AOLIN PIKE JIS UAN JI TI JIE

·吕品 主编

类型齐全
解法多样
启迪思路
事半功倍

奥林匹克计算机题解

奥林匹克计算机题解

计算机

初级本

中国青年出版社

· 吕品 主编

奥林匹克计算机题解 ▼ 奥林匹克计算机题解 ▼

计算机

初级本

中国青年出版社

（京） 新登字 0 83 号

责任编辑：穆华莹
封面设计：崔友利

图书在版编目（CIP）数据

奥林匹克计算机题解：初级本/吕品等编著．—北京：
中国青年出版社，1996.5
ISBN 7—5006—2101—9

Ⅰ．奥…　Ⅱ．吕…　Ⅲ．计算机课—中小学—
习题　Ⅳ．G634.675

中国版本图书馆 CIP 数据核字（96）第 06970 号

社址：北京东四 12 条 21 号　邮政编码：100708
东华印刷厂印刷　新华书店经销
*
787×1092　1/32　8.75 印张　192 千字
1996 年 5 月北京第 1 版　1996 年 5 月北京第 1 次印刷
印数 1—5,000 册　定价 8.60 元

序

中国计算机学会普及委员会主任
国际信息学奥林匹克中国队总教练　吴文虎
清华大学计算机科学与技术系教授

一个国家，一个民族，要想不落伍，要想跻身于世界先进民族之林，关键在于拥有高素质的人才。综合国力的竞争，说到底也是人才的竞争。怎样培养跨世纪的高素质的人才是各国教育家十分关切的问题。廿一世纪是高速发展的信息时代，与这个时代相匹配的教育观念、教学内容、教学手段与教学方式都要有所革新，信息科学一定会纳入到未来人才的知识结构中去。随着计算机科学与技术的突飞猛进的发展，“计算”已经成为和“理论研究”、“实验研究”鼎足而立的第三种科学方法，关系到一个国家在现代科学和高技术研究中的竞争能力与地位。计算机作为“人类通用智力工具”将会对人类智能的发挥与发展起到举足轻重的作用。这也是为什么联合国科教文组织将信息学列入国际奥林匹克学科竞赛的原因之一。

信息学奥林匹克重在培养能力。能力作为个性的个别心理特点，不是天赋的，而是在后天的教育与实践中形成和发展起来的。可以这样说，能力是人类各种社会实践的产物，能力只能在实践活动中得到提高。活动越是丰富多采，越有深度，能力发展的可能性就越大，实践是能力赖以生长的土壤。我们编写《奥林匹克计算机题解》的目的，是想对学有余力的青少年在计算机课外活动的实践上，给一些指导。这本书分上下两册，上册题型比较基本，下册有一定难度。通过解题要培养观察能力、根据要求构筑数学模型的能力、使用高级语言编写程序的

能力、上机调试获取正确结果的能力以及归纳总结将程序不断优化的能力。解题不是目的，而是作为一种训练手段，通过这种活动，让你从小能使和敢使计算机，让计算机参加到智力活动中来，使自己更聪明、更添信心。对于有志于攀登廿一世纪科学高峰的人才，必须德智体美全面发展，从小养成理论联系实际的良好学风，勤于思考，勇于实践，大胆创新。这本题解写得再好，我认为也只能起抛砖引玉的作用。我希望能够激发起更大的创新欲望。数理化、信息学题目的很多很好的解法是孩子们创造的。“青出于兰而胜于兰”是历史的必然。

1995.12. 北京

目　录

习题一

过计算关——累加和累乘

利用电脑进行有关数值计算的编程中，常常要用累加计算和累乘计算，通过下面的题目，我们要学会怎样进行累加和累乘的计算，以及在编程中如何使用累加器和累乘器。

注：累音lěi，当重叠，连续成串，照原数递增讲。

【1.1】全班小朋友，游戏在课堂，

互相击一掌，七百八十响，

问有多少人，欢聚在一场。

［数学原理分析］

先假设共有五位小朋友在一起游戏，每人在临走时与其他在座的小朋友互相击一掌分别，我们从第五个小朋友，第四个小朋友，第三个小朋友……在走之前所击掌的数，与掌声总数列表如下：

离开的小朋友编号	5	4	3	2	1
他与在座小朋友击的掌数	4	3	2	1	0
所有掌声数之和	4	7	9	10	10

也就是有算术式：4＋3＋2＋1＝10。

这种计算的方法叫累加计算，共有5个人时，从1累加到4，共听到10声掌声。

如果把这种分析倒过来计算，相联到原题就是1+2+3+……+X=780，求出X的值。而人数一定等于X+1，因为自己不能跟自己击掌。

［**BASIC 程序**］

```
1 REM S1-1
5 S=0：X=0
10 X=X+1：S=S+X
20 IF <>780 THEN 10
30 PRINT" x="; X+1
40 END
```

［**程序分析**］

第10行中的X=X+1，表示变量X原来的值加1得的新值，再赋给变量X，也就是每运行一次，变量X的值就增加1。我们将X=X+1这种赋值的表达式叫做计数器。X所表示的就是上面算术式的各项1，2，3……。X就是计数器变量。

第10行中的S=S+X，表示每次运行时，变量S原来的值加上变量X的值，再把这个新值赋给变量S。我们将S=S+X这种赋值的表达式叫做累加器，变量S叫累加器变量。最后结果的S就是1+2+……+X的累加之和。

第20行中的条件语句所表示的就是累加结果不是780时，返回第10行去，继续计数，累加。

第30行当累加的结果是903时，就打向结果。从上面算术式分析可知，在场的人数一定，记数器最后的值再加上1（因为自己不能和自己击掌）。

因为只有当变量X的值确定后，才能确定变量S的值，所以第10行中的记数器和累加器的顺序不能颠倒。

第20行也可写成IF S<780 THEN 10，这样可以避免因给

错了 780 的值，而形成的死循环现象。

［运行结果］

x=40

【1.2】孙悟空，真威风，拔俩毫毛变猴兵。小猴也如法变下去，问你共拔多少代，超过十万猴兵闹天宫。

［数学原理分析］

当只有孙悟空时，这一代（N=0）猴的数 X 是 1，猴的总数也是 1。当孙悟空拔两毫毛时，第一代小猴（N=1）的数量是 X=1×2=2，猴的总数 S=1+2=3。

当每只小猴又各拔两根毫毛后，第二代小猴（N=2）的数是 X=2×2=4，猴的总数 S=3+4=7。

依此方法推下去，得出如下表格：

猴的代数 N	0	1	2	3	4	……	N
本代猴数 X	1	2	4	8	16	……	X
猴的总数 S	1	3	7	5	31	……	>100000

也就是有算术式：

1+2+4+8+16+……+X>100000。

［BASIC 程序］

```
5   REM S1-2-1
10 N=0：X=1：S=1
20 N=N+1：X=X*2：S=S+X
30 IF S<100000 THEN 20
40 PRINT" N="；N
50 END
```

［程序分析］

第 10 行中，N=0，X=1；S=1 表示第零代，只有孙悟空一只猴，当然猴的总数也是 1。

第 20 行 N=N+1 计数器变量表示拔毛的代（辈）数，X=X×2 表示这一代小猴数（由上一代小猴各拔两根毫毛变成的），这种赋值表达式叫做累乘器。表示累乘器变量 X 的值乘上一个数后，把得到的新值再赋给累乘器变量 X。S=S+X 就是我们所学过的累加器，累加器变量 S 表示所有大小猴的总数。

第 30 行的条件语句表示如果猴的总数不到十万个，则返回第 20 行，继续运算。

第 40 行则是当猴的总数超过十万只时，打印它所变化的代数（辈数）N，程序结束。

［运行结果］

N=16

【1.3】 求 1+1×2+1×2×3+1×2×3×4+……+1×2×3×...×9×10 的值。

［数学原理分析］

这是累乘和累加综合计算。根据先乘除后加减的运算法则，先计算每项的累乘，各项累乘后再进行累加，由题目可知共有 10 项。从 1 开始的连续的自然数的累乘又叫阶乘，记作N!，所以上述计算式又可写成

$$1+2!+3!+\cdots+10!$$

这与前面的题不同之处是：本题累加的项数是已知的（10 项），所以可以用循环语句来控制（当然也可以用计数器配合条件语句来控制），而前两个题累加的项数是未知的，所以最好用计数器配合条件语句来控制。

又有两种方法编程。

［方法一］

利用外循环控制项数及各项的累加，内循环控制每项的累乘。程序为：

```
1 REM S-1-3a
5 S=0
10 FOR I=1 TO 10 : T=1
20 FOR J=1 TO I : T=T * J
30 NEXT J : S=S+T
40 NEXT I
50 PRINT" S="; S
60 END
```

［方法二］

由于各项的累乘是随项数而增加的，因此可以直接用项数作为乘数去累乘。程序如下：

```
1  REM S1-3-B
10 T=1
20 FOR I=1 TO 10
30 T=T * I : S=S+T
40 NEXT I
50 PRINT" S="; S
60 END
```

［运行结果］

S=4037913

【1.4】计算

$1\times4\times7\times10-\dfrac{1\times3\times5\times7\times9+4\times6\times8\times10\times12}{2\times3\times4\times5}$ 的值。

［分析］

根据“先乘除，后加减”的数学运算原则，这个算式应先进行第二项分式的计算。而在分式的运算中，先要进行分子的两项之和的运算，最后才进行第一项的值减分式的值的计算。

因各项累乘的初值、终值和步长值都各不相同，为了简化程序，所以把进行累乘运算的过程放在子程序中进行。在下面程序中，变量 M 为累乘运算的步长值，变量 T 为累乘器变量，变量 S 则为各步计算的结果及最后计算的结果。

［**BASIC 程序**］

```
10 M=1：N=9：K=2：GOSUB 100：S=T
20 M=4：N=12：K=2：GOSUB 100：S=S+T
30 M=2：N=5：K=1：GOSUB 100：S=S/T
40 M=1：N=10：K=3：GOSUB 100：S=T−S
50 PRINT" S="；S
60 END
100 T=1：FOR I=M TO N STEP K
110 T=T*I：NEXT：RETURN
```

［运行结果］

S=80125

【1.5】 求

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\cdots\cdots+\frac{1}{20}-\frac{1}{21}$$ 的值。

［分析］

此题如果只从分母来看，它是从 2 至 21 的连续数字，但是它又是按每隔一项加减交替进行。如果我们把每两项用括号括起来算作一项的话：

(1/2－1/3) ＋ (1/4－1/5) ＋……＋ (1/20－1/21)

这样就可以完全用累加来计算了，而且在每个括号中的第一个数的分母是以 2 递增的，第二个数的分母都是第一个数的分母加 1。

以循环变量 I 的值为每一大项中的第一个数的分母，它的步长值为 2，第二个数的分母为 I＋1。S 为累加器变量。

［**BASIC 程序**］

```
1 REM S1－5
5 S＝0
10 FOR I＝2 TO 20 STEP 2
20   S＝S＋1/I－1/ (I＋1)
30 NEXT I
40 PRINT" S＝"; S
50 END
```

［**运行结果**］

S＝.2836096

【1.6】 求

$$\frac{2}{1\times3}+\frac{4}{3\times5}+\frac{6}{5\times7}+\cdots\cdots+\frac{100}{99\times101}$$ 的值。

［**分析**］

从算式中可以看出，各项的分子是 2 至 100 的连续的偶数，而分母则是分子减 1 和分子加 1 两数的乘积，因此它的通项公式可以写成：I/ ((I－1) × (I＋1)) (I 为偶数)。也就是把分母的被乘数看成是 1 至 99 连续的奇数，分母的乘数是被乘数加 2，分子是分母的被乘数加 1，因此它的通项公式也可以写成：(I＋1) / (I× (I＋2)) (I 为奇数)。

另外，数学式I/（a×b）可以如下变化：

$$I\times\frac{1}{a\times b}=I\times\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}$$

而1/a就是1÷a，因此上式又可变化成：

$$I\times 1/a\times 1/b=I\times（1\div a）（1\div b）$$

而乘除法属于同一运算级别，同一级别的运算从左往右顺序运算，因此它又可以写成：I×1÷a×1÷b，而式中的×1可以不写，所以最后变成了I÷a÷b。

根据以上数学分析，我们利用第一种方式，循环变量I的值为分子的值。

［**BASIC 程序**］

```
1  REM S1-6
5  S=0
10 FOR I=2 TO 100 STEP 2
20  S=S+I/(I-1)/(I+1)
30 NEXT I
40 PRINT" S="; S
50 END
```

［**运行结果**］

S=2.442725

【1.7】编程求若干连续的自然数，使其和为1000，并打印出它们的算式。

［**数学原理分析**］

我们先从1+2+3+……连续的自然数累加下去，如果其和小于1000就继续累加下去。如果其累加之和已经大于1000，就不必往下算了，再从2开始去累加，2+3+4+……。如果累

加和小于 1000，就继续累加下去，如果已经大于 1000，则再由 3 开始累加下去……直到 499＋500 为止。如果其中有了其累加和正好是 1000，则应将算式打印输出。

程序中，用外循环变量 I 控制自然数累加的第一个数是几（也就是从几开始累加），因为每次都得从头开始累加，所以开始时要将累加器变量 S 赋值为零。

内循环变量 J 为累加自然数的各项。

如果累加之和已经大于 1000，就没必要再继续累加下去，可跳出内循环，再从下一个数从头开始累加。子程序为当累加之和正好等于 1000 时，打印出这个算式。

［**BASIC 程序**］

```
1   REM S1－7
10 FOR I =1 TO 49
15    S=0
20     FOR J=I TO 100 : S=S+J
30      IF S>1000 THEN 60
40      IF S=1000 THEN GOSUB 100 : GOTO 60
50    NEXT J
60 NEXT I
70 END
100 PRINT I;
110 FOR K=I+1 TO J : PRINT " +"; K;
120 NEXT K :  PRINT" ="; S
130 RETURN
```

［**运行结果**］

28＋29＋30＋31＋...＋51＋52＝1000

【1.8】求 1+11+111+……共 N 项之和（1<N<9）。

［分析］

由式前后各项可以看出：11=10+1；111=11×10+1；1111=111×10+1，即后一项等于前一项的 10 倍再加 1，这样把各项累加起来就可以了。

［BASIC 程序］

```
1 REM S1-8
3 DEFDBL S-T
5 S=0 : T=0
10 INPUT " N="; N
15 IF N<2 OR N>20 OR N<>INT (N) THEN 10
20 FOR I=1 TO N
30    T=T*10+1
35    S=S+T
40 NEXT I
45 PRINT" S="; S
50 END
```

［程序说明］

第 10 行为由键盘输入 N 值，并判断如果输入的 N 值不符题意，需返回重新输入。

第 20 行，循环变量 I 的值为从左开始逐项运算的项数。第 30 行，T=T×10+1，则表示了累加器变量 T 原有的值的 10 倍再加 1，重新再赋值给累加器变量 T。

第 40 行，结束循环过程并打印结果。

［运行结果］

N=11

S=12345678900