



高等学校教材

Textbook for Higher Education

工程电磁场基础

晁立东 仵杰 王仲奕 编



西北工业大学出版社

高等学校教材

工程电磁场基础

晁立东 仵杰 王仲奕 编
田一涵 审

西北工业大学出版社

【内容提要】 本书是根据教育部面向 21 世纪电气信息类专业人才培养方案及教学内容和课程体系改革的精神,按照“电磁场课程教学基本要求”和“电磁场与电磁波课程教学基本要求”,并结合编者多年从事电磁场教学与研究的经验编写的。

全书共分八章,即宏观电磁现象的基本规律、静态电磁场、准静态电磁场、平面电磁波、波导与谐振腔、均匀传输线中的导行电磁波、电磁波的辐射和工程电磁场专题。每章均配有习题,书末附有答案。

本书可作为高等工科学校电气信息类专业教材,也可供有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程电磁场基础/晁立东,作杰,王仲奕主编. —西安:西北工业大学出版社,2001
ISBN 7-5612-1099-X

I. 工… II. ①晁… ②作… ③王… III. 电磁场-高等学校-教材 IV. 0441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 048506 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072 电话:(029)8493844

网 址:<http://www.nwpup.com>

E-mail: fxb@nwpup.com

印刷者:西安市阎良 630 印刷厂

开 本:787 mm × 1 092 mm 1:16

印 张:24.25

字 数:582 千字

版 次:2002 年 1 月 第 1 版 2002 年 1 月 第 1 次印刷

印 数:1~3 000 册

定 价:29.00 元

序

电磁场理论是近代自然科学中,理论最完整、应用最广泛的支柱学科之一。基于电磁场性能在信息传递和能量传输应用上的巨大优越性,产生的电子信息工程和电气工程,已深入到人类的科学技术、经济、政治、军事、文化以及日常生活的各个领域。电机、电力工程、雷达、通信工程、电磁探矿、粒子加速器、微波技术应用、微波能量传输、电声电像技术、定位技术、导航技术、遥控遥测、目标识别、计算机、射电天文学、无线电气象学、量子电动力学、无线电波谱学、电子对抗、隐身技术、生物电磁学等,或者其本身就是在特定条件下源自于电磁场理论;或者与其有着紧密的联系。20世纪,这些领域都取得了辉煌的成就。可以说20世纪是电磁场理论发展完善、广泛应用并成为科学技术主流的时代。

人类对电磁现象的认识源远流长。见于记载约3000年前已经知道用琥珀与毛皮摩擦有吸引轻微物体的能力。在我国古代约公元前300年已对“磁石召铁”现象有了记载。这是人类对于电场力、磁场力观察的开始。约公元前200年,我国最早发明了罗盘。

随着科学知识的积累、生产水平的提高,在前期研究基础上,18世纪中期对电磁现象作了系统的、卓有成效的研究,形成理论并逐渐付诸应用。先后出现了伽伐尼、伏打、高斯、富兰克林、卡文迪什、库仑等著名科学家。其中法国科学家库仑在1785年给出了第一个定量的电学定律即库仑定律。这一定律所表述的内容,至今仍在宏观和微观电磁现象的极广泛的尺度范畴内显示它的正确性。

19世纪是电磁研究蓬勃开展并取得辉煌成就的时代,尤其是宏观电磁场理论在这一时代建成了自己的完整体系。科学家法拉第、欧姆、傅里叶、基尔霍夫、奥斯特、安培、毕奥、萨伐尔、麦克斯韦、斯托克斯、汤姆生、赫兹、楞次、雅可比、西门子等以他们艰苦卓绝取得的对人类进步的巨大贡献被永载史册。这一时期不仅电学、磁学研究成果都极大的丰富,更重要的是揭示了电磁现象之间的联系,以及电磁场作为一种新形式的物质的属性。法拉第对变动磁场产生电,麦克斯韦对变化电场产生磁效应的结论是这方面的代表。集前人之大成麦克斯韦完成了以他的名字命名的电磁场理论的基本方程组乃是人类科学发展史中划时代的伟大成就,可与牛顿力学定律媲美,而对人类发展起着更为重大的作用。

20世纪初爱因斯坦创立了狭义相对论,提出了崭新的时空观念,而后又创立了广义相对论。这对于曾经在引发和建立相对论的科学思潮中,有着重要作用的电磁场理论核心,赋予了更为深刻的意义和坚实的基础。以普朗克为代表创立的量子力学揭示了微观世界的性质规律。在量子概念下建立的微观世界电磁理论即量子电动力学,使20世纪电磁场理论的发展进入了一个新的范畴。

在实际应用中,由于宏观电磁场理论的完善而推动发展起来的新形式电气、电子器件和设备层出不穷。这充分显示了电磁物性的优越性能。电磁信号传递速率极大,能以极微小的功

率和强度在远至太空的距离中便捷的传送,并且很容易适合多种技术要求;电磁能量可以集中产生极大的功率,作到无污染的分配和使用。这些都是其他能量形式无法替代的优越性质。

人类对于自己生存世界改造的结果,取决于人类认识客观的知识积累的深度与广度。在电磁能量的利用和信息产业的崛起两方面取得的成果,可以用繁花似锦来形容。使得 20 世纪尤其是 20 世纪中期以后,人类生活质量得到了极大的丰富和提高。

人类永恒追求的是人们永远也不能达到的对客观世界最终的认识。在对新客观规律揭示,对客观环境改造不断深入的过程中,人类更新、发展着自己的科学技术、知识能力。我们不能预见科学技术、电磁理论及其应用未来的具体模式,但我们完全相信,在 21 世纪,它们必将有更为辉煌的成果。促成这些成果的是人类对于先驱们总结的知识的继承和发展。

电磁场与电磁波是蕴藏丰富的资源宝库。20 世纪在电磁波研究应用上主要开发的是正弦波的频率资源,从音频至微波、光波波段。在超低频通信和更高频率段的资源都还有待进一步开发;电磁波波型资源已开始为人们关注,光孤子,非正弦电磁波,瞬态电磁场的研究正逐渐兴起;蕴涵于电磁波制式、方式、状态的资源都渐露端倪。电磁场理论研究和应用今后也将随着新的数字计算方法的出现,随着计算机性能的提高而更精深、更新颖。如 10 多年前形成的小波分析较以往的分析方法,能更精确有机地分析反射、散射和衍射等各种情况下电磁波信号的时频关系,为非平稳类电磁信号分析提供了有力的工具。电磁学科与其他学科结合进行的多学科综合理论及应用的研究是 20 世纪中后期一个重要趋向,如核磁共振成像,电磁探矿,生物电磁场方兴未艾;另外极微小电磁场信号的接收和极大功率电磁波的产生都有诸多技术问题有待解决。

工程电磁场理论既是现代信息、电子、电气工程技术的理论基础,也是电磁场新发展的出发点,是相关专业大学生必须掌握的基本知识,如欲成就电类新技术的栋梁之才,生根于电磁场理论这片沃土之上是必然的。

电磁场的内容丰富,需要相应的基础知识。除了必要的物理基础和高等数学的内容外,尚需要矢量分析与场论、数学物理方程、复变函数的专门基础知识,以及差分方程等。深入一步地学习还需要了解泛函分析和张量分析的内容。

以恒定态和正弦稳态为主要内容的工程电磁场,如同其他学科一样,有自己的理论体系和思维方法。电磁场作为一个场,它和空间概念密不可分。学习这门课程,首先要对三维欧几里德空间中各种几何关系有明确的认识,当场量在时域中变化时,应清楚时空之间的关系。电磁场是一种被确认的物质的新的形式,它没有静止质量,除了可见光和红外线波段,大部分情况下都是看不见摸不着、为人的感官不能直接感知的。认识这种新型物质需要运用科学的思维方法。抽象思维是人类认识自然、积累知识、创造文明的根本手段,是维系人类生存发展的特有事物和最大财富。它是依据事物本身内在的逻辑关系认识其规律性的阶梯。在科学技术高度发达的今天,在学习或教学的过程中,主动地、明确无误地把培养锻炼科学抽象思维方法放在主要地位,愈来愈显得重要和迫切。对于电磁场这门理论严格的学科更应如此。我们这样说,丝毫不排除在掌握了电磁场的基本理论后,通过精细的实验来验证所学的知识,或是确认发现的问题。

电磁场理论突出的特点是所有的电、磁规律都是以精确的数学关系描述出来的,它是自然科学中最臻完美的学科之一,麦克斯韦方程最具代表性。电磁科学技术的每一次重大发展都与实验和实际应用紧密关联。因此严密的数学推证,精确的实验和科学的抽象思维训练,就

组成了电磁场理论课程教学的三个基本内容。当然对于大学生不仅要求掌握各种课程的具体内容,还要求具有看待问题的高层次的意境和观点。

本书作者根据自己多年的教学经验和科学研究的体会,颇有创意地对工程电磁场的体系作了较大的调整,并根据从国内外收集的不少先进科技领域中的应用实例,针对以往学过电磁场理论又不甚了解的情况,深入浅出地讲述了各类实际应用中的电磁场基本原理和分析方法,这些融汇在全书各章节中,并在第八章中集中加以叙述,读之引人入胜,确有耳目一新的感觉。当然,像所有新的尝试一样,这本教材难免有这样那样的不足或缺点,希望在今后不断改进中完善。愿在 21 世纪推进高等教育、科学研究和国民经济建设中,电磁场编著层出不穷,繁花似锦!

田一涵

2001 年 6 月 23 日

前 言

电磁场课程是电气信息类专业本科生必修的一门重要技术基础课。它所涉及的内容是电气信息类专业学生应具备的知识结构的必要组成部分,同时又是众多相关的交叉学科的生长点和新兴边缘学科发展的基础。本门课程在为学生学习专业课准备必要知识的同时,还关系到增强学生适应能力和创造能力,完善其基本素质的根本需要。

在面向 21 世纪的教学改革中,加强基础、拓宽专业、注重素质、培养能力和创新意识已成为共识。为了适应科学技术的迅猛发展,教学内容和课程体系的改革对进一步提高教学质量,培养新世纪所需要的合格人才具有深远的意义。本书是根据教育部面向 21 世纪电气信息类专业人才培养方案及教学内容和课程体系改革的精神,按照“电磁场课程教学基本要求”和“电磁场与电磁波课程教学基本要求”,借鉴国内外优秀教材的成功之处,并结合编者多年从事电磁场教学与研究的经验编写的。本书有如下特点。

(1)按照电气信息类宽口径专业设定教材内容。适当突破当前教材内容侧重强电或弱电的现象,采取强电与弱电兼顾、场与波并重的方式。

(2)采用新的论述体系。首先,在大学物理(电磁学)关于电磁场基本物理量和基本规律的基础上,导出描述宏观电磁现象的基本规律——麦克斯韦方程组以及电磁场的边界条件,引入电磁位函数,介绍电磁场的能量关系。然后,以麦克斯韦方程组为出发点,分别讨论静态电磁场、时变电磁场以及各种具体情况下的应用。在论述体系上,注意吸取归纳法和演绎法各自的优点,做到与先修课程——大学物理(电磁学)恰当衔接。这种体系安排有利于学生建立电磁场与电磁波的整体概念,有利于培养学生利用一般规律分析和解决具体问题的能力。

(3)在注重电磁场的基本概念、基本规律和基本分析计算方法的基础上,重视建立电磁模型和定性分析的环节。把物理概念和数学工具妥善地结合起来处理电磁问题。

(4)对于静态电磁场的内容采用对偶原理进行介绍,简单明了,节省篇幅。与大学物理(电磁学)恰当衔接,并深化内容,避免不必要的重复。重点放在位场求解上。其中解析方法包括直接积分法、镜像法和分离变量法;数值计算方法包括有限差分法和矩量法。

(5)将准静态电磁场单独列为一章,介绍其基本概念及应用。

(6)加强电磁理论与工程实际的结合。除了结合章节内容编入说明性的例题以外,还专门设立一章介绍工程电磁场的有关专题。用以扩大知识面,增强现代化气息,激发学生运用电磁理论解决工程实际问题的兴趣,培养学生的工程意识和创新意识。

全书共分八章,即宏观电磁现象的基本规律、静态电磁场、准静态电磁场、平面电磁波、波导与谐振腔、均匀传输线中的导行电磁波、电磁波的辐射和工程电磁场专题。每章末均有小结,并配有习题,书末附有答案和附录。教学中可根据具体情况决定内容取舍。

本书由晁立东主编,并编写第一章、第三章、第八章和附录;许杰编写第四章、第五章和

七章;王仲奕编写第二章和第六章。承蒙西安科技学院田一涵教授仔细审阅全稿,提出了许多宝贵的修改意见,并为本书作序。在编写过程中,西安交通大学冯慈璋教授曾对编写大纲提出指导性意见。此外,王世山曾参加编写大纲的讨论。本书的出版立项得到了西安石油学院的资助,出版工作得到了西安石油学院教材科和西北工业大学出版社的大力支持。编者在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平所限,书中可能有不妥和错误之处,欢迎使用本书的老师 and 广大读者批评指出。

编 者

2001年2月

目 录

第一章 宏观电磁现象的基本规律	1
§ 1-1 电磁场的基本物理量	1
§ 1-2 电磁场中的媒质及其电磁特性参数	5
§ 1-3 电磁场的基本定律	11
§ 1-4 麦克斯韦方程组的积分形式	23
§ 1-5 麦克斯韦方程组的微分形式	27
§ 1-6 电磁场的边界条件	30
§ 1-7 电磁场的位函数	32
§ 1-8 电磁场的能量和能流	34
小结	37
习题一	39
第二章 静态电磁场	45
§ 2-1 位场边值问题	45
§ 2-2 镜像法	60
§ 2-3 分离变量法	71
§ 2-4 有限差分法	83
§ 2-5 矩量法	88
§ 2-6 电容、电导与电感	90
§ 2-7 静态场的能量与力	101
§ 2-8 静态场的应用	109
小结	116
习题二	119
第三章 准静态电磁场	123
§ 3-1 准静态近似	123
§ 3-2 电准静态场的应用	130
§ 3-3 磁准静态场的应用	133
小结	149
习题三	149

第四章 平面电磁波	154
§ 4-1 电磁波谱.....	154
§ 4-2 理想介质中的均匀平面波.....	155
§ 4-3 有耗媒质中的均匀平面波.....	160
§ 4-4 平面电磁波的极化.....	169
§ 4-5 均匀平面波的正入射.....	173
§ 4-6 均匀平面波的斜入射.....	183
小结.....	191
习题四.....	192
第五章 波导与谐振腔	196
§ 5-1 均匀波导中波的一般特性.....	196
§ 5-2 矩形波导.....	200
§ 5-3 圆柱形波导.....	213
§ 5-4 介质波导.....	218
§ 5-5 空腔谐振器.....	223
小结.....	231
习题五.....	232
第六章 均匀传输线中的导行电磁波	235
§ 6-1 无损耗均匀传输线方程.....	235
§ 6-2 无损耗均匀传输线的传播特性.....	238
§ 6-3 无损耗均匀传输线的工作参数.....	243
§ 6-4 无损耗传输线工作状态的分析.....	249
§ 6-5 无损耗均匀传输线的阻抗匹配.....	254
§ 6-6 有损耗均匀传输线.....	258
§ 6-7 史密斯圆图及其应用.....	264
小结.....	274
习题六.....	275
第七章 电磁波的辐射	278
§ 7-1 基本振子的辐射场.....	278
§ 7-2 线天线.....	284
§ 7-3 天线阵.....	288
§ 7-4 互易定理.....	298
小结.....	301
习题七.....	302

第八章 工程电磁场专题	301
§ 8-1 电磁探测.....	307
§ 8-2 瑞利散射.....	326
§ 8-3 傅里叶光学与全息摄影.....	336
§ 8-4 高斯波束.....	353
§ 8-5 多普勒效应.....	338
§ 8-6 各向异性媒质中的平面波.....	343
§ 8-7 核磁共振效应.....	347
小结.....	350
习题八.....	351
附录	353
一、坐标系.....	353
二、主要矢量分析公式.....	357
三、常用材料的参数和物理常数.....	358
四、电磁单位.....	360
习题答案	362
参考文献	373

第一章 宏观电磁现象的基本规律

本章对大学物理电磁学中已经介绍过的电磁场的基本物理量和电磁场的基本定律进行比较系统的复习和总结。在此基础上,经过分析推广得到宏观电磁场的基本规律——麦克斯韦方程组,并导出电磁场的边界条件和电磁场中的能量关系。它们是研究宏观电磁现象的理论基础和分析计算宏观电磁场问题的出发点。为了便于计算电磁场,还引入了电磁位函数及其方程。另外,还讨论了媒质的电磁特性,以利于建立电磁场与物质相互作用的概念。

需要说明的是,上面提到的宏观电磁现象是指只考虑宏观统计的电磁场现象,而不考虑微观电磁场,即不考虑场的量子效应。这是处理问题的前提。因此,书中提到的无限小都是宏观场在数学意义上的无限小,而不涉及量子效应。

§ 1-1 电磁场的基本物理量

本节介绍电磁场的基本源量:电荷与电荷密度、电流与电流密度,以及主要的基本场量:电场强度矢量与磁感应强度矢量。它们都是电磁场中的基本物理量。关于物质在外加电磁场中极化和磁化所产生的附加场源(如极化电荷、极化电流和磁化电流)以及相应的基本辅助物理量将在下一节介绍。有关时变电磁场中变化的电场和变化的磁场互为场源、互为因果、相互激发产生电磁波的现象,留待以后讨论。

1.1.1 电荷与电荷密度

自然界中只有两种电荷:正电荷和负电荷。带电体所带电量的量值称为电量,记为 q 或 Q 。电量是一个标量,单位是C(库仑)。一个电子所带电量的模值为 $e(e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C})$,习惯上规定电子带负电荷。

根据物质的结构理论,带电体所带电量是不连续分布的,它必为电子电量的整数倍。当我们观察一个带电物体的宏观电特性时,能观察到的往往是大量带电微粒的平均效应。因此,可以将带电体内的电荷分布近似视为是连续的,常用体电荷密度来描述它的电荷分布状况。

在某带电体内任意一点 P 取一个体积元 $\Delta V'$,若包含 P 点的体积元 $\Delta V'$ 内含有电量 Δq ,则当 $\Delta V'$ 向 P 点收缩趋向于零时, Δq 与 $\Delta V'$ 之比的极限称为该带电体在 P 点的体电荷密度,记为 $\rho(P)$ 或 $\rho(r')$, r' 为源点 P 的矢径。 $\rho(r')$ 的单位是 C/m^3 (库仑/米³),即

$$\rho(r') = \lim_{\Delta V' \rightarrow 0} \frac{\Delta q(r')}{\Delta V'} = \frac{dq(r')}{dV'} \quad (1-1)$$

当带电体具有面状或线状结构时,我们分别引入面电荷密度 $\rho_s(r')$ 和线电荷密度 $\rho_l(r')$ 来描述它们的电荷分布特性。它们分别为

$$\rho_S(\mathbf{r}') = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q(\mathbf{r}')}{\Delta S} = \frac{dq(\mathbf{r}')}{dS'} \quad (1-2)$$

$$\rho_l(\mathbf{r}') = \lim_{\Delta l' \rightarrow 0} \frac{\Delta q(\mathbf{r}')}{\Delta l'} = \frac{dq(\mathbf{r}')}{dl'} \quad (1-3)$$

在式(1-2), (1-3)中, $\rho_S(\mathbf{r}')$ 的单位是 C/m^2 (库仑/米²); $\rho_l(\mathbf{r}')$ 的单位是 C/m (库仑/米)。

如果 Δq 随时间变化, 则体电荷密度、面电荷密度和线电荷密度亦应随时间变化。因此, 它们可以是空间位置和时间的函数, 分别表示为 $\rho(\mathbf{r}', t)$, $\rho_S(\mathbf{r}', t)$ 和 $\rho_l(\mathbf{r}', t)$ 。

当观察点至带电体的距离远大于带电体本身的尺寸时, 常常忽略带电体的大小和形状给计算带来的影响, 近似地认为带电体的全部电量集中在一个“点”上, 从而使我们的分析计算工作大为简化, 而不致带来大的分析计算误差。换句话说, 将该带电体视为一个点电荷。可见点电荷是一个理想模型。

点电荷是体电荷分布的极限情况, 它可以视为一个体积很小而体电荷密度很大的带电小球体的极限。在数学上, 空间某点 (x', y', z') 上具有 1C 电量的点电荷的体电荷密度可表示成

$$\rho = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z') \quad (1-4)$$

式中, \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 分别表示观察点(称为场点) (x, y, z) 和源点 (x', y', z') 的矢径。 δ 称为狄拉克(Dirac) δ 函数, 它具有下列性质

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \begin{cases} 0 & (\mathbf{r} \neq \mathbf{r}') \\ \infty & (\mathbf{r} = \mathbf{r}') \end{cases} \quad (1-5)$$

$$\int_V \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV = \begin{cases} 0 & (V \text{ 不包含点 } \mathbf{r}') \\ 1 & (V \text{ 包含点 } \mathbf{r}') \end{cases} \quad (1-6)$$

$$\int_V f(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV = \begin{cases} 0 & (V \text{ 不包含点 } \mathbf{r}') \\ f(\mathbf{r}') & (V \text{ 包含点 } \mathbf{r}') \end{cases} \quad (1-7)$$

式中, V 表示空间任一积分区域, $f(\mathbf{r})$ 为任一在点 $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$ 上连续的标量函数。

从狄拉克 δ 函数的上述性质可见, 这个点电荷的体电荷密度 ρ 除源点 \mathbf{r}' 以外处处为零, 在源点处为无限大。这个点电荷的电量等于包围源点某体积 V 内对体电荷密度的积分, 所得电量为 1C 。

若在源点 \mathbf{r}' 处的电量是 q , 则该点电荷的体电荷密度 ρ 可表示为

$$\rho = q\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (1-8)$$

若在相互分离的 N 个源点 $\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, \dots, \mathbf{r}'_N$ 处分别放置电量为 q_1, q_2, \dots, q_N 的电荷, 则这群点电荷的体电荷密度可表示为

$$\rho = \sum_{n=1}^N q_n \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n) \quad (1-9)$$

对于固定于空间某点的点电荷 q , 在一般情况下, 可以是时间的函数。

1.1.2 电场强度矢量

电荷在其周围的空间产生电场。电场是统一的电磁场的一个方面, 它的表现是对于被引入场中的其它电荷有力相作用。可以利用电荷在电场中受到的电场力来定义电场。表征电场特性的基本物理量是电场强度矢量。

根据实验,当一个电量为 q_0 的正电荷引入电场时,它将受到这个电场对它的作用力 F 。这个力 F 称为电场力,这个电荷 q_0 称为试验电荷。

实验表明,电场力 F 的大小与试验电荷的电量 q_0 成正比。这意味着,电场力 F 与试验电荷 q_0 的比值与试验电荷的大小无关,而仅随试验电荷所处的位置而变化,很适合于用来描述电场的性质。因此,将单位正电荷在某点所受到的电场力定义为该点的电场强度,记为 E ,即

$$E = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{F}{q_0} \quad (1-10)$$

电场强度的单位是 V/m(伏特/米),也可以用 N/C(牛顿/库仑)来表示。

当然,在上述定义中应假定试验电荷 q_0 是一个电量及其尺度都足够小的点电荷,以致它的引入对原有电场的影响可以忽略不计。

1.1.3 电流与电流密度

电荷在电场作用下的宏观定向运动形成电流。在导电媒质(如导体、半导体、电解液、等离子体等)中,电荷运动形成的电流称为传导电流。在自由空间(如真空等)中,电荷运动形成的电流称为运流电流。

电流的强弱用电流强度来描述。它的定义是,单位时间内穿过某一截面的电量,记为 i 或 I ,即

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1-11)$$

电流强度是一个标量,它的单位是 A(安培)。电流的正方向习惯上规定为正电荷运动的方向。若电流强度的大小不随时间而变化,则该电流称为恒定电流;否则,称为时变电流。

电流强度给出了单位时间内穿过某一截面总的电量,但它并没有给出单位时间内穿过截面任一点的电量及电荷运动方向,为此引入体电流密度这个物理量。

导电媒质或空间中任一点 P (P 点的矢径为 r') 的体电流密度 J 定义为这样一个矢量,它的大小等于单位时间内穿过垂直于 J 的单位面积的电量,或等于穿过垂直于 J 的单位面积的电流,即

$$J(r') = \lim_{\Delta S' \rightarrow 0} \frac{\Delta i(r')}{\Delta S'} = \frac{di(r')}{dS'} \quad (1-12)$$

而它的方向与该点正电荷的运动方向一致。

体电流密度亦称为体电流的面密度,单位是 A/m²(安培/米²)。在一般情况下,体电流密度可以是空间位置和时间的函数,即 $J(r', t)$ 。

根据体电流密度的定义,若已知某导电媒质或空间中的体电流密度 J ,则可以得出穿过该媒质或空间中任一截面 S' 的电流 i 为

$$i = \int_{S'} J(r') \cdot dS' \quad (1-13)$$

式中,矢量 dS' 的方向指该面积元的正法线方向。

当运动电荷集中在一个很薄的物体表层时,可近似认为电荷运动所形成的电流是一个面电流,可用面电流密度的概念来描述这个表面上各点处的电荷运动情况。

面电流密度 J_s 定义为这样一个矢量,它的大小等于流过与 J_s 垂直的单位长度的电流,即

$$J_s(r') = \lim_{\Delta l' \rightarrow 0} \frac{\Delta i(r')}{\Delta l'} = \frac{di(r')}{dl'} \quad (1-14)$$

而它的方向为该点正电荷运动的方向。面电流密度亦称为面电流的线密度,它的单位是 A/m(安培/米)。在一般情况下,面电流密度可以是空间位置 and 时间的函数,即 $\mathbf{J}_s(\mathbf{r}', t)$ 。

根据面电流密度的定义,流过表面上任意线段 l' 的电流为

$$i = \int_{l'} [\mathbf{J}_s(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{e}_n] dl' \quad (1-15)$$

式中, \mathbf{e}_n 为垂直于元线段 dl' 的方向上的单位矢量。

如果电流沿细导线或空间一线形区域流动,在宏观理想情况下,可近似看作沿一截面积为零的几何线流动,称作线电流,用电流 i 描述。在一般情况下,线电流亦应是坐标和时间的函数。

下面给出电流密度与电荷密度之间的关系。当按体密度 ρ 分布的电荷,以速度 \mathbf{v} 运动时,形成体电流密度矢量 \mathbf{J} ,其表示式为

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{v} \quad (1-16)$$

同理,若按面密度 ρ_s 和线密度 ρ_l 分布的电荷,以速度 \mathbf{v} 运动(设面电荷在其所分布的面上运动,线电荷沿其所分布的线上运动),分别形成的面电流密度矢量 \mathbf{J}_s 和线电流 i 为

$$\mathbf{J}_s = \rho_s \mathbf{v} \quad (1-17)$$

$$i = \rho_l v \quad (1-18)$$

1.1.4 磁感应强度矢量

电流或运动电荷在其周围的空间产生磁场。磁场是统一的电磁场的又一个方面,它的表现是对于被引入场中的其它电流或运动电荷有力相作用。可以利用电流或运动电荷在磁场中受到的磁场力来定义磁场。表征磁场特性的基本物理量是磁感应强度矢量。

根据实验,当一个电量为 q_0 的试验电荷以速度 \mathbf{v} 在磁场中运动经过某点时,运动电荷 q_0 在该点受到磁场对它的作用力为

$$\mathbf{F} = q_0 \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1-19a)$$

这个力称洛伦兹(Lorentz)力。 \mathbf{B} 为该点磁场的磁感应强度矢量。

由式(1-19a)可知,当 \mathbf{v} 与 \mathbf{B} 平行时,运动电荷受到的洛伦兹力为零($F=0$);而当 \mathbf{v} 与 \mathbf{B} 垂直时,运动电荷受到的洛伦兹力达到最大($F=F_{\max}=q_0 v B$)。因此,磁场中某点的磁感应强度 \mathbf{B} 定义为这样一个矢量,它的大小等于该点洛伦兹力最大值 F_{\max} 与乘积 $q_0 v$ 的比值并取 q_0 趋于零的极限,即

$$B = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{F_{\max}}{q_0 v} \quad (1-19b)$$

它的方向根据测得的 F_{\max} 和已知的 \mathbf{v} 两者的方向,由式(1-19a)来唯一确定。

在上述定义中,运动试验电荷 q_0 的量值及尺度均应足够小,不至于改变原来空间磁场的分布。

磁感应强度的单位是 T(特斯拉),也可以用 Wb/m²(韦伯/米²)来表示。

从式(1-19a)看出,静止电荷在磁场中不会受到磁场的作用力。对运动电荷而言,它所承受的洛伦兹力 \mathbf{F} 始终与电荷的运动速度矢量 \mathbf{v} 相垂直。这就表明,洛伦兹力的作用仅能改变电荷运动速度的方向,而不能改变电荷运动速度的量值。因此,在自由空间中洛伦兹力不做功。

导体内的电流是由电荷的定向运动形成的,因此磁场对载流导体也有力相作用。考虑载流

在回路上任一电流元 $I d\mathbf{l}$ 。它在磁场中所受之力为

$$d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \quad (1-20)$$

式中, $I d\mathbf{l} = (dq/dt)d\mathbf{l} = dq(d\mathbf{l}/dt) = dq \cdot \mathbf{v}$, dq 为 $d\mathbf{l}$ 段内所有运动电荷的量值,亦即在 dt 时间内穿过导线某一截面的电量。式(1-20)也可作为磁感应强度的定义式。

§ 1-2 电磁场中的媒质及其电磁特性参数

电磁场与实体物质是相互作用的,因此了解媒质的电磁特性是一个很重要的方面。我们知道物质中包含有许多带电粒子,这些带电粒子对外加电磁场有响应并且产生二次场。媒质中带电粒子和电磁场的相互作用会产生三个基本现象:(电)传导、极化和磁化。每一种媒质在电磁场中均有传导、极化和磁化三种现象,根据其中主导的现象,可将媒质分为导体(包括半导体)、电介质和磁介质。下面我们依次介绍这三种媒质并导出三个媒质构成关系式,这些构成关系可以使避免用显式考虑媒质中的带电粒子与场的相互作用。

1.2.1 导体

具有大量的能够在外电场中自由移动的电荷,能很好地形成传导电流的物体称为导体。导体通常可分为两类。第一类导体又称金属导体,其导电靠的是自由电子。例如:铜、银、铝等金属即为金属导体。第二类导体的导电靠的是正、负离子。像酸、碱、盐的水溶液等电解质及电离的气体均属于第二类导体。下面主要介绍金属导体在电场中的特性并给出表征媒质导电性的参数——电导率。

1. 静电场中的导体

导体的特点是其中有大量的自由电子,在外电场作用下,其自由电荷将会在导体中移动,原来的静电平衡状态被破坏。自由电荷的移动将使其积累在导体表面,并建立附加电场,直至其表面电荷(也称为感应电荷)建立的附加电场与外加电场在导体内部处处相抵消为止,这样才达到一种新的静电平衡状态。因此,静电场中的导体具有下列特点:第一,导体内的电场为零,即 $\mathbf{E} = 0$ 。不然的话,导体内的自由电荷将受到电场力的作用而移动,将不属静电问题的范围。第二,静电场中导体必为等位体,导体表面必为等位面。第三,导体表面上的 \mathbf{E} 必定垂直于表面。第四,导体如带电,则电荷只能分布于其表面。

2. 导体在恒定电场作用下的电流传导

将一段导体与直流电源连接,则导体内部存在恒定电场 \mathbf{E} 。导体中自由电子在电场力作用下加速运动,又不断与金属晶体点阵上的正离子碰撞而减速。最终宏观效果是自由电子获得一个平均的漂移速度,从而产生电流的传导。导体中自由电子的漂移速度与其中的电场强度成正比,因而传导电流密度与电场强度成正比。根据实验,对于各向同性导体,其中电流密度与电场强度的关系可表示为

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1-21)$$

式中, σ 称为导体的电导率,单位为 S/m (西门子/米)。 σ 的倒数称为电阻率,用 ρ_r 表示,单位是 $\Omega \cdot \text{m}$ (欧姆·米)。式(1-21)称为欧姆定律的微分形式。

在半导体中,电流密度与电场强度的关系形式上与式(1-21)相同。但是,半导体中的电流密度不仅是自由电子的漂移,而且还有空穴的漂移所做的贡献之和。半导体的电导率应反映两

的贡献。

电导率是表征媒质导电特性的参数,它是媒质电磁特性的三个参数之一(另两个是介电常数 ϵ 和磁导率 μ)。图1-1示出了导体、半导体和电介质的电导率范围。本书附录三中的附表1列出了一些材料的电导率数值。

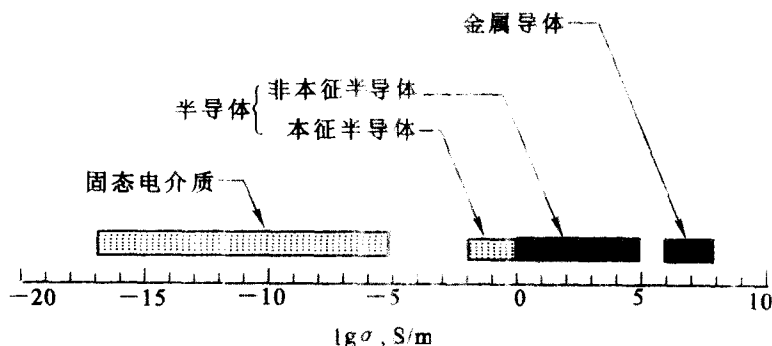


图1-1 导体、半导体和电介质的电导率范围

若媒质的 σ 不随 E 和 J 的量值而变,即 σ 为常数,称之为线性导电媒质。对于不同的媒质,其线性区域不同。金属的线性区域很大,半导体的线性区域很小。若导电媒质中 σ 不随空间坐标变化,处处为常数,则称之为均匀导电媒质。导电特性不因电场方向而改变的媒质,称为各向同性导电媒质。反之,称之为各向异性导电媒质。在各向异性导电媒质中, J 和 E 的方向并非总是一致的。此时,电导率不再是一个数,而是用电导率张量表示。关于这种媒质,在此不作讨论。另外,许多导电媒质的电导率 σ 还随温度变化。例如金属导体电导率 σ 随温度升高而减小,而半导体材料的电导率随温度升高而明显增大。还有某些金属或化合物在温度降低至某一温度以下后, $\sigma \rightarrow \infty$,变为超导体,这时式(1-21)不再适用。

欧姆定律的微分形式(1-21)描述了导体和半导体中任一点场量 J 和 E 之间的关系。与其对应的积分量之间的关系便是联系电流 I 和电压 U 的欧姆定律 $U = RI$,称之为欧姆定律的积分形式。需要指出,欧姆定律的积分形式只适用于恒定情况,而其微分形式不仅适用于恒定情况,而且对非恒定情况也适用。欧姆定律的微分形式是反映媒质和电场相互作用的一个构成关系。

(1-21)还可推广到含有电源的导电媒质的情况。这时,普遍的欧姆定律的微分形式是

$$J = \sigma(E - E_s) \quad (1-22)$$

式(1-22)通常又称为含源的欧姆定律的微分形式, σ 是电源内导电媒质的电导率, E 是电源两极板上电荷所引起的库仑电场强度,而 E_s 是电源内的局外电场强度,它定义为单位正电荷所受的局外力或非库仑电场力(例如电池中化学作用力)。恒定电源内部的局外力使正电荷在电源内部不断地从负极运动到正极,以维持电源极板上和与电源相连的导体上的电荷分布不变,从而维持导体内的恒定电场和电流。因此, E_s 的方向从电源负极指向正极,而 E 与 E_s 方向相反,在电源内部合成场强为 $E + E_s$ 。在电源以外 $E_s = 0$ 。从场的角度,可用局外场强来描述电源的特性,电源的电动势 \mathcal{E} 与局外场强的关系为

$$\mathcal{E} = \int_0^l E_s \cdot dl \quad (1-23)$$