ 3+A+B=6. \end{cases}$$

得 $A = -2, B = 5$.

(2) 原式可变形为

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 11x + 12}{(x^2 + 2x + 3)(x + 5)} \\ & \equiv \frac{(A+C)x^2 + (5A+B+2C)x + (5B+3C)}{(x^2 + 2x + 3)(x + 5)}. \end{aligned}$$

解方程组:
$$\begin{cases} A+C=1, \\ 5A+B+2C=11, \\ 5B+3C=12. \end{cases}$$

得 $A = 2, B = 3, C = -1$.

8. (1) $-\frac{1}{x+1}$;

$$(2) \frac{b-a}{b+a};$$

$$(3) a;$$

$$(7) \text{原式} = \sqrt{5-2\sqrt{6}} \\ = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} \\ = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}.$$

$$(10) \text{原式} = \lg 4 + \lg 9 + 2\sqrt{(\lg 6 - 1)^2} \\ = 2\lg 2 + 2\lg 3 + 2(1 - \lg 6) \\ = 2.$$

注意, 因为 $\lg 6 < 1$, 所以

$$\sqrt{(\lg 6 - 1)^2} = |\lg 6 - 1| = 1 - \lg 6.$$

$$(12) \text{原式} = \lg 2 \lg \frac{10}{4} + \lg \frac{2}{10} \lg(4 \times 10) \\ = \lg 2(1 - 2\lg 2) + (\lg 2 - 1)(2\lg 2 + 1) \\ = -1.$$

$$9. \log_3 12 = \log_3 \frac{36}{3} = 2\log_3 6 - 1 = 2.262,$$

$$\log_3 8 = \log_3 \frac{72}{9} = \log_3 6 + \log_3 12 - 2 = 1.893.$$

或由

$\log_3 6 = 1.631$ 得 $\log_3 2 = 0.631$, 再求 $\log_3 12$ 和 $\log_3 8$.

$$14. x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = p^2 - 2q,$$

$$x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2) \\ = -p(p^2 - 3q) = 3pq - p^3.$$

18. 提示: 延长 CD 至 E , 使 $DE = CD$, 连结 AE , 得 $\triangle ACE$, 由大边对大角得 $\angle BCD > \angle ACD$.

19. 证明: 过 F 作 $FL \parallel AB$, 取 $FL = AB$; 又作 $FM \parallel CD$, 取 $FM = CD$. 得

$$FL = AB = DC = FM,$$

又得 $\square ABLF, \square DCMF$.

则 $BL \parallel AF, FD \parallel MC$, 又 $AF = FD$,

$\therefore BMCL$ 也是 \square , 一对角线 LM

必过另一对角线 BC 的中点 E .

$\therefore LE = EM$,

$\therefore EF$ 是等腰 $\triangle FLM$ 底边上的中

线,

$\therefore \angle LFE = \angle MFE$.

$\therefore FL \parallel GB, FM \parallel HC$,

$\therefore \angle BGE = \angle CHE$.

这题也可取 DB 的中点, 设为 N . 连结 NF, NE . 则由

三角形中位线定理, $NF \parallel \frac{1}{2}AB, NE \parallel \frac{1}{2}CD$. $\because AB = CD$,

$\therefore NF = NE$. 由此可得 $\angle NFE = \angle NEF$, 从而可得 $\angle BGE = \angle CHE$.

20. 由 $AB + DC = AC + BD$, 得 $AB - BD = AC - DC$. (1)

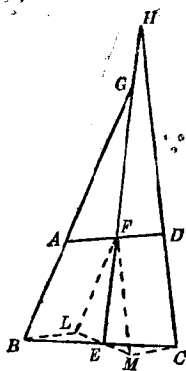
因 $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$,

故 $(AB + BD)(AB - BD) = (AC + CD)(AC - CD)$. (2)

(2) \div (1) $AB + BD = AC + CD$. (3)

由(1)、(3)可得 $AB = AC$.

21. 提示: 在 AE 上截取 $EG = CE$, 连结 FG . $\because AB = AG, \therefore FG \perp AE$, 又 $\because \angle EGC = \angle ECG, \therefore \triangle FCG$ 是



(第 19 题)

等腰三角形. $\because BF=FG, FG=FC, \therefore BF=FC$.

22. 由分角线性质知: $\frac{DB}{AD} = \frac{BC}{AC} = \frac{a}{b}$, 则 $\frac{AB}{AD} = \frac{a+b}{b}$,

$\therefore DE \parallel BC, \therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$, 即 $\frac{a+b}{b} = \frac{a}{DE}$, 所以 $DE = \frac{ab}{a+b}$.

23. 提示: $\triangle AEM \sim \triangle ACB, \triangle DEN \sim \triangle DBC,$
 $\triangle AED \sim \triangle CEB$.

24. 提示: 过 A 作 $AF \parallel DC$ 交 BC 于 F .

26. $(6, 3); (-2, 3); (2, -3)$.

27. $(-\frac{a}{2}, 0), (\frac{a}{2}, 0), (0, \frac{\sqrt{3}}{2}a)$;

或 $(-\frac{a}{2}, 0), (\frac{a}{2}, 0), (0, -\frac{\sqrt{3}}{2}a)$.

31. 设 A, B, C 的坐标为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$.

$$\text{根据题设得: } \begin{cases} \frac{x_2+x_3}{2} = -2, \\ \frac{x_3+x_1}{2} = 3, \\ \frac{x_1+x_2}{2} = 5; \end{cases} \begin{cases} \frac{y_2+y_3}{2} = 3, \\ \frac{y_3+y_1}{2} = -1, \\ \frac{y_1+y_2}{2} = 4. \end{cases}$$

解方程组得: $A(10, 0), B(0, 8), C(-4, -2)$.

32. 提示: 以直角三角形直角顶点 C 为原点, 使两直角边在坐标轴上, 建立坐标系, 设出 A, B 两点的坐标, 应用定比分点公式求出 D, E 两点的坐标, 再分别求相应两点间的距离.

33. 提示: 设 $\angle A$ 的平分线和 BC 相交于 D . 先求出 AB, AC 的长, 则知 $\frac{AB}{AC}$, 再利用分角线的性质 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ 和定比分点

公式求得 D 的坐标.

35. 提示: 设重心是 D . $5 \cdot AD = 4 \cdot DB$, 即 $\frac{AD}{DB} = \frac{4}{5}$. 求定

比分点 D .

III. 附录

(只供教师参考, 不是给学生讲解用的. 以后各章的附录都是这样.)

1. 有向线段

解析几何学与初等几何学的重要差别之一就是初等几何学中的线段不考虑其方向, 而解析几何考虑线段的方向.

在一条直线上有两个相反的方向, 我们用箭头表示其中的一个(不论哪一个), 并且把它称为正, 把相反的方向称为负. 像这样规定了方向的直线, 叫做有向直线. 例如, 数轴、平面直角坐标系中的横轴和纵轴都是有向直线.

线段是直线上两点间的部分, 因此由有向直线的概念就会产生有向线段的概念. 在有向直线上任取两点 A 和 B , 直线的方向就规定了线段的方向, 直线的正方向就是线段的正方向. 像这样在有向直线上有起点和终点的线段就叫做有向线段. 如果 A 是起点, B 是终点, 这个有向线段便以 \overline{AB} 表示. 在表示有向线段时, 我们规定把表示起点的字母写在前面, 把表示终点的字母写在后面. 从起点到终点的方向就是这条有向线段的方向. 显然 \overline{AB} 与 \overline{BA} 是不同的.

在学习数轴时, 我们知道数可以用线段来表示, 那么, 数的正负就相当于线段的正负, 这个数就叫做有向线段的数量, 这个数的绝对值就叫做有向线段的长度, 因此, 如果有向线段