

589178

3326
11134

航空高等院校教材

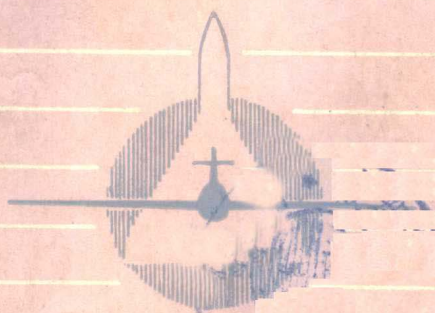
气体动力学基础

西北工业大学

南京航空学院

北京航空学院

合编



国防工业出版社

589178

3326
11134

11134

气体动力学基础

西北工业大学
南京航空学院 合编
北京航空学院

国防工业出版社

内 容 简 介

本书共十一章,分别讨论了气体动力学中的一些基本问题。本书先介绍了为学习气体动力学所必需的一些基本知识。然后,较详细地研究了可压缩流体的一维定常流动的理论,分析了在一维定常流动中亚音速流和超音速流的流动规律。介绍了膨胀波和激波的理论。在研究一维定常流动的基础上,阐述了多维流动的理论基础、小扰动法和特征线理论;讨论了一维非定常流;介绍了粘性流和附面层的基本概念。

本书可作为高等航空院校发动机专业的教科书和工程热物理、燃气轮机等专业的教学参考书。本书亦可供从事发动机设计工作的技术人员参考。

气 体 动 力 学 基 础

西北工业大学

南京航空学院 合编

北京航空学院

*

国防工业出版社 出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092¹/₁₆ 印张 25¹/₄ 590 千字

1980年6月第一版 1980年6月第一次印刷 印数: 0,001—3,800册

统一书号: 15034·2040 定价: 2.60元

前 言

本书系根据航空发动机专业的气体动力学教学大纲编写的，为学习航空发动机原理和深入研究航空发动机中的气体动力学问题提供必要的基础知识。

本书的重点是研究可压缩流体的一维定常流动的理论，其中包括一维定常流动的基本方程和一维定常管流等内容，对于一维定常流动中的亚音速流和超音速流的流动规律都做了详细的分析。对于超音速流中的膨胀波和激波问题亦做了较详细的讨论。

本书在研究一维定常流动理论的基础上，阐述了多维流动的理论基础，其中包括流体运动学、气体动力学基本方程、小扰动法和特征线理论等内容；介绍了一维非定常流的物理概念及其解法（特征线法）；概略地介绍了粘性流和附面层的基本概念。

本书所讨论的内容，对于发动机设计专业的学生来说，都是必要的基础知识。

本书在叙述上采取了物理概念与解析法相结合的方法。

在本书书末的附录中，附有国际标准大气表和气体动力学函数表以及其它一些数值表，供计算时查用。

本书系采用国际标准单位制（SI制）。在第一章还介绍了目前我国工程界尚广泛使用的重力工程单位制及其与SI制的换算关系。

本书由潘锦珊同志主编，由刘世兴、张封北等同志审校。其中，第一、二、三、十章由潘锦珊同志编写；第四章由刘松岭同志编写；第五、十一章由邢宗文同志编写；第六、七、八章由刘世兴同志编写；第九章由魏佑海同志编写。

由于编者水平有限，书中可能有错误或不妥之处，请读者批评指正。

编 者

1979年10月

目 录

第一章 基本知识	1
§ 1-1 连续介质的概念	1
§ 1-2 气体的基本性质	3
§ 1-3 作用在流体上的力	7
§ 1-4 流体静平衡微分方程式	9
§ 1-5 研究流体运动的方法和一些基本概念	15
§ 1-6 单位制	23
第二章 一维定常流的基本方程	26
§ 2-1 引言	26
§ 2-2 体系和控制体	27
§ 2-3 连续方程	27
§ 2-4 动量方程	29
§ 2-5 动量矩方程	34
§ 2-6 微分形式的动量方程	36
§ 2-7 柏努利方程	38
§ 2-8 能量方程	43
§ 2-9 适用于控制体的热力学第二定律	48
§ 2-10 音速和马赫数	49
§ 2-11 气流的滞止参数	54
§ 2-12 几个重要的气流参数	64
§ 2-13 气体动力学函数及其应用	68
第三章 膨胀波	79
§ 3-1 弱扰动在气流中的传播	79
§ 3-2 膨胀波的形成及其特点	82
§ 3-3 膨胀波的计算公式和数值表用法	84
§ 3-4 微弱压缩波	92
§ 3-5 速度平面上的特征线网图	93
§ 3-6 波的反射和相交	99
§ 3-7 特征线法在平面喷管超音速段设计上的应用	108
第四章 激波	113
§ 4-1 激波的形成和激波的传播速度	114
§ 4-2 激波前后的参数关系	117
§ 4-3 正激波前后气体状态的焓熵图表示、范诺线、瑞利线	128
§ 4-4 激波的速度图极曲线	131
§ 4-5 激波的反射和相交	133
§ 4-6 锥面激波	139
§ 4-7 外压式超音速进气道的激波系	141

第五章 一维定常管流	144
§ 5-1 变截面管流	144
§ 5-2 等截面摩擦管流	174
§ 5-3 换热管流	185
§ 5-4 变流量管流	193
第六章 多维流动导论	200
§ 6-1 曲线坐标系	200
§ 6-2 欧拉变数的速度、加速度和随流导数	205
§ 6-3 流体微团的运动	209
§ 6-4 流体微团运动在圆柱坐标系中的表达式	213
§ 6-5 势流和速度势	215
§ 6-6 势流中的速度环量	217
§ 6-7 旋涡和旋涡强度	218
§ 6-8 速度环量与旋涡强度的关系	220
§ 6-9 凯尔文定理	221
§ 6-10 海姆霍次旋涡理论	223
第七章 气体动力学基本方程	226
§ 7-1 直角坐标系中的连续方程	226
§ 7-2 圆柱坐标系中的连续方程	227
§ 7-3 直角坐标系中的欧拉运动微分方程	229
§ 7-4 圆柱坐标系中的欧拉运动微分方程	230
§ 7-5 葛罗米柯运动微分方程	232
§ 7-6 运动微分方程的积分	233
§ 7-7 能量方程	235
§ 7-8 克罗克定理	237
§ 7-9 相对运动方程	238
第八章 无粘性气体动力学方程组	244
§ 8-1 无粘性理想气体的动力学方程组	244
§ 8-2 用势函数表示的运动微分方程	248
§ 8-3 流函数	250
§ 8-4 势函数与流函数间的关系	251
§ 8-5 用流函数表示的运动微分方程	253
§ 8-6 平面定常势流的例举	254
§ 8-7 定常势流的运动微分方程的线化	257
§ 8-8 压强系数的线化	260
§ 8-9 亚音速气流绕波形壁的平面流动	261
§ 8-10 特征线理论	263
§ 8-11 平面定常超音速流动的特征线法	265
§ 8-12 轴对称定常等熵超音速流的特征线法	268
§ 8-13 二维一阶拟线性偏微分方程组的特征线理论	270
第九章 一维非定常流动	273
§ 9-1 微弱扰动在管内的传播	273
§ 9-2 扰动前后气流参数的变化	276

§ 9-3 有限强度扰动波的传播	278
§ 9-4 微弱波的反射和相交	280
§ 9-5 一维非定常流的特征方法	284
第十章 粘性流和附面层的基本知识	291
§ 10-1 粘性流体的两种流动状态	291
§ 10-2 流体在管中的层流流动	293
§ 10-3 流体在管中的紊流流动	295
§ 10-4 局部损失	303
§ 10-5 附面层知识	306
第十一章 翼型知识	322
§ 11-1 翼型的几何参数	322
§ 11-2 低速气流绕翼型流动的气动力特性	324
§ 11-3 亚音速流中压缩性对翼型气动力特性的影响	327
§ 11-4 翼型的跨音速性能	328
§ 11-5 超音速翼型简介	333
附录 可压缩流函数表	335
表 1 标准大气表	335
表 2 (a) 一维等熵流气动函数表 ($k = 1.4$, 以 M 数为自变量)	336
表 2 (b) 一维等熵流气动函数表 ($k = 1.4$, 以 λ 数为自变量)	342
表 2 (c) 一维等熵流气动函数表 ($k = 1.33$, 以 λ 数为自变量)	346
表 2 (d) 一维等熵流气动函数表 ($k = 1.25$, 以 λ 数为自变量)	351
表 3 二维超音速气流等熵变化数值表或二维超音速气流绕外钝角的加速流函数表 ($k = 1.4$) ..	356
表 4 正激波前后气流参数表(完全气体 $k = 1.4$)	358
表 5 斜激波前后气流参数表(完全气体 $k = 1.4$, β 取为整数)	362
表 6 斜激波前后气流参数表(完全气体 $k = 1.4$, δ 取为整数)	382
表 7 有摩擦的直等截面管道中绝热流动的数值表(完全气体 $k = 1.4$)	392
表 8 (a) 附加流量垂直于主流 ($k = 1.40$)	394
表 8 (b) 附加流量垂直于主流 ($k = 1.2$)	397

第一章 基本知识

本章将简要地介绍气体动力学中最常用到的一些基本知识，其中包括：连续介质的概念，气体的基本性质、作用在流体上的力、流体静平衡微分方程式、研究流体运动的方法和一些基本概念等。所有这些基本知识，都将为以后问题的讨论奠定必要的基础。

§ 1-1 连续介质的概念

一、连续性假设

大家知道，任何实际气体都是由大量微小的分子所构成，而且每个分子都在不断地作无规则的热运动。分析物质运动的最基本方法是对每一个分子运用运动定律，分析每一个分子的运动规律，然后用统计方法求得大量分子微观量的平均值。这种研究方法，通常称为统计力学的方法，它对于实际计算显得太繁琐。

因为气体动力学的任务是研究气体的宏观运动规律，所以，在气体动力学的领域里，一般可以不考虑实际气体的微观结构[●]，而另用一种简化的模型来代替气体的真实微观结构。1753年欧拉采取了一个基本假设，按照这一假设，流体（液体和气体的统称）充满着一个体积时是不留任何自由空隙的，其中没有真空的地方，也没有分子间的间隙和分子的运动，即把流体看作是连续的介质。这种假设称之为连续性假设或稠密性假设。在大多数情况下，利用这个基本假设所得到的计算结果和实验结果符合得很好。

由连续介质概念所带来的最大简化是：我们不必研究大量分子的瞬时状态，而只要研究描述流体宏观状态的物理量，如密度、速度、压强等就行了。在连续介质中，可以把这些物理量看作是空间坐标和时间的连续函数[●]。因而在处理气体动力学问题时，就可以广泛地应用数学上有关连续函数的解析方法。

连续性假设在一定条件下是完全合理的。我们以气体作用于物体表面上的力为例来说明这个问题。由物理学知道，在标准情况下，一立方厘米的空气包含有 2.69×10^{19} 个分子，空气分子间的平均自由行程 $\bar{l} = 6 \times 10^{-6}$ 厘米，它和我们所要研究的在气流中的物体的特征尺寸（ L ）比较起来是极其微小的。例如，航空发动机的压气机叶片弦长都以厘米计，要比空气分子的平均自由行程大得多，即 $\bar{l}/L$ 为一个很小的数值。在这种条件下，按照气体分子运动论的观点，由于作热运动的大量气体分子不断地撞击物体表面的结果，产生了作用于物体表面上的力。它应该是大量气体分子共同作用的统计平均结果，而不是由个别分子的具体运动所决定的。因而我们不需要详细地研究个别分子的运动，而将气体看成是连绵一片的连续介质，以宏观的物理量来表征大量分子的共性——统计平均特性。

航空工程上除了在飞行高度很大和某些特殊的情况（如研究激波内部结构时）之外， $\bar{l}/L$ 总是很小的数值，因而可以应用连续性假设。

- 在研究气体的输运性质时，才需要考虑气体的微观结构。
- 在奇点处例外。

通常认为, 只有当 $\bar{l}/L \geq 0.01$ 时, 连续性假设才不适用。此时, 气体的分子平均自由行程和物体的特征尺寸可以相比拟。通常在大气中, 空气分子的平均自由行程随高度增加而增加, 例如在 120 公里, 空气分子的平均自由行程达 300 毫米, 这时就不能再应用连续介质的概念而必须考虑气体的分子结构了。这个范围的气体动力学叫做稀薄气体动力学, 本书将不讨论这类问题。

二、连续介质中一点处的密度和速度

根据连续介质的概念, 我们可以确定一点处密度的定义。在充满连续介质的空间任取一点 P , Δv 是包括点 P 的一个小体积, 如图 1-1(a) 所示。小体积 Δv 内流体的质量为 Δm , 其比值 $\Delta m/\Delta v$ 称为小体积 Δv 内流体的平均密度。首先假定 Δv 比较大, 然后围绕点 P 使其逐渐缩小。于是 $\Delta m/\Delta v$ 对 Δv 的曲线便由图 1-1(b) 表示。起初, $\Delta m/\Delta v$ 随 Δv

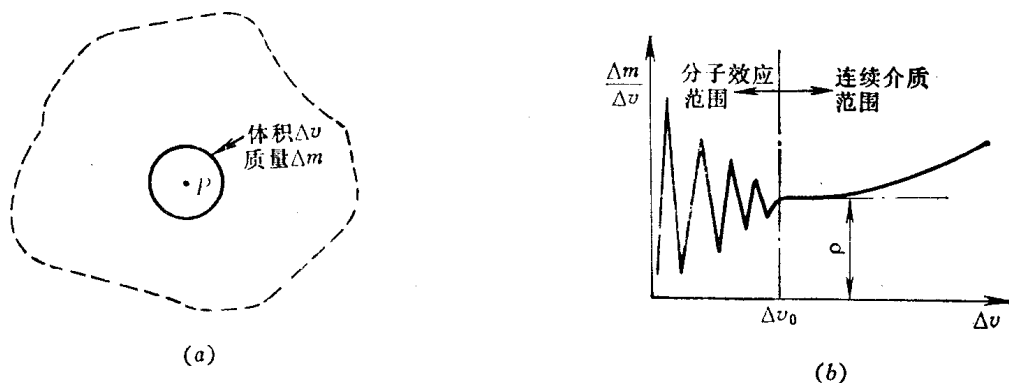


图 1-1

的缩小趋近于一渐近值, 这是因为 Δv 越小, 包含在小体积内的气体分子分布愈来愈均匀的缘故。但是, 当 Δv 进一步缩小到非常小, 使小体积 Δv 只包含着少数几个分子时, 由于分子进入或跑出该体积, 致使平均密度随时间发生忽大忽小的变化, 因而 $\Delta m/\Delta v$ 就不可能有确定的数值。于是我们可以设想有这样一个最小体积 Δv_0 , 它与我们所研究物体的特征尺寸相比是微不足道的, 可以看成是一个流体性质均匀的空间点; 但它与分子的平均自由行程相比却要大得多, 同时它还包含足够多的分子数目, 使得密度的统计平均值有确切的意义。在气体动力学中, 把这个最小体积 Δv_0 内的平均密度定义为一点 (如 P 点) 处的密度, 即

$$\rho = \lim_{\Delta v \rightarrow \Delta v_0} \frac{\Delta m}{\Delta v} \quad (1-1)$$

由此可见, 连续介质中的一“点”, 实际是指一块微小的流体团, 简称流体微团, 它的大小是和 Δv_0 相比拟的。因此, 连续介质本身可以看成是由无限多个连续分布的流体微团所组成。

关于连续介质中一点处的速度, 就是指在某瞬时正与该点重合的流体微团的质心的速度。显然, 它与微团内分子的运动速度不是同一的定义。

一点处的密度是一个标量, 而一点处的流体速度则是一个向量。连续介质中一点处密度、速度的定义, 是十分有用的概念, 它进一步阐明了关于连续性假设的实质。按同样推理, 可以建立连续介质中一点处的压强、温度以及其它参数的概念。

§ 1-2 气体的基本性质

为了研究气体的运动，必须首先知道关于气体的一些基本性质，下面我们将分别予以介绍。

一、气体的热力学性质

这里仅将气体动力学中常用到的有关气体的热力学性质，作一简要的复习。

由热力学知道，气体的状态可以用压强、温度、密度等参数来描述。试验表明，在这些基本参数之间存在着一定的关系，这个关系可表示为

$$f(p, \rho, T) = 0 \quad (1-2)$$

称为状态方程。如果忽略分子本身的体积和分子之间的相互作用力，即对完全气体而言，状态方程可以写成

$$p = \rho RT \quad (1-3)$$

式中， R 是特定气体的气体常数。对于空气， $R = 287.06$ 焦耳/千克·度[●]。

对于实际气体，当温度大大超过临界温度时，只要压强低于临界压强，(1-3)式均可给出满意的准确度。因此，在工程上，一般都可以把气体作为完全气体来处理。

气体的另一个重要性质是它的比热。通常应用两种比热，即定压比热(c_p)和定容比热(c_v)，对于完全气体，它们之间存在下列关系：

$$c_p - c_v = R \quad (1-4)$$

在热力学中， c_p 和 c_v 的比值是一个很重要的参数，称为比热比或绝热指数，以符号 k 表示，即

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad (1-5)$$

对于完全气体来说，比热和比热比只是温度的函数。在进行理论分析及近似计算时，常常假设气体的比热和比热比是常数。

二、气体的压缩性

压缩性是气体的重要属性，它说明当气体的压强变化时气体的密度或比容改变的程度。

对于气体动力学研究来说，所关心的是气体在流动过程中密度是否会发生显著的改变。例如，对于气体在变截面管道内的绝热流动，当流动中气体的压强改变大时，密度的变化也就大，相应地速度变化也就大。如果在整个管道内气体的速度都不大，则表明气体的压强改变很小，因而密度变化也很小，在此情况下，可以近似地假定气体的密度是不变的，认为是不可压流体。以后我们将证明，对于气体速度和气体音速之比小于0.3的气体绝热流动，就可当作不可压流动来处理。对于所有密度变化较大的气体流动，称为可压缩流动，气体在空气喷气发动机中的流动，一般都属于这一类流动，本书的重点就是讨论这一类流动。

顺便提一下，对于液体来说，压缩性是很小的，例如，压强由一个大气压增为1000个大气压时，水的体积的改变还不到5%。因此，在研究液体运动时，总是认为它们是不

● 本书采用SI制，请参阅本章§1-6。

可压缩的（除研究水中爆炸等个别情况外）。

三、气体的粘性

由物理学知道，流动中的气体，如果各气体层的流速不相等，那么在相邻的两个气体层之间的接触面上，就会形成一对等值而反向的内摩擦力来阻碍两气体层作相对运动。气体的这种性质叫粘滞性或简称粘性。下面我们举一个例子来说明气体的粘性。

参看图 1-2，将一块平板安装在风洞的试验段中，使板面平行于风洞的气流方向。在吹风时，用测量仪器可以测出沿板面法线方向的气流速度分布，在板面上速度为零，愈靠外速度愈大，直到离开板面一段距离 δ 的地方，速度才与未扰动气流速度 V_∞ 没有什么显著的差别。

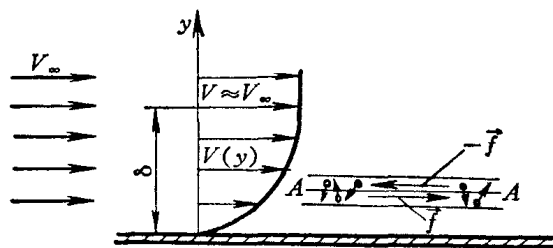


图 1-2

平板附近气流速度出现上述分布情况，正是由于气体粘性作用的结果。想象将流过平板的气体分为许多平行于板面的薄层，紧靠板面的气体层由于气体分子和板面之间的附着力，完全贴在静止的板面上，速度为零。稍外的一层气体，由于与紧贴板面的那层气体有了相对运动，受到内摩擦力的阻滞作用，其速度也大大减小。稍外层气体的速度减小后，又与再外层的气体有了相对运动，又要阻滞再外层气体的运动，使其流速减小。这样一层层地影响下去，就有相当多层的气体，在粘性的作用下受到阻滞而减小了流速。结果就形成如图 1-2 所示的速度分布。

应该指出，气体粘性影响的范围是不大的，根据实验得知，在离板面 δ 距离处，气流速度和未扰动气流速度 V_∞ 就没有明显的差别了。 δ 与平板长度比较起来，只是一个很微小的量。如果平板长度以米来计量的话， δ 只不过是几毫米到几十毫米而已。

通常将紧靠物体表面附近，速度梯度很大的一薄层流体叫做附面层。严格地说，要在离物面无限远处，气流速度才会等于未扰动气流的速度 V_∞ 。（对于平板而言）。但实用上，将 $V = 0.99V_\infty$ 的地方作为附面层的边界。

从分子运动论的观点来看，气体的粘性可作如下的解释：参看图 1-2，在气流中取一平面 AA ，与来流方向平行。由于分子无规则的热运动，位于 AA 上侧气体层的分子会跳入 AA 下侧气体层，在同一时间内，也会有相同数量的分子从 AA 下侧气体层迁移至 AA 上侧气体层。由于速度梯度的存在，上侧气体层的分子把较大的动量输运到下侧气体层，而下侧气体层的分子则把较小的动量输运到上侧气体层。下侧气体层在单位时间内动量的增量就等于上侧气体层作用在该气体层上的力 (f)，方向向右，使其加速。上侧气体层在单位时间内动量的减小就等于下侧气体层施加在该气体层上的反作用力 ($-f$)，方向向左，使其减速。由此可见，运动气体相邻各层间分子动量的交换乃是气体粘性产生的物理原因。

流体的内摩擦力根据牛顿的内摩擦定律确定。该定律的数学表达式为：

$$f = \mu \frac{dV}{dy} S \quad (1-6)$$

式中 f —— 产生在作相对运动的两层流体之间的接触面上的内摩擦力，牛顿；
 S —— 接触面面积，米²；

$\frac{dV}{dy}$ ——沿接触面的外法线方向的速度梯度，米/秒/米；

μ ——反映流体粘性大小的一个系数，牛顿·秒/米²。

对于单位面积上的内摩擦力可以得出

$$\tau = \frac{f}{S} = \mu \frac{dV}{dy} \quad (1-7)$$

式中 τ ——单位面积上的内摩擦力，称为切应力，牛顿/米²。

牛顿内摩擦定律是牛顿首先在 1686 年提出的假说，以后为大量的实验所证实，并被写成数学表达式。对于气体及大多数液体，该定律都是正确的，通常把完全遵循牛顿内摩擦定律的流体，称为牛顿流体。

在式 (1-6) 及 (1-7) 中，系数 μ 称为动力粘性系数，或简称粘性系数，其大小与流体的性质和温度有关。根据实验，气体的粘性系数随温度的增高而增大，每种气体的粘性系数随温度的变化可由实验数据表查得。

根据气体分子运动论，得出气体的粘性系数与温度的关系式为：

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{273} \right)^{1.5} \frac{273 + C}{T + C} \quad (1-8)$$

式中， μ_0 是 $T = 273\text{K}$ 时的粘性系数， C 是一个常数，对于空气来说， $\mu_0 = 1.711 \times 10^{-5}$ 牛顿·秒/米²， $C = 122\text{K}$ 。公式 (1-8) 和实验结果相当符合。

除了动力粘性系数 μ 外，在气体动力学中还常用到 μ 和密度 ρ 的比值，称为运动粘性系数，以 ν 表示，即

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{米}^2/\text{秒} \quad (1-9)$$

因为它的量纲中仅有长度和时间，即具有运动量的量纲，故取名为运动粘性系数。

对于气体来说，粘性系数是很小的，例如，当空气温度为 15°C 时，粘性系数仅为 1.789×10^{-5} 牛顿·秒/米²。因此，只有在附面层内，由于气流的速度梯度很大，流体的粘性力（内摩擦力）才比较显著，粘性对气体流动的影响才需要考虑。在附面层外的气流，因为粘性力很小，和作用在流体上的其它力比较可以略去不计，故可以不考虑气体的粘性。因为这个缘故，引入了无粘性流体（理想流体）的概念。所谓无粘性流体是指粘性系数为零的流体。在物理上，这意味着在流体中不存在切应力。没有任何实际流体是无粘性的，但理想流体的概念却是很有用的，因在很多情况下，它提供了一个简单的、同时又近于实际流体的模型。

顺便提一下，液体的粘性系数要比气体的大得多，例如，当温度为 20°C 时，水的粘性系数为 1.006×10^{-3} 牛顿·秒/米²。液体的粘性系数一般随温度的升高而迅速减小，这是由于液体的内摩擦机理与气体的并不相同所致。液体的粘性在与液体流动有关的一些现象中起着重要的作用。

最后，关于牛顿内摩擦定律还应该说明下列两点：

- 1) 牛顿内摩擦定律是建立在流体是以层流运动（层流运动的概念见第十章）这样的条件上的，如果流体不是层流运动，那么上面给出的式 (1-6) 和 (1-7) 将不能直接应用。
- 2) 牛顿内摩擦定律揭示了流体中切应力与速度梯度之间的关系。大家知道，流体在

运动过程中如果各流层之间的速度不相等,即存在速度梯度,必然会产生一定的剪切变形。参看图 1-3,假设流体沿 x 轴方向作平行于 xz 平面运动,其速度仅仅沿 y 轴变化,我们来

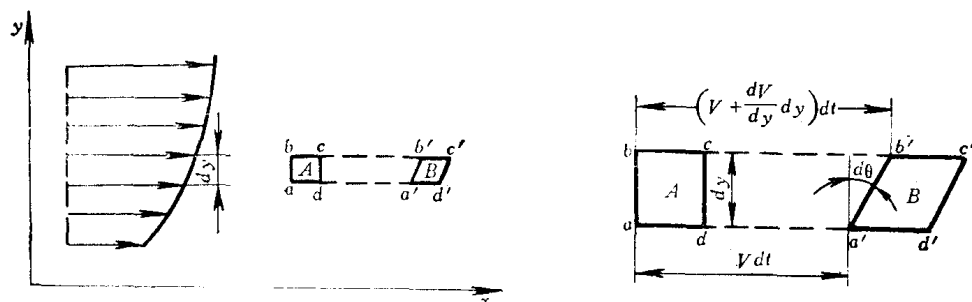


图 1-3

观察某一流体微团 $abcd$ 的运动情况,在瞬时 t 该微团处在 A 的位置,经过 dt 时间后移动至 B 的位置。由于在每一层流体的上边界和下边界的速度是不相同的,因此,经过 dt 时间到达 B 的位置时,该流体微团的形状已经发生了变化,并以 $a'b'c'd'$ 表示之。为了清楚起见,我们把这块流体微团放大并单划出来(见图 1-3 的右半部),由图可见,流体微团的直角所发生的剪切变形 $d\theta$ 的正切可以表示为:

$$\operatorname{tg} d\theta = \frac{\left(V + \frac{dV}{dy} dy\right)dt - Vdt}{dy} = \frac{dV}{dy} dt$$

由于 $d\theta$ 是无限小的,可以认为

$$d\theta = \operatorname{tg} d\theta$$

则可以求出剪切变形

$$d\theta = \frac{dV}{dy} dt$$

从而可以得出

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{dV}{dy} \quad (1-10)$$

这就说明,在直线运动中,沿法线方向的速度梯度正好等于流体微团的剪切变形率。因此,公式(1-7)所表示的牛顿内摩擦定律又可以表述为,流体中的切应力与剪切变形率成比例。这一表述法可以把牛顿内摩擦定律推广到一般空间流动的情况中去。

四、气体的导热性

当气体中沿某个方向 n 存在着温度梯度时,那么热量就会由温度高的地方传向温度低的地方,这种性质称为气体的导热性。单位时间内通过垂直于 n 方向的单位面积所传递的热量 q 按傅立叶导热定律确定:

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \text{ 千焦耳/米}^2 \cdot \text{秒} \quad (1-11)$$

式中 $\frac{\partial T}{\partial n}$ —— 温度梯度, 度/米;

λ —— 导热系数, 千瓦/米·度;

负号表示热量的传递方向永远与温度梯度的方向相反。

气体中热传导的物理本质与粘性类似。高温层内的气体分子的平均动能较大,低温层内的气体分子的平均动能较小,由于分子无规则的热运动,高温层内的分子与低温层内的

分子相互碰撞、相互掺和,结果,从“热层”到“冷层”有热能的净迁移,这就是热量的传递。和气体的粘性系数一样,气体的导热系数也是随温度的增高而增大,其数值也是非常小的,例如常温时,空气的 λ 为 2.47×10^{-5} 千瓦/米·度。当温度梯度不大时,可以忽略气体导热性的影响。

任何气体都具有上述的各种性质,但是,在任何情况下,这几种性质对气体流动的影响程度并不是相同的。在进行理论分析时,如果不分主次地把这些性质的影响都考虑进去,势必引起许多的困难。因此,应该根据具体情况,忽略某些次要因素的影响;或者首先抓住主要因素的影响进行深入的分析,然后再分析次要因素的影响,作必要的修正。

在气体动力学中,为了简化所研究的问题,在大多数情况下,假设气体是无粘性的、无导热性的、比热为常数的完全气体。经验证明,这种假设在大多数的工程问题中是很接近实际情况的。在第十章中我们将专门讨论粘性对气体流动的影响。

§ 1-3 作用在流体上的力

任何流体的运动都是在力的作用下进行的,因此,在研究流体的运动规律时,应该首先研究一下作用在流体上的力。

设想我们从研究的流体中划出一小块被封闭表面 S 所包围的体积为 V 的流体,以考察作用在其上的力(图1-4)。

作用在流体上的力可以分成两大类: 1) 质量力; 2) 表面力。

质量力 所谓质量力(或称体积力)是指作用在体积 V 内每一个流体微团上的力,其大小与流体体积或质量成正比,而与体积 V 以外的流体的存在无关。

这类力中最常见的有重力;此外,对于非惯性坐标系,质量力还应该包括惯性力。例如,气体在压气机或涡轮内运动时,取与转子以相同角速度旋转的动坐标系来研究气体的运动时,就要考虑惯性离心力和哥氏力。

我们规定用 $\vec{R}$ 表示作用在单位质量流体上的质量力, X 、 Y 、 Z 分别表示其在坐标轴 x 、 y 、 z 方向的分量。即

$$\vec{R} = X\vec{i} + Y\vec{j} + Z\vec{k} \quad (1-12)$$

式中 $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 、 $\vec{k}$ 分别表示沿坐标轴 x 、 y 、 z 的单位向量。

表面力 所谓表面力是指作用在我们所研究的流体体积表面上的力,是由与这块流体相接触的流体或物体的作用而产生的。根据连续介质的概念,这个力是连续分布在所划流体表面上的。

参看图1-4,在所研究的流体表面 S 上 A 点附近划取一基元面积 ΔS ,将作用在其上的表面力 ΔF 分解为与表面垂直的法向力 ΔF_n 和与表面平行的切向力 ΔF_t ,对于流体表面单位面积上所受的力来说,便是法向应力和切向应力(简称切应力)。在静止流体中,由于流体间没有相对运动($\frac{dV}{dy} = 0$),或是在运动的无粘性流体($\mu = 0$)中,切向力 ΔF_t 等于

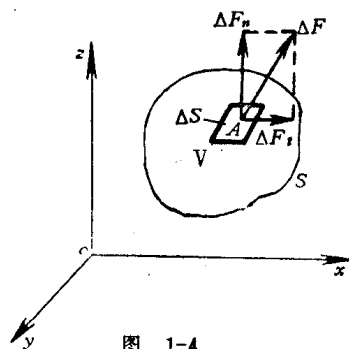


图 1-4

零, 作用在 ΔS 上的力 ΔF 就等于法向力 ΔF_n 。这时, 作用在 A 点附近单位面积上的法向力就定义为 A 点流体的压强, 以符号 p 表示, 即

$$p = \lim_{\Delta S \rightarrow \Delta S_0} \frac{\Delta F_n}{\Delta S} \quad (1-13)$$

应该注意, 面积 ΔS_0 和体积 Δv_0 具有可以相比拟的尺度。

在静止流体或运动的无粘性流体中, 按 (1-13) 式所定义的压强也就是热力学中的压强, 其单位是牛顿/米²。

流体压强具有下列两个重要的特性: 1) 因为流体分子之间的距离比固体的大得多, 一般流体抵抗拉伸的能力很小, 故压强的方向永远沿着作用面的内法线方向, 即压强的方向永远指向作用面; 2) 在静止流体或运动的无粘性流体中, 某一点压强的数值与所取作用面在空间的方位无关。下面就来证明这个问题。

首先考虑静止流体的情况。参看图 1-5, 设在静止流体中, 围绕点 A 取出一无限小的四面体, 使该四面体的顶点 A 与选择的坐标系 $oxyz$ 的原点重合, 四面体的三个棱的边长分别是 dx 、 dy 、 dz 。

对于静止流体, 其内摩擦力是不存在的, 作用在四面体上的力只有质量力和表面力中的法向力。作用在表面 abc 上的流体法向力应等于表面 abc 上的流体压强和表面 abc 的面积乘积。由于所取的四面体是无限小的, 可以认为作用在表面 abc 上各点的流体压强都等于沿着 x 轴方向作用在 A 点的流体压强 p_x 。因此, 可以得出作用在表面 abc 上的法向力为 $p_x \cdot \frac{1}{2} dydz$; 类似地可以得出作用在四面体 Aca 、 Aab 和 abc 上的法向力为 $p_y \times \frac{1}{2} dzdx$ 、 $p_z \cdot \frac{1}{2} dxdy$ 、 $p_n dS_n$

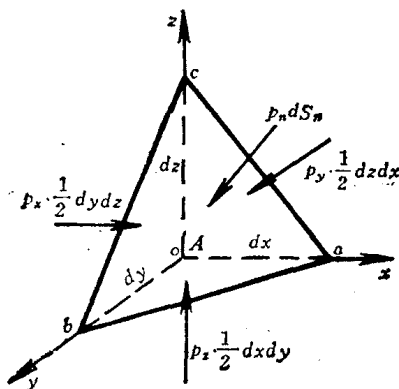


图 1-5

(dS_n 为表面 abc 的面积)●。根据流体压强的第一个特性, 这些力都是沿各个作用面的内法线方向。

作用在四面体上的质量力在坐标轴 x 、 y 、 z 方向的分量分别为:

$$X\rho \cdot \frac{1}{6} dxdydz, \quad Y\rho \cdot \frac{1}{6} dxdydz, \quad Z\rho \cdot \frac{1}{6} dxdydz$$

因为该四面体是平衡的, 那么作用在这四面体上的所有外力在各个坐标方向的投影之和必皆为零, 从而可以写出在各个坐标方向的力学平衡方程式。在 x 轴方向,

$$p_x \cdot \frac{1}{2} dydz - p_n dS_n \cos(n, x) + X\rho \cdot \frac{1}{6} dxdydz = 0$$

因为 $dS_n \cos(n, x)$ 是斜面 abc 在 yoz 坐标平面上的投影 (以外法线表示表面的方向), 即 $dS_n \cos(n, x) = \frac{1}{2} dydz$, 将这个关系式代入上式, 则得

● 当四面体无限缩小时, 表面 abc 上的压强就趋近于过给定点 A 外法线为 n 方向的面上的压强。

$$p_x \cdot \frac{1}{2} dydz - p_n \cdot \frac{1}{2} dydz + X\rho \cdot \frac{1}{6} dxdydz = 0$$

比较一下式中各项无限小量的阶次。等号左边的前两项都是二阶无限小量，等号左边的第三项是三阶无限小量。这时，显然可以将后者忽略不计，则此式可简化成

$$p_x = p_n$$

同理，在 y 、 z 方向也可以作同样推导，最后得

$$p_x = p_y = p_z = p_n \quad (1-14)$$

对于运动的无粘性流体，同样可以得到式(1-14)。如果在运动的无粘性流体中取出如图 1-5 那样一个无限小四面体来建立动平衡的关系式的话，可以发现，和上面讨论所不同的地方，只在于多了一项为建立动平衡的关系式而加上去的惯性力，而惯性力是质量力，也是三阶无限小量，在建立动平衡的关系式时，将和重力同时略去，因而可以得出和(1-14)式相同的结果。

综上所述，可得如下结论：因为表面 abc 上法线 n 的方向是可以通过使用各种 dx 、 dy 、 dz 的比例来任意选定的，所以在静止流体或运动的无粘性流体中，任一点处的压强值沿各个方向都是相同的。也就是说，流体内部一点的压强大小与该点所在的作用面在空间的方位无关。因此，可以把流体压强看作是标量。对于运动的无粘性流体，压强是空间坐标和时间的函数；而对于静止流体，压强仅仅是空间坐标的函数。

对于运动的粘性流体，一点处的法向应力是随过该点的作用面在空间的方位改变而改变的。这时一点处的压强根据过该点的任意三个互相垂直的微面积上的法向应力的算术平均值来规定，并叫做该点的平均压强。一点处的平均压强，在一定的瞬时是一个确定的数值，即只是点的坐标与时间的函数。

§ 1-4 流体静平衡微分方程式

现在我们来研究一下静止流体中压强的变化规律，关于运动流体中压强的变化规律将在以后讨论。

一、流体静平衡微分方程式

在静止流体中，压强的变化和质量力是密切相关的，下面我们就利用力的平衡条件来导出它们之间的关系。参看图 1-6，设 $A(x, y, z)$ 为流体中的某一点，围绕 A 点取一微平行六面体，其边长分别为 dx 、 dy 及 dz ， A 点位于此微六面体的中心，其压强为 p 。因为流体是处于平衡状态，故作用在所取微六面体内流体上的合力应等于零。

作用于此微六面体上的力有表面力和质量力。对于静止流体，因表面力的切向分力等于零，故作用于此微六面体的六个面上的表面力分别和六个面垂直。沿 x 轴方向的表面力，显然只有垂直于 x 轴的 $abcd$ 面和 $efgh$ 面上的法向力，令 p' 和 p'' 分别表示作用在

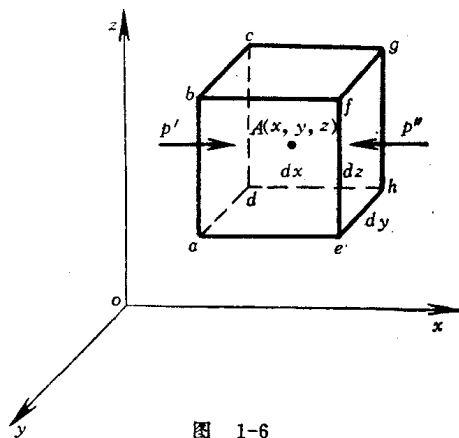


图 1-6

$abcd$ 面及 $efgh$ 面上的压强, 则作用在其上的法向力分别为:

$$p' dydz \text{ 和 } -p'' dydz$$

p' 和 p'' 可以根据 A 点的压强 p 按台劳级数展开且保留其一次项而求得, 即

$$p' = p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \text{ 和 } p'' = p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

作用于该微六面体沿 x 轴方向的表面力则是:

$$p' dydz - p'' dydz = -\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz$$

同理, 可得作用于该微六面体沿 y 轴方向及 z 轴方向的表面力分别是:

$$-\frac{\partial p}{\partial y} dx dy dz \text{ 和 } -\frac{\partial p}{\partial z} dx dy dz$$

作用于此微六面体上的质量力在 x 、 y 及 z 轴上的投影为:

$$X\rho dx dy dz, Y\rho dx dy dz \text{ 及 } Z\rho dx dy dz$$

根据平衡条件, 沿 x 、 y 及 z 轴的各力之总和应等于零。沿 x 轴:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} dx dy dz + \rho X dx dy dz = 0$$

简化后得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \rho X \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= \rho Y \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \rho Z \end{aligned} \right\} \quad (1-15 a)$$

或写成向量形式:

$$\nabla p = \rho \vec{R} \quad (1-15 b)$$

式 (1-15) 称为流体静平衡微分方程式, 是由欧拉在 1755 年首先推导出来的, 因此, 又称为欧拉静平衡微分方程式。它建立了流体在静平衡时压强、密度和单位质量力之间的关系。根据这个方程式, 可以解决流体静力学中的许多基本问题。

由 (1-15) 式可见, 在静止流体中压强的变化是由质量力决定的, 只有在质量力不等于零的方向, 才有压强的变化。故在垂直于质量力的方向, 压强保持不变。由此可以推论, 静止流体中的等压面和质量力垂直。

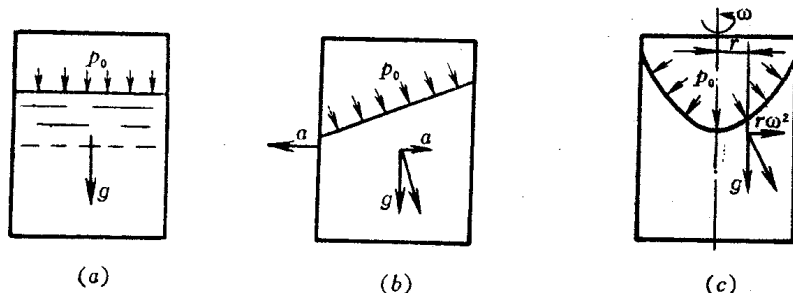


图 1-7

图 1-7(a) 表示容器中的液体的质量力只有重力的情形, 等压面和重力垂直, 是一个