

基本書藏

166982

237588

技工學習叢書

車工應用數學

布希著 王國章譯



31
404



科學技術出版社

1952

總號：0029 分號：2-05 定價：6,500元

版權所有 不准翻印

原著版本說明

書 名 Der Dreher Als
Rechner

作 者 E. Busch

出 版 者 Springer Verlag,
Berlin

版 次 第四版

出版年月 1947 年

著者：布希(德) 譯者：王國章

特約責任編輯：譚惠然 文字編輯：曾一平 責任校對：應鴻祥

1951 年 5 月發排(科技) 1952 年 5 月付印(科技)

一九五二年五月初版

北京造 0001—10000 冊

科學技術出版社 北京崇文門內盛甲廠 17 號

總 經 售

三聯·中華·商務·開明·聯發

聯 合 組 織

中國圖書發行公司

出版者的話

車床工作是機械製造中最基本的工作之一，車工們需要具備一定的計算技能，才能正確的掌握車削技術，車削出精良合用的製件。本書從分數小數的基本計算講起，到交換齒輪計算、圓錐體的計算、工時的計算爲止，把車工應具備的基本數學知識，作了完整的介紹。書中並有豐富實用的例題和習題，可作技工訓練班或技工學校課本之用。

1951 年 6 月

目 次

一 普通數學.....	1
1 分數計算法.....	1
1 什麼是分數——2 分數的擴充——3 分數的簡約——4 分數的乘法——5 分數的除法	
2 小數計算法	14
6 什麼是小數——7 小數的擴充——8 小數的簡約——9 小數的通分——10 分數變小數和小數變分數——11 小數的乘法——12 小數的除法——13 用10,100,1000等數去乘一個數——14 用10,100,1000等數去除一個數	
3 比及比例	25
15 什麼是比——16 比當作分數——17 什麼是比例——18 數目的比較	
二 交換齒輪計算法	35
1 交換齒輪和它的安排法	35
19 交換齒輪的主要尺寸和比值——20 交換齒輪的搭配——21 牙數比, 牙距比, 齒輪比	
2 導桿螺紋是每吋牙數時的計算法	43
22 工件上的螺紋要車成每吋牙數時的情形——23 工件上的螺紋要車成英吋牙距時的情形——24 工件上的螺紋要車成公厘牙距時的情形	
3 導桿螺紋是公厘牙距時的計算法	52
25 工件上的螺紋要車成公厘牙距時的情形——26 工件上的螺紋要車	

成每吋牙數時的情形——27 工件上的螺紋要車成英吋牙距時的情形	
4 車模數螺紋時的交換齒輪計算法	56
28 模數螺紋的換算——29 導桿螺紋是每吋牙數時的情形——30 導桿螺紋是公厘牙距時的情形——31 模數牙距最高準確度的計算法	
5 內部裝有轉數比的車床	63
32 走刀變速齒輪箱——33 可以車大牙距螺紋的車床——34 平螺紋	
6 交換齒輪計算數值表	70
7 利用近似值的計算法	84
8 經過淬火發生收縮的螺紋	96
9 因數表的使用法	102
10 交換齒輪不齊全時的補救辦法	105
三 車圓錐體時的計算法	108
1 關於角，三角形，圓錐體的一般解說	108
35 正切——36 關於面積的一些知識——37 關於體積的一些知識	
2 車圓錐體的方法	115
38 短圓錐體——39 長圓錐體	
四 車工工時的計算法	119
1 主時	120
40 主軸的轉數——41 走刀時間的計算法——42 走刀時間的一般公式	
2 全部工作時間	131

一 普通數學

1 分數計算法

1. 什麼是分數 $\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{5}{9}, \frac{11}{15}$ 都是分數。 $\frac{1}{2}$ 的意思就是說：有一個整的東西（蘋果，公尺，公升）把它分作兩等份，其中的一份就是 $\frac{1}{2}$ ；簡單的說， $\frac{1}{2}$ 的意思就是：“把1分成兩等份”，或 $1 \div 2$ ；可也把“ $\div$ ”號寫成“ $:$ ”（比號），就成 $1:2$ 。 $\frac{3}{4}$ 讀作“四分之三”，或是“三被四除”，或是“三比四”。所以每個分數就是一個除法（本書中關於除法都是用“ $:$ ”號來代替“ $\div$ ”號）。

每個分數可以當做一個除法題目來做，相反的每個除法題目也可以當作一個分數來做。

習題1 按照所舉的例子念出下面各數，如 $\frac{4}{7}$ 念作“七分之四”或是“四被七除”：

$$\frac{17}{45}, \frac{26}{79}, \frac{3}{10}, \frac{17}{18}, \frac{45}{61}, \frac{131}{235}, \frac{8}{97}, \frac{56}{113}, \frac{87}{1003}, \frac{69}{263}, \frac{8}{19}, \frac{16}{91}。$$

習題2 照所舉的例子把以下各分數寫出來：

$$3:8 = \frac{3}{8}, 2:13 = , 10:17 = , 5:1 = , 36:53 = ,$$

$$7:11 = , 8:25 = , 25:37 = , 78:97 = , 48:67 = .$$

一個分數包含有兩個數目，一個在橫線上，一個在橫線下，這條橫線叫分數線。分數線下邊的數叫分母，是說明把一個整體或是母體分成多少份；分數線上邊的數叫分子，是說明由整個母

體之中抽取多少份。例如在 $\frac{7}{9}$ 中，下邊的 9 是分母，是說把一個整體分成 9 份；每份當然是九分之一；上邊的 7 是分子，是說一共抽取了七個九分之一；總括起來： $\frac{7}{9}$ 是說先把一個整體分成 9 份，然後再抽取其中的 7 份，讀為“九分之七”。

一個整體包含有兩個一半 $\left(\frac{2}{2}\right)$ ，或是四個四分之一 $\left(\frac{4}{4}\right)$ ；同樣一個整體也包含有 $\frac{3}{3}$ ， $\frac{5}{5}$ ， $\frac{101}{101}$ ， $\frac{89}{89}$ 等等。所以如果把一個整體改寫成分數的形式，它的分子與分母是相等的。

習題 3 把一個整體化成分數形式：

$$\overline{7}, \overline{12}, \overline{25}, \overline{36}, \overline{9}, \overline{64}, \overline{3}, \overline{10}.$$

如果一個整體看作 $\frac{2}{2}$ ，則兩個整體是 $2 \times \frac{2}{2} = \frac{4}{2}$ ，三個整體是 $3 \times \frac{2}{2} = \frac{6}{2}$ 等等。如一個整體看作 $\frac{8}{8}$ ，七個整體就是 $7 \times \frac{8}{8} = \frac{56}{8}$ 。

$$\begin{aligned} \text{習題 4 } 7 &= \frac{7}{1}, 2 = \frac{2}{1}, 13 = \frac{13}{1}, 11 = \frac{11}{1}, 8 = \frac{8}{1}, \\ 9 &= \frac{9}{1}, 16 = \frac{16}{1}, 5 = \frac{5}{1}, 10 = \frac{10}{1}, 25 = \frac{25}{1}, 14 = \frac{14}{1}, \\ 4 &= \frac{4}{1}, 8 = \frac{8}{1}, 14 = \frac{14}{1}, 56 = \frac{56}{1}. \end{aligned}$$

在“ $5\frac{7}{9}$ ”這個混合的數目裏，整數(5)和分數 $\left(\frac{7}{9}\right)$ 混在一起。因為一個整體是 $\frac{9}{9}$ ，所以 5 個整體是 $5 \times \frac{9}{9} = \frac{45}{9}$ ，另外再加上 $\frac{7}{9}$ ，一共成為 $\frac{52}{9}$ 。簡單的說： $5\frac{7}{9} = \frac{52}{9}$ 。同樣： $6\frac{3}{8} = \frac{51}{8}$ ； $17\frac{4}{5} = \frac{89}{5}$ 。

習題 5 把以下的混合數目化為分數：

$$\begin{aligned} 7\frac{3}{4} &=, 5\frac{3}{7} =, 3\frac{13}{15} =, 1\frac{17}{18} =, 45\frac{3}{8} =, \\ 6\frac{2}{7} &=, 8\frac{10}{11} =, 15\frac{3}{4} =, 18\frac{2}{5} =, 103\frac{1}{2} =, \\ 12\frac{5}{8} &=, 9\frac{3}{10} =, 4\frac{2}{9} =, 21\frac{5}{6} =, 129\frac{2}{7} =. \end{aligned}$$

此外自己寫出其他的例題再行演算，一直到澈底熟練，有了充分把握時為止。

我們現在來比較以下三種不同的分數：

$$\frac{5}{8}; \quad \frac{11}{8}; \quad 3\frac{7}{8}。$$

$\frac{5}{8}$ 中分子(5)小於分母(8)，這種分數叫作“真分數”。

習題 6 寫出幾個真分數來： $(\frac{4}{9}, \frac{3}{7}, \frac{13}{16}, \dots)$

$\frac{11}{8}$ 中分子(11)大於分母(8)，這種分數叫作“假分數”。

習題 7 寫出幾個假分數來： $(\frac{18}{11}, \frac{25}{3}, \frac{4}{3}, \dots)$

$3\frac{7}{8}$ 中有整數 3，又帶有分數 $\frac{7}{8}$ ，讀作“三又八分之七”，意思是 3 個整的又 $\frac{7}{8}$ 個零的，這種分數叫帶分數。每個假分數中包含有整數，可以把它提出來變成帶分數；例如在 $\frac{11}{8}$ 中可以提出一個整體的 $\frac{8}{8} = 1$ ，還餘下 $\frac{3}{8}$ ，所以 $\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$ ；同樣的 $\frac{49}{6} = \frac{48}{6} + \frac{1}{6} = 8\frac{1}{6}。$

習題 8 把以下各假分數化成帶分數：

$$\frac{5}{2} = , \quad \frac{9}{4} = , \quad \frac{91}{4} = , \quad \frac{91}{15} = , \quad \frac{53}{8} = , \quad \frac{76}{15} = ,$$

$$\frac{7}{4} = , \quad \frac{17}{8} = , \quad \frac{29}{7} = , \quad \frac{18}{5} = , \quad \frac{69}{16} = , \quad \frac{105}{24} = ,$$

$$\frac{11}{9} = , \quad \frac{27}{5} = , \quad \frac{37}{2} = , \quad \frac{31}{7} = , \quad \frac{84}{25} = , \quad \frac{825}{53} = .$$

從演算習題 8 的許多題目中，我們可以看出來，一個分數就是一個除法；如 $\frac{1468}{59}$ 就是 1468:59。

如果數目太大，用心算算不出時，就要用筆算方法來除：

$$1468:59=24$$

結果：整數得 24，另外餘數為 52，這個餘數仍

$$\begin{array}{r} 118 \\ 288 \\ 236 \\ 52 \end{array}$$

然應該被 59 除的，應寫作 $\frac{52}{59}$ ，所以

$$\frac{1468}{59} = 24\frac{52}{59}。$$

習題 9 自己另外再選擇一些難的例題，照這個方式來演算。

$3\frac{7}{8}$ 是一個帶分數。每個帶分數也都可以化成假分數。

總結以上所講，分數共分成：真分數、假分數、帶分數三種。

2. 分數的擴充 $\frac{1}{2}$ 元是50分， $\frac{5}{10}$ 元也是50分（ $\frac{1}{10}$ 元是1角，或是10分，所以 $\frac{5}{10}$ 元是5倍1角=50分）。 $\frac{1}{2}$ 元和 $\frac{5}{10}$ 元所表示的都是相同的數量，所以 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{5}{10}$ 是同樣大小。

就兩個分數 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{5}{10}$ 的價值來說是完全一樣的，但是所用的數字在 $\frac{5}{10}$ 中是比 $\frac{1}{2}$ 中來得大。 $\frac{1}{2}$ 中的分子由1變成5，是增大成原數的5倍；分母由2變成10，也是增大成原數的5倍。所以我們說：這個分數是被擴充了。

【注意】擴充一個分數，就是把它的分子和分母同時增大成相同的倍數，也就是用同一個數來乘分子和分母。擴充之後，分數中的數目字雖是增大了，可是這個分數的本值仍然不變。

習題1 把以下各分數都用7來擴充，（如：把 $\frac{4}{5}$ 用7來擴充，得

$$\frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{28}{35}）：$$

$$\frac{3}{11} = \frac{21}{77}, \frac{2}{3} = \frac{14}{21}, \frac{7}{15} = \frac{49}{105}, \frac{8}{13} = \frac{56}{101}, \frac{3}{14} = \frac{21}{98}, \frac{3}{4} = \frac{21}{28}, \frac{5}{16} = \frac{35}{224}, \frac{7}{8} = \frac{49}{56}, \frac{4}{9} = \frac{28}{63}, \frac{9}{21} = \frac{63}{147}, \frac{19}{21} = \frac{133}{147}, \frac{1}{28} = \frac{7}{196}, \frac{15}{28} = \frac{105}{196}, \frac{11}{12} = \frac{77}{84}。$$

習題2

a) 把分數 $\frac{2}{3}$ 變成 $\frac{2}{24}, \frac{2}{36}, \frac{2}{15}, \frac{2}{21}, \frac{2}{63}, \frac{2}{243}, \frac{2}{54}, \frac{2}{156}, \frac{2}{48}。$

提示：先計算出來新分數的分母是原來分母的多少倍，用這個求出來的倍數去乘原來分數的分子，就得出新分數的分子。例如：把 $\frac{2}{3}$ 變成 $\frac{2}{198}$ ，原分母3變成198，增大為原數的 $198:3=66$ 倍，所以新分子 $=2 \times 66=132$ ，即得新分數 $=\frac{2 \times 66}{3 \times 66} = \frac{132}{198}。$

b) 把分數 $\frac{4}{7}$ 變成 $\frac{4}{21}, \frac{4}{63}, \frac{4}{14}, \frac{4}{84}, \frac{4}{49}, \frac{4}{56}, \frac{4}{371}，$

$\frac{91}{28}$ 。

c) 把分數 $\frac{5}{9}$ 變成 $\frac{5}{27}$, $\frac{5}{45}$, $\frac{5}{108}$, $\frac{5}{369}$, $\frac{5}{81}$, $\frac{5}{585}$, $\frac{5}{306}$, $\frac{5}{63}$, $\frac{5}{144}$ 。

習題 3 舉出幾個與下列分數相同價值的分數來：

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{17}{25}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{9}$ 。

例如： $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{16}{24} = \frac{18}{27} = \frac{20}{30} = \frac{48}{72}$ 等等。

習題 4 按照習題 3 的例子，再選擇若干題目自己練習，到確實有了把握為止。

習題 5 求出適合下列各分數的分母。

a) $\frac{4}{9} = \frac{72}{\quad}$, $\frac{60}{\quad}$, $\frac{112}{\quad}$, $\frac{56}{\quad}$, $\frac{8}{\quad}$, $\frac{152}{\quad}$, $\frac{236}{\quad}$, $\frac{44}{\quad}$, $\frac{160}{\quad}$ 。

b) $\frac{11}{12} = \frac{44}{\quad}$, $\frac{22}{\quad}$, $\frac{99}{\quad}$, $\frac{66}{\quad}$, $\frac{110}{\quad}$, $\frac{33}{\quad}$, $\frac{88}{\quad}$, $\frac{55}{\quad}$, $\frac{121}{\quad}$ 。

c) $\frac{2}{3} = \frac{70}{\quad}$, $\frac{84}{\quad}$, $\frac{36}{\quad}$, $\frac{54}{\quad}$, $\frac{82}{\quad}$, $\frac{212}{\quad}$, $\frac{48}{\quad}$, $\frac{18}{\quad}$, $\frac{56}{\quad}$ 。

3. 分數的簡約 我們既然可以按照第 2 節所說的辦法把 $\frac{2}{3}$ 擴充成為 $\frac{24}{36}$ ，自然也可以反過來把 $\frac{24}{36}$ 變成 $\frac{2}{3}$ 。這個新分數的數目字是比原來的分數變小了，但是分數的本值仍然與原分數相同。這種變化叫作分數的簡約。

【注意】我們簡約一個分數，就是把分子和分母同時用相同的數字去除。簡約之後，分數中的數目字雖然是變小了，可是分數的本值仍然不變。

例如分數 $\frac{24}{36}$ 的分子和分母同時用 2 去“約”，則得到 $\frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18}$ ， $\frac{12}{18}$ 可以再用 2 去約而得到 $\frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9}$ ； $\frac{6}{9}$ 還可以用 3 去約而得到 $\frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$ ； $\frac{2}{3}$ 就不能再約了。

簡約一個分數時，要一步一步的約下去，直到分子和分母不

能再被簡約為止。一個有經驗的計算者，可以立刻看出應該用那一個較大的或是最大的數目去約；譬如上邊的例子，他可以直接看出來第一步就用12去約，於是 $\frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}$ ，最後的結果是一樣的。

習題：簡約以下各分數：

$$\begin{aligned} \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, \quad \frac{9}{15} =, \quad \frac{16}{52} =, \quad \frac{144}{362} =, \quad \frac{52}{904} =, \quad \frac{24}{30} =, \\ \frac{6}{8} =, \quad \frac{16}{32} =, \quad \frac{6}{14} =, \quad \frac{268}{720} =, \quad \frac{360}{728} =, \quad \frac{21}{27} =, \\ \frac{15}{12} =, \quad \frac{18}{20} =, \quad \frac{30}{48} =, \quad \frac{64}{244} =, \quad \frac{35}{65} =, \quad \frac{125}{275} =. \end{aligned}$$

再選擇若干類似的簡約題目，自己練習演算。

簡約的時候，首先要判斷分子分母究竟是否可以簡約（即能被相同的數目除盡），然後再迅速確定，用什麼數目來約。要解決這個問題，必須先講一些關於數目的分解性。

數目的分解 很多數目是不能分解的，這種數目名叫質數（有人叫素數）。質數的意思是：這個數除了用1或用他本身能除盡外，再沒有任何其他的整數可以把他除盡。例如1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19等數目都是質數。自己可把1至100之間的各質數指出來。

一切偶數（又叫雙數，即是末位數可以用2除盡者）都可以用2除盡，例如：8, 392, 756872, 36976, 1675924等。

末兩位數能被4除盡的數目都可以用4除盡，例如：72, 3848, 15796, 35928, 13764等。

末三位數能被8除盡的數目都可以用8除盡，例如：728, 135828, 764984, 1794592等。

末位數是 0 或是 5 的數目都可以用 5 除盡，例如：15, 30, 1435, 26380, 46935 等。

末尾至少有一個 0 的數目都可以用 10 除盡。例如：50, 7320, 168400, 26538000 等。

一個數的每位數字相加之和假若能被 3 除盡，則這個數目本身也可以被 3 除盡。例如：27615 每位數字相加是 $2+7+6+1+5=21$ ，21 是可以被 3 除盡的數，所以 27615 本身也可以被 3 除盡；另外如 31752, 8379141, 2157069, 7290 等也是同樣的例子。

一個偶數的每位數字相加之和若是能被 3 除盡，則這個數目本身可以被 6 除盡。例如：295782 是一個偶數，他的每位數字相加是 $2+9+5+7+8+2=33$ ，33 是可以被 3 除盡的，所以原來的偶數本身可以用 6 除盡；另外如 14796, 4109652, 4729074 等也是這種例子。

一個數目的每位數字相加之和若是能被 9 除盡，則這個數目本身可以被 9 除盡。例如：295767, 1875294, 8766, 49275 等。

一個數目的末尾如果是 00, 或是 25, 或是 50, 或是 75, 則這個數目可以用 25 除盡。

例題：下列各數目可以用什麼數來約(即除盡)?

a) 27486975 答：可以用 3 來約，因為它的每位數相加之和是 48；又可以用 5 來約，因為末位數是 5；又可以用 25 來約，因為末尾是 75。

b) 3296826 答：可以用 2 來約，因為是一個偶數；又可以用 3 來約，因為每位數相加之和是 36；又可以用 6 來約，因為是

一個偶數，並且各位數相加之和可以被3除盡；又可以用9來約，因為各位數相加之和可以被9除盡。

習題：下列各數可以用什麼數來約？

274864, 3568236, 1879250。

4. 分數的乘法 在交換齒輪計算法中，只用得到分數的乘法及除法，所以我們只講這兩種算法。

$7 \times 9 = 63$ 是一個乘法。7叫作被乘數，9叫作乘數；這兩個數又都叫作因數；乘出來的結果63叫作乘積。注意記着這幾個名詞：乘法，乘，因數，乘積。

整數和分數相乘

$$\frac{3}{4} \times 6 = \frac{3 \times 6}{4} = \frac{18}{4} \text{ (用2約) } \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2};$$

$$\frac{1}{2} \times 5 = \frac{1 \times 5}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2};$$

$$\frac{7}{8} \times 4 = \frac{7 \times 4}{8} = \frac{28}{8} \text{ (用4約) } \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}。$$

【注意】一個整數去乘一個分數，只要用這個整數去乘分子就行了。

這個作為乘數的整數可以寫在分數線之上，例如： $\frac{7}{9} \times 5 = \frac{7 \times 5}{9}$ ，所以在實行乘法之前要先看看是否可以和分母相約。在這個例題中 $\frac{7 \times 5}{9}$ 是不能相約的，所以 $\frac{7 \times 5}{9} = \frac{35}{9} = 3\frac{8}{9}$ 。

$\frac{9}{16} \times 12 = \frac{9 \times 12}{16} = ?$ 這裏可以簡約，於是要先約出來然後再乘，因為簡約後的數字比原來的數字是要小些，所以乘起來比較方便。

$$\frac{9 \times 12}{16} \text{ (用4約) } \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}。$$

$$\frac{13}{15} \times 10 = \frac{13 \times 10}{15} \text{ (用5約) } \frac{13 \times 2}{3} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}。$$

習題 1 按照以上的例題計算下列的乘法：

$$\frac{2}{9} \times 12 = , \quad \frac{13}{15} \times 8 = , \quad \frac{7}{9} \times 18 = , \quad \frac{17}{13} \times 7 = , \quad 6 \times \frac{8}{9} = ,$$

$$\frac{7}{8} \times 7 = , \quad \frac{9}{10} \times 12 = , \quad \frac{4}{7} \times 14 = , \quad 9 \times \frac{4}{5} = , \quad 7 \times \frac{13}{18} = ,$$

$$\frac{5}{12} \times 3 = , \quad \frac{5}{8} \times 12 = , \quad \frac{13}{24} \times 16 = , \quad 4 \times \frac{7}{11} = , \quad 15 \times \frac{7}{24} = .$$

整數和帶分數相乘 $5\frac{3}{5} \times 9 = ?$

先算 $5 \times 9 = 45$ ；再算 $\frac{3}{5} \times 9 = \frac{3 \times 9}{5} = \frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$ ；

最後把兩個結果相加，得出： $45 + 5\frac{2}{5} = 50\frac{2}{5}$ 。

$$3 \times 6\frac{4}{7} = ? \quad 3 \times 6 = 18; \quad 3 \times \frac{4}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7};$$

$$18 + 1\frac{5}{7} = 19\frac{5}{7} .$$

習題 2 按照以上的例題計算下列的乘法：

$$5\frac{1}{2} \times 5 = , \quad 9\frac{5}{7} \times 7 = , \quad 1\frac{17}{18} \times 7 = , \quad 26\frac{3}{4} \times 5 = ,$$

$$4 \times 2\frac{11}{12} = , \quad 7\frac{2}{3} \times 9 = , \quad 2\frac{2}{7} \times 12 = , \quad 15\frac{1}{2} \times 2 = ,$$

$$6 \times 3\frac{3}{5} = , \quad 9 \times 7\frac{13}{15} = , \quad 8\frac{1}{4} \times 3 = , \quad 2\frac{1}{4} \times 4 = ,$$

$$5\frac{2}{7} \times 14 = , \quad 8 \times 9\frac{4}{7} = , \quad 12 \times 5\frac{5}{8} = .$$

分數乘分數 $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{4 \times 5} = \frac{9}{20}$ ；

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{4 \times 5} \stackrel{\text{(用2約)}}{=} \frac{3 \times 1}{2 \times 5} = \frac{3}{10} .$$

$$\frac{9}{16} \times \frac{4}{15} = \frac{9 \times 4}{16 \times 15},$$

$$\text{簡約後(4對16約, 9對15約)} = \frac{3 \times 1}{4 \times 5} = \frac{3}{20} .$$

【注意】 一個分數乘一個分數，只要分子與分子相乘，分母與分母相乘就行了。

習題 3 按照以上例題計算下列乘法：

$$\begin{aligned} \frac{7}{9} \times \frac{3}{4} = , \quad \frac{4}{9} \times \frac{7}{12} = , \quad \frac{9}{10} \times \frac{4}{5} = , \quad \frac{9}{10} \times \frac{5}{6} = , \\ \frac{36}{41} \times \frac{2}{27} = , \quad \frac{5}{6} \times \frac{4}{7} = , \quad \frac{4}{5} \times \frac{2}{9} = , \quad \frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = , \\ \frac{7}{8} \times \frac{3}{5} = , \quad \frac{49}{55} \times \frac{15}{28} = , \quad \frac{3}{8} \times \frac{5}{6} = , \quad \frac{2}{7} \times \frac{7}{10} = , \\ \frac{1}{12} \times \frac{8}{11} = , \quad \frac{11}{12} \times \frac{5}{7} = , \quad \frac{44}{51} \times \frac{17}{21} = . \end{aligned}$$

下列各種情形也要注意：

a) $\frac{4}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3}{9 \times 4},$

簡約後(4對4約, 3對9約) $= \frac{1 \times 1}{3 \times 1} = \frac{1}{3}。$

b) $\frac{4}{9} \times \frac{45}{4} = \frac{4 \times 45}{9 \times 4} = \frac{1 \times 5}{1 \times 1} = \frac{5}{1} = 5。$

c) $2\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{5 \times 4}{2 \times 5} = \frac{1 \times 2}{1 \times 1} = 2。$

d) $4\frac{1}{6} \times 3\frac{2}{3} = \frac{25}{6} \times \frac{11}{3} = \frac{25 \times 11}{6 \times 3} = \frac{275}{18} = 15\frac{5}{8}。$

【注意】 帶分數要先化成假分數。

習題 4 按照以上舉例計算下列各題：

$$\begin{aligned} 4\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = , \quad 5\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} = , \quad \frac{4}{15} \times 1\frac{3}{4} = , \quad 2\frac{5}{6} \times 3\frac{1}{3} = , \\ 2\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = , \quad \frac{5}{9} \times 4\frac{1}{3} = , \quad \frac{6}{7} \times 5\frac{1}{2} = , \quad 8\frac{2}{7} \times 12\frac{3}{4} = , \\ 1\frac{5}{6} \times \frac{3}{8} = , \quad \frac{3}{5} \times 2\frac{1}{6} = , \quad 3\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} = , \quad \frac{3}{8} \times 18\frac{1}{2} = , \\ 3\frac{1}{9} \times \frac{5}{6} = , \quad \frac{3}{10} \times 3\frac{2}{3} = , \quad 9\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5} = , \quad 6\frac{1}{4} \times 1\frac{3}{7} = . \end{aligned}$$

5. 分數的除法 $63:7=9$ 是一個除法, 63叫被除數, 7叫除數, 除得的結果 9 叫作商數。

【注意】 在算式中寫起來, 被除數總是寫在前邊, 除數寫在後邊。

以整數除分數 $\frac{1}{2}:3=?$ 如果把半個蘋果分成三份, 則每份是 $\frac{1}{6}$ 的蘋果。所以 $\frac{1}{2}:3 = \frac{1}{6}$, 或者說: 除數 3 移到分數線下,

而與分母相乘，即 $\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$ 。

【注意】 一個分數被一個整數去除，只要把這個整數與分母相乘就好了。如果可以簡約，應該先行簡約，再算乘法，這樣可以得到比較小的數目，相乘比較方便。

例題：

$$\frac{1}{5} : 6 = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{30} ;$$

$$\frac{6}{11} : 3 = \frac{6}{11 \times 3} \xrightarrow{\text{(用3約)}} \frac{2}{11 \times 1} = \frac{2}{11} ;$$

$$\frac{4}{7} : 5 = \frac{4}{7 \times 5} = \frac{4}{35} ;$$

$$\frac{8}{15} : 2 = \frac{8}{15 \times 2} \xrightarrow{\text{(用2約)}} \frac{4}{15 \times 1} = \frac{4}{15} ;$$

習題 1 照以上例題計算下列各題：

$$\frac{1}{5} : 6 = , \quad \frac{2}{3} : 7 = , \quad \frac{7}{8} : 2 = , \quad \frac{11}{12} : 2 = , \quad \frac{12}{13} : 10 = ,$$

$$\frac{2}{7} : 3 = , \quad \frac{7}{12} : 5 = , \quad \frac{9}{10} : 8 = , \quad \frac{3}{14} : 7 = , \quad \frac{9}{25} : 5 = ,$$

$$\frac{6}{7} : 4 = , \quad \frac{18}{25} : 6 = , \quad \frac{3}{4} : 6 = , \quad \frac{11}{15} : 4 = , \quad \frac{17}{36} : 6 = ,$$

$$\frac{4}{9} : 4 = , \quad \frac{15}{16} : 3 = , \quad \frac{7}{10} : 5 = , \quad \frac{17}{20} : 8 = , \quad \frac{45}{49} : 9 = .$$

以整數除帶分數 $26\frac{3}{5} : 6 = ?$ 先將整數 26 用 6 來除， $26 : 6 = 4$ (整數部分)，餘下 2；把這 2 變成以 5 作分母的分數， $2 = \frac{10}{5}$ 而與 $\frac{3}{5}$ 相加成為 $\frac{13}{5}$ ；這個分數仍然要用 6 去除， $\frac{13}{5} : 6 = \frac{13}{5 \times 6} = \frac{13}{30}$ ，結果得 $4 + \frac{13}{30} = 4\frac{13}{30}$ 。

習題 2 按照上邊舉例計算下列各除法：

$$5\frac{2}{3} : 6 = \frac{17}{18} , \quad 125\frac{8}{9} : 12 = , \quad 15\frac{7}{8} : 5 = , \quad 924\frac{5}{6} : 8 = ,$$

$$9\frac{1}{2} : 4 = , \quad 38\frac{3}{4} : 15 = , \quad 65\frac{2}{9} : 7 = , \quad 15\frac{3}{10} : 6 = ,$$

$$20\frac{2}{3} : 7 = , \quad 241\frac{2}{5} : 8 = , \quad 32\frac{4}{15} : 3 = , \quad 216\frac{4}{9} : 8 = ,$$

$$46\frac{6}{7}:4=, \quad 8\frac{5}{6}:4=, \quad 246\frac{11}{12}:4=, \quad 62\frac{17}{20}:5=, \\ 67\frac{7}{10}:3=, \quad 12\frac{3}{5}:8=, \quad 751\frac{3}{8}:6=, \quad 4\frac{3}{4}:2=.$$

以分數除分數 $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=?$ 先將 $\frac{2}{3}$ 用4來除, $\frac{2}{3}:4=\frac{2}{12}$ 。但是原題並不是只用4除,而是用 $\frac{4}{5}$ 來除, $\frac{4}{5}$ 只有4的 $\frac{1}{5}$,除數如果減小至原除數的 $\frac{1}{5}$,商數將要增大至原商數的5倍,這可以用一個例子來說明:例如把100個蘋果分給十個小孩,每個小孩分得10個。如果分給兩個小孩(就是說除數減小至原除數的 $\frac{1}{5}$),則每個小孩可以分到50個(商數增大至原商數的5倍)。

倒過來說自然也是一樣:如果除數增大至原除數的5倍,則商數將要減小至原商數的 $\frac{1}{5}$ 。

我們回到原來的題目: $\frac{2}{3}:4$ 算出來是 $\frac{2}{12}$,而真正的除數只有4的 $\frac{1}{5}$,所以真正的結果應該是原結果的5倍,因此這真正的結果不是 $\frac{2}{12}$,而是 $\frac{2}{12} \times 5 = \frac{2 \times 5}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ 。

總結起來: 第一步先用分子4去除,於是4就寫到了分數線的下面;第二步要用分母5去乘,5就寫到了分數線的上面;整個算式變成了 $\frac{2}{3}:\frac{4}{5} = \frac{2 \times 5}{3 \times 4}$ 。

原來本是個除法,反而變成一個乘法了,不過除數 $\frac{4}{5}$ 顛倒成了 $\frac{5}{4}$ 。

【注意】 一個除法中的除數如果是一個分數,則可將分子分母顛倒之後去乘被除數。

$$\frac{3}{5}:\frac{5}{6} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{5} = \frac{3 \times 6}{5 \times 5} = \frac{18}{25}; \\ \frac{4}{7}:\frac{5}{9} = \frac{4}{7} \times \frac{9}{5} = \frac{4 \times 9}{7 \times 5} = \frac{36}{35} = 1\frac{1}{35};$$