管道中紊流运动主要水力規律的研究

苏联Ф.А.謝維列夫著

电力工業出版社

管道中紊流运动主要水力規律的研究

苏联Φ. A. 謝維列夫著
黃　駿譯

电力工業出版社

内 容 提 要

本書叙述了圓柱形管道中等速紊流的問題。書中闡明了管道中的流速分佈和水力摩阻的研究成果，在附录中并列有本書所依据的試驗資料。

本書可供从事压力导管水力計算的工程师和水力科学研究人員参考。

Ф. А. ШЕВЕЛЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ТУРБУЛЕНТНОГО ДВИЖЕНИЯ В ТРУБАХ

СТР. И АРХ. МОСКВА 1953

管道中紊流运动主要水力規律的研究

根据苏联国立建筑工程与建筑艺术出版社 1953 年莫斯科版翻譯

黃 駿譯

*

690S97

电力工業出版社出版(北京复兴門外月坛南路(社会路))

北京市書刊出版業營業許可証出字第082号

北京市印刷一厂排印 新华書店發行

*

787×1092 1/16 开本 * $8\frac{3}{25}$ 印张 * 164 千字 * 定价(第10类)1.20元

1957年11月北京第1版

1957年11月北京第1次印刷(0001—1,200册)

序　言

苏联共产党十九次代表大会拟定了进一步發展苏联国民經济的偉大計划。

按照党代表大会的決議，实行了巨大的水利工程建設。

为了順利地設計建造的建筑物，必須进行一系列新的專門研究，以便拟定較完善的計算方法并檢驗現有的解法。这其中也与各种用途的压力导管的水力計算有关，在苏联，压力导管工程的規模一年比一年扩大。

所提出的論文包括了关于研究管道中等速紊流的規律性的工作成果，这些研究工作是一級科学研究員技术科学副博士 Φ. A. 謝維列夫在全苏給水、排污水、水工建筑物及工程水文地質科学研究所內所进行的。

在論文中研討了管道中的流速分佈以及管道的水力摩阻的問題。根据相互联系地对这些問題的研究，給出了适用于不同液体的新鋼管和新生鉄管的水力計算公式以及考慮到使用过程中摩阻增大的輸水鋼管和輸水生鉄管的水力計算公式。按照这些公式編制了計算表❶。

本書是以广博的試驗資料为基础，包括以具有人工粗糙和天然粗糙的直徑为 15.55—302.0 公厘的管道所作的实驗室試驗以及于实物条件下在直徑为 600—1200 公厘的管道中所进行的測量。

在附录中列有試驗資料(及其初步整理)，这些資料即作为本文所討論的問題的基础。

全苏給水、排污水、水工建筑物及工程水文地質科学研究所

---

❶ 全苏給水、排污水、水工建筑物及工程水文地質研究所(作者 Φ. A. 謝維列夫)，輸水鋼管和輸水生鉄管的水力計算表，苏联国立建筑工程与建筑艺术出版社，1953。

目　录

主要的字母符号*

v_M——最大(軸心)流速；

v_{cp}——平均流速；

v'_{cp}——測量断面中的平均流速；

v——已知点上的流速；

$v_д$——动力流速；

Q——流量；

h——导管段上的水头損失；

Δp——压力差；

d——管道的內直徑；

d'——測量断面的直徑；

r——管道的內半徑；

ω——过水断面的面积；

y——已知点上的流速离管壁的距离；

y_{cp}——流速等于平均流速的那些点离管壁的距离；

R——水力半徑；

L——导管段的長度；

L_1——进口段的長度；

L_2——出口段的長度；

l——管道接头間的距离；

γ——液体的容重；

ρ——液体的密度；

ν——液体的运动粘滞系数；

g——重力加速度；

t——温度；

K_ν, Re——流型的准則；

i——水力坡降；

λ——下列公式中的沿程摩阻系数：

$$\Delta p=\lambda\frac{L}{d}\frac{v_{cp}^2\gamma}{2g};$$

λ_R——对水力半徑而言的沿程摩阻系数；

λ_{KB}——平方摩阻区域中的沿程摩阻系数；

C——下列公式中的流速乘数：

$$v_{cp}=C\sqrt{Ri};$$

C_{KB}——平方摩阻区域中的流速乘数；

ζ——下列公式中的損失系数：

$$h=\zeta\frac{v_{cp}^2}{2g};$$

δ——絕对粗糙；

Δ——等值絕对粗糙；

n——粗糙系数；

k_T——压力管❶的率定系数。

---

* 依据建議的專門名詞(苏联科学院技术專門名詞委員会，流体力学專門名詞，苏联科学院出版社，1952)。

❶ 压力管(напорная трубка)是測量流速的仪器，与压力管道(напорная труба)不同。——譯者

第一章　問題的狀态及任务的提出

1.　在本書中所研究的問題

对于圓柱形管道中液体的層流已經找到令人滿意的解答，这个解答是众所周知的。但是在工程实践中最常遇到的紊流力学还沒有足够的研究。

普朗脫——卡門(动量的傳遞)及吉罗(渦流的傳遞)的理論是以紊流現象粗糙的概括化为基础，是以直观运动圖型的体系为基础。普朗脫——卡門的理論声望最高。这个理論的拥护者常常以尼古拉池的試驗作为这个理論的良好証明。但此时首先忽視了一个重要的見解，如苏联科学院通訊院士M.A.維里卡諾夫[1]*所指出，以試驗檢查任何一种紊流理論就应該了解这种檢查，当檢查时，直接測得的是表征紊流本身的数量(瞬时流速的分佈，它們的矢量的方向，运动質量的軌跡形狀等)而不是时均流速，如尼古拉池所做的那样。另一方面必須指出，尼古拉池試驗是在非常有限的管道尺寸范圍內进行的，并且沒有平常所描述的那种"高精度"。以后我們將較詳細地談到这个問題，此处仅仅指出，如已經查明者，尼古拉池整理粗糙管道管壁附近的流速的測量資料时对普朗脫理論的信任超过了对試驗資料的信任，普朗脫是領导他的工作的。

紊流具有它所特有的运动的混乱性，用統計力学的方法来研究是完全合乎規律的。苏联的学者走了这条道路。紊流的統計理論是最有根据的，它的原理被A.A.弗里特曼所奠定，并且特別是在最近的10—12年中被院士A.H.高尔莫哥罗夫[2,3]、苏联科学院通訊院士M.A.維里卡諾夫 [1,4]、Л.Г.罗依將斯基[5]、A.M.阿布霍夫[6]等所發展。苏联学者不仅作了紊流統計理論問題的理論研究，并且还进行了

* 方括号中的数字是書末的文献索引序号。

一系列关于揭穿紊流力学原理的精密試驗工作[7, 8 及其它]。

紊流統計理論的研究中所获得的成功使可以期望在最近几年內將給出許多当前的技术問題的具体回答。

但是現在工程实踐迫切要求改善現有的水力計算方法，尤其是管道的水力計算方法。水力学应对增長着的工程实踐問題給出答案。等速紊流时水力摩阻的問題以及时均流速的分佈問題是管道水力学的主要問題，也就是本書中所研討的問題。如果第一个問題直接帶有实用的性質，則第二个問題(关于流速的分佈)除此以外尙具有巨大的理論意义。

必須指出，不要脫离第二个問題来研究第一个問題，因为水力摩阻的規律性直接和管道中流速分佈的規律性密切地关联着。不但如此，当研究这兩个主要規律时，第二个問題应走在第一个問題的前面。

在提出本書的任务之前，必須簡短地談談关于等速紊流时管道中时均流速的分佈以及管道的水力摩阻的現有公式和試驗資料。

2. 关于管道中流速分佈的現有公式及試驗資料

目前以高次拋物綫及对数曲綫来表示流速❶圖。在第一种情况下，使用所謂指数公式，它的形式如下：

$$v=v_{M}\left(\frac{y}{r}\right)^{n}. \qquad (1)$$

必須指出，这个公式在管道軸上給出流速分佈曲綫的折斷，这与曲綫平順地通过極大处的自然情况不符。

試驗指出，公式(1)中的指数对于光滑管道隨 Re 值的变化而改变，而对于粗糙管道則隨粗糙的变化而改变。即当Re增大或粗糙減小时它就減小，并且 n 的大致变化范圍可指出如下：自1/4(非常粗糙的管道)至1/10(当 Re 值很大时的光滑管道)。

公式(1)沒有給出流速分佈和摩阻間的直接关系。但是这种关系

---

❶ 此处及以后都是指等速流时紊流的时均(而不是瞬时)流速而言。

是存在的，因为 n 随 Re 及粗糙的变化而改变，也就是說与管道的摩阻有关。

流速分佈（更正确地說，所謂"速缺"的分佈）的对数公式給出流速分佈与摩阻的关系：

$$\frac{v_{М}-v}{v_{п}}=\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{r}{y}, \qquad (2)$$

式中 $\varkappa$ 常称做"普遍常数"，而

$$v_{п}=v_{cp}\sqrt{\frac{\lambda}{8}}.$$

Л.Г.罗依將斯基[5]提議把对数公式当作是指数規律的包絡綫；B.B.华依寧立[9]証明这个假定是有根据的。

A.A.脫路方諾夫[10]曾企圖將液体运动的微分方程式积分以获得流速分佈的对数公式。

不难相信，公式(2)如公式(1)一样在管道軸上給出流速分佈曲綫的折断。事实上，公式(2)中的流速坡降为：

$$\frac{dv}{dy}=\frac{v_{п}}{\varkappa}\cdot\frac{1}{y},$$

也就是說，对于管道軸（$y=r$），$\frac{dv}{dy}=\frac{v_{п}}{\varkappa r}$ 代替了

$$\frac{dv}{dy}=0.$$

此外，对于壁上的点（$y=0$），这个公式当然不适用，因为$\frac{dv}{dy}=\infty$。

虽然公式(2)有上述的缺点，但由于它很簡單并和摩阻存在着关系且符合于試驗資料，所以广泛地被使用着，它不仅被用于有压圓柱形管道中的液体运动，而且也被用于渠道、河流及縫隙，对于有压圓柱形管道这个公式早已被建議了。

根据尼古拉池[11,12]的試驗資料照例認为，对于管道 $\varkappa=0.4$。

按照公式(2)可以写出：

$$\frac{v_{М}-v_{cp}}{v_{п}}=\frac{1}{\varkappa}\ln\frac{r}{y_{cp}}=\beta. \qquad (3)$$

根据普朗脱的概念，β 是"平均流速缺常数"，并且等于4.07。

如所周知，由于利用公式(2)进行积分的結果，获得下列平均流速缺的表达式：

$$\frac{v_{\text{м}}-v_{\text{ср}}}{v_{\text{д}}}=\frac{1.5}{\varkappa}. \tag{4}$$

因而，值 $\beta=4.07$ 相应于

$$\varkappa=\frac{1.5}{4.07}=0.368,$$

而根据尼古拉池的試驗得

$$\beta=\frac{1.5}{0.4}=3.75.$$

A.A.沙脫蓋維奇[13]認为，要使公式(3)和普朗脱——尼古拉池的光滑管道及粗糙管道的摩阻公式符合，β 应采取为3.56。

因而，現有的关于尼古拉池試驗良好地証实了普朗脱理論的这种見解在足够程度上是虛妄的。

对于其它的水流型式，按各种不同資料而得的 $\varkappa$ 及 β 值在更大的范圍內偏离。

对于渠道及河流，M.A.維里卡諾夫[1]大体上取与管道相同的 $\varkappa$ 值，即取0.4。根据以粗糙的小槽所进行的試驗，被建議值 $\varkappa=0.33$[14]。当整理白静的試驗时，对寬度約超过深度5倍(及更大)的渠道得 $\beta=2.13$，而对于較小寬度的渠道得 $\beta=4.50$[15]。

根据水文測驗的資料，Г.В.犁立司涅柯夫[14]对河流求得平均值 $\varkappa=0.54$，并且發現 β 值随着水流尺寸加大而增長(自 $\omega v_{\text{м}}=50$公尺^3/秒时的4至 $\omega v_{\text{м}}=300$ 公尺^3/秒时的7)。Г.В.犁立司涅柯夫提出了与 $\omega v_{\text{м}}$ 有关的近似的 β 值表，但由于水文測驗資料不充分和不够精确，他未能建立这个关系的公式。

根据縫隙中有压运动的摩阻測量，Г.М.罗米池[16]对光滑縫隙找得 $\varkappa=0.415$ 以及对粗糙縫隙找得 $\varkappa=0.328$。

因而，虽然流速分佈的对数公式被試驗資料所証实，$\varkappa$ 和 β 值的問題却还是悬案；但現在已經可以說它們不是"普遍常数"。

这个問題的解決具有很大的价值，因为 $\varkappa$ 及 β 值的变化引起流速

剖面重大的改变。β值的变化特别显著地表現在沿程摩阻系数λ*的数值上，因为λ是在β的平方关系式中找得。事实上，由方程式(3)得：

$$\lambda=\frac{\left(\frac{v_{\text{м}}}{v_{\text{ср}}}-1\right)^2 8}{\beta^2}. \tag{5}$$

为了进一步探討关于流速分佈(特别是关于$\varkappa$和β的值)的問題，必须以应有的設备在測取管道中流速圖的新試驗的寬广范圍內进行專門的研究。可惜，以前沒有作过这样的試驗，而該問題以后的研究又走了另一条道路，并且为了以試驗檢查与圓柱形管道中流速分佈有关的任何一种理論体系，繼續使用仅有的尼古拉池資料。

П.К.柯那柯夫[17]力圖消除当$y=r$时公式(2)中流速坡降不等于零的缺点，也推导了下列的方程式：

$$\frac{v_{\text{м}}-v}{v_{\text{д}}}=-\frac{1}{\varkappa}\left[2\sqrt{1-\frac{y}{r}}-\ln\frac{1+\sqrt{1-\frac{y}{r}}}{1-\sqrt{1-\frac{y}{r}}}\right], \tag{6}$$

式中　$\varkappa=0.228$。

但是如П.К.柯那柯夫自己所指出，这个复杂的方程式对尼古拉池試驗資料的吻合，比簡單公式(2)較差。

采取“混淆途徑長度”和离壁的距离間成正比是普朗脫紊流理論中沒有根据的假定之一。如所周知[18]，这个原理与尼古拉池的試驗資料發生矛盾，按照尼古拉池的試驗資料，“混淆途徑長度”以另一种方式分佈。A.Д.阿立德苏里[19]对于切应力取普朗脫方程式为基础，对于“混淆途徑長度”采用另外的关系式，力圖消除上述的矛盾。結果他得到了流速缺分佈的非常复杂的关系式：

$$\frac{v_{\text{м}}-v}{v_{\text{д}}}=\frac{1}{k}\left[\frac{1}{2}\ln\frac{1+\sqrt{1-\frac{y}{r}}}{1-\sqrt{1-\frac{y}{r}}}-\operatorname{arctg}\sqrt{1-\frac{y}{r}}\right], \tag{7}$$

---

* 以后沿程摩阻系数λ簡称为摩阻系数。

式中 k——常数，等于0.16。

方程式(6)及(7)的研究指出，当 $y=r$ 时它們滿足流速坡降等于零的件条，但当 $y=0$ 时如簡單公式(2)一样导致荒謬的結果。

推导方程式(6)及(7)时采用了沒有試驗証明的紊流力学原理的新假設，將这些新假設的合理性和可能性問題棄置一旁，我們指出，当研究摩阻問題时，П.К. 柯那柯夫[17]和 А.Д. 阿立德苏里[20]不利用他們所提議的流速分佈的复杂关系式，而宁願利用簡單公式(2)。

3. 关于确定管道水力摩阻的現有公式及試驗資料

a) 光 滑 管 道

通常把这样的工程光滑管道列入水力光滑管道，如新的無縫的銅管和黃銅管以及新的制造良好的玻璃管和鉛管。如所周知，布拉修[21]和普朗脫——尼古拉池[11]的光滑管道摩阻系数的公式仅在流型准則Re值的一定范圍內有效。近年来苏联学者提出了許多的光滑管道摩阻系数的新公式，它們适用于 Re 值的寬广的范圍。П.К. 雅基莫夫[22]提出了下列的公式：

$$\lambda_{\text{гл}} = \frac{e^{\sqrt{\frac{1}{\lambda_{\text{гл}}}}}}{\text{Re}}. \qquad (8)$$

公式(8)有一个缺点，就是确定 $\lambda_{\text{гл}}$ 必須用漸近法。

П. К. 柯那柯夫的公式[23]具有下列的形式：

$$\lambda_{\text{гл}} = \frac{1}{(1.8\lg\text{Re} - 1.5)^2},$$

或

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{гл}}}} = 1.8\lg\frac{\text{Re}}{6.81}. \qquad (9)$$

Г. К. 費罗年柯[24]提出了下列的公式，适用于值 Re>5000 的情况

$$\lambda_{\text{гл}} = \left(\frac{0.55}{\lg\frac{\text{Re}}{8}}\right)^2,$$

經过簡單的改組，这个公式可写成这样：

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{гл}}}}=1.82\lg\frac{Re}{100}+2. \tag{10}$$

以后，A. Д.阿立德苏里[25]也得出关系式(10)。由表1可见，直到很大的Re值，公式(8)、(9)及(10)給出相近的$\lambda_{\text{гл}}$值。

根据Л.К. 雅基莫夫、П.К. 柯那柯夫、Г.К. 费罗年柯的公式以及近似公式(42)而得的光滑管道摩阻系数的値

表 1

Re	$\lambda_{\text{гл}}$			
	按公式(8)	按公式(9)	按公式(10)	按公式(42)
5 000	0.0368	0.0376	0.0386	0.0365
10 000	0.0306	0.0307	0.0315	0.0311
30 000	0.0233	0.0232	0.0236	0.0243
50 000	0.0207	0.0207	0.0210	0.0217
100 000	0.0178	0.0178	0.0180	0.0185
300 000	0.0143	0.0144	0.0146	0.0145
500 000	0.0130	0.0131	0.0131	0.0129
1 000 000	0.0114	0.0116	0.0116	0.0111
3 000 000	0.00950	0.00972	0.00975	—
5 000 000	0.00876	0.00900	0.00900	—
10 000 000	0.00787	0.00811	0.00810	—

但是应該注意到，上述的公式是以用無縫黄銅管所作的試驗为基础的。对于其它型式的工程光滑管道，$\lambda_{\text{гл}}$值可能显出一些不同，特别是当Re很大时。

б) 粗 糙 管 道

如果对于确定光滑管道的水力摩阻具有足够的資料，則实踐中最常遇到的粗糙管道的摩阻問題沒有妥当地被解决。天然粗糙表面的型式众多是解决这个問題的主要困难。

許多研究者把試驗資料系統化的方法力圖經驗地建立管道中水头損失与各种因素的关系❶，这里不談他們的工作，我們指出，对于通

❶ 130个經驗公式的詳細叙述可在Π.Ф.高尔巴契夫[26]的著作中找到。

过不同种类液体(水、石油、空气等)的新管道的計算，直到現在仍采用各种各样的經驗公式，虽然，很明显，当不同的液体沿新管道流动时应观察到同一个規律性。

对于明渠主要是应用所謂平方公式，这个公式确定与流量成平方关系的水头损失。下列簡單形式的經驗指数公式对于我們曾風行一时：

$$C_{\text{кв}}=\frac{1}{n}R^{\frac{1}{6}}. \tag{11}$$

因为 $C=\sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$，而 $R=\frac{d}{4}$，如將此公式推广至有压管道，則可写成：

$$\lambda_{\text{кв}}=124.6\frac{n^2}{\sqrt[3]{d}}.$$

H. H. 巴夫洛夫斯基院士[27]研究了大量的試驗資料，主要是关于無压流动的資料，早在1925年他首次查明 R 的指数不应該是常数，例如在公式(11)中那样，而应該是变数，并且提出了下列的公式：

$$C_{\text{кв}}=\frac{1}{n}R^{y}, \tag{12}$$

式中 $y=2.5\sqrt{n}-0.13-0.75\sqrt{R}(\sqrt{n}-0.10)$。

公式(12)对于有压圓柱形管道具有下列的形式：

$$\lambda_{\text{кв}}=4^{2y}\cdot 8g\frac{n^2}{d^{2y}}. \tag{12a}$$

H. H. 巴夫洛夫斯基这个提議是在平方摩阻区域中（亦即在水头损失与流量成平方关系的区域中）工作的明渠的水力計算技术中的巨大成就。

普朗脫——尼古拉池[12]的平方公式是意圖建立普遍关系式的結果：

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{кв}}}}=2\lg\frac{3.7d}{\delta}, \tag{13}$$

式中　δ——絕对粗糙。

起初对这个公式非常重視，以致認为用测微計直接测量管壁上粗糙部分的高度 δ 可預知管道的 $\lambda_{кв}$ 值。但是后来由于这个公式的試驗檢查以及用人工粗糙所进行的試驗，就查明了仅根据粗糙部分的高度来評估粗糙是很不全面的，因为凹凸的分佈特性和凹凸的形狀对摩阻值的影响也很大。因此就出現了水力"等値絕对粗糙"的概念：

$$\Delta=\varphi\delta,$$

式中　φ——与凹凸的分佈特性和凹凸的形狀有关的系数。

此时公式(13)可写成这样的形式：

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{кв}}}=2\lg\frac{bd}{\delta},\tag{14}$$

式中　$b=\frac{3.7}{\varphi}$。

根据由試驗方法定出的 $\lambda_{кв}$ 値，等値絕对粗糙 Δ 的值即可求得，并且計算时通常使用公式(13)，認为 $\varphi=1$。

但是即使引入了这个概念也沒有很好地改善这个原理，因为公式(13)的試驗檢查証明，就是当 $\delta=\Delta$ 时，这个公式也仅有有限的适用范圍。显然，这就是說公式(13)具有一定的根本上的缺陷。

И. И. 阿格罗司金的平方摩阻区域的公式佔有特殊的地位。考慮到对于各种不同等級的粗糙沒有拟定 b 及 δ 的数字值，И. И. 阿格罗司金[28]建議下列的公式，这个公式給出了方程式(14)和已有的粗糙系数 n 的資料間的关系：

$$C_{кв}=17.72(K+\lg R)(R\text{以公尺計}),\tag{15}$$

式中
$$K=\lg\frac{4b}{\delta}=\frac{0.05643}{n}.$$

公式(15)的分析指出，当$R<1$公尺时，它比公式(11)和(12)給出較小的 $\lambda_{кв}$ 值。

使用平方公式作管道的水力計算是允許的，因为根据尼古拉池以加有人工砂粒粗糙的管道所做的試驗可知，在过渡区域中 λ 不仅与粗糙有关而且与 Re 也有关，并且λ值減小了，因而使用平方公式引入某

种安全余裕。

但是根据以工厂制造的管道所做的試驗可知，在过渡区域中，曲綫$\lambda=f(\mathrm{Re})$或摩阻曲綫具有上升的形狀。这意味着在这个区域中摩阻超过平方規律所固有的値。当使用平方公式时，这在确定管道中水头損失方面沒有引入安全余裕，而是縮小了水头損失。因而，在过渡区域中，工厂制造的管道的摩阻規律性不能和尼古拉池所研究的加有砂粒粗糙的管道的摩阻規律性相提幷論。

管道可能在平方摩阻区域中工作，也可能在过渡区域中工作，这种情况就使所有管道水力計算的經驗公式基本上分成兩組：$\lambda=f(d)$——平方摩阻区域的公式以及$\lambda=f(v,d)$或$\lambda=f(\mathrm{Re})$——过渡区域的公式，后者在过渡区域中給出的λ値比平方关系式所給出的为大。很易理解，应用第一組公式計算在过渡区域中工作的管道可能使水头損失値大大地縮小。使用第二組公式計算在平方摩阻区域中工作的管道也可能引起这样的誤差。

柯立勃路克——花脫[29]的公式是企圖建立平方摩阻区域和过渡区域的联合公式：

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}=-2\lg\left(\frac{\Delta}{3.7d}+\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right), \tag{16}$$

某些作者建議把它当作"普遍"公式使用[30]。

必須指出，公式(16)是柯立勃路克和花脫把普朗脫——尼古拉池的粗糙管道公式(13)和光滑管道公式机械地联合在一起而得到的，光滑管道的公式具有下列的形式：

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_{\text{гл}}}}=2\lg\frac{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda_{\text{гл}}}}{2.51}.$$

А.Д.阿立德苏里[20]也采用这种方法，他建議下列形式的公式：

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}=1.8\lg\frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Re}\frac{\Delta}{d}+7}. \tag{17}$$

这个公式可写成这样：