

★ 各类成人高考复习指导丛书

数学

解题指导

(理工农医类用)



★ 高等教育出版社

☆
各类成人高考复习指导丛书

数学解题指导

(理工农医类用)

孙成基 主编

高等教育出版社

各类成人高考复习指导丛书

数学解题指导

(理工农医类用)

*

高等教育出版社出版

高等教育出版社照排中心照排

新华书店北京发行所发行

北京印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 11.25 字数 243 000

1988年9月第1版 1988年10月第1次印刷

印数 0001—65 130

ISBN 7-04-001194-8/O.397

定价2.80元

出版前言

《各类成人高考复习指导丛书》出版两年来，已请主编人修订过一次，使本丛书比较充分体现了便于成人自学的特点，并且特别注意培养考生运用基本知识进行解题的技巧，以提高考生的应试能力。

本丛书第三版是根据国家教委考试中心 1988 年 7 月审订的《全国各类成人高等学校招生考试大纲》(以下简称《考纲》) 再次进行修订，使之成为一套完全符合《考纲》基本要求的复习丛书，以满足考生愿望。

鉴于这次《考纲》起草工作是由国家教委委托天津市成人教育招生委员会主持的，因此我社与该委员会共同组织各科目《考纲》起草人负责本丛书修订工作，从而使本丛书能更充分体现《考纲》精神。

近年来广大读者纷纷要求我社出版与本丛书各复习教材相配套的习题解答与指导，以求获得更好的解题效果。为此我社又请各主编人编写了除英语以外的其他各科目的《解题指导》。这套《解题指导》收集的题型与《考纲》所规定的考试题型一致。此外，还编入 1986—1988 年三届全国成人高等学校招生考试各科目的考试题目与解答。

这样本丛书包括：

《政治》(上、下册)；

《政治解题指导》；

《语文》(上、下册)；

《语文解题指导》；

《数学》(文科用)；

《数学解题指导》(文科用)；

《数学》(理科用);	《数学解题指导》(理科用);
《物理》;	《物理解题指导》;
《化学》;	《化学解题指导》;
《历史》;	《历史解题指导》;
《地理》;	《地理解题指导》;
《英语》	

共 17 种 19 册.

这本《数学解题指导》是与《数学》(理工农医类用)(修订第三版)相配套的.

书中对所有习题作了详细解答,有些题还指出了解题方法和思路,或作必要的分析和说明,以帮助读者提高解题能力.

本书除供准备报考各类成人高等学校考生复习自学外,也可供有关学校补习班作辅助教材.

本书主编为孙成基(《1986 年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》起草人).参加编写的还有王燕生,韩恩喜.

高等教育出版社

1988 年 9 月

目 录

代 数 (I)

第一章 数、式、方程和方程组	(1)
练习一及解题指导	(1)
第二章 集合	(15)
练习二及解题指导	(15)
第三章 不等式和不等式组	(24)
练习三及解题指导	(24)
第四章 指数和对数	(37)
练习四及解题指导	(37)
第五章 函数	(49)
练习五及解题指导	(49)

三角函数

第六章 三角函数	(68)
§1 任意角的三角函数	(68)
练习六及解题指导	(68)
§2 三角函数的图象和性质	(85)
练习七及解题指导	(85)
第七章 两角和与两角差的三角函数	(97)
练习八及解题指导	(97)
第八章 反三角函数和简单三角方程	(127)
§1 反三角函数	(127)
练习九及解题指导	(127)

§2 简单三角方程	(136)
练习十及解题指导	(136)
第九章 解三角形	(146)
练习十一及解题指导	(146)

平面解析几何

第十章 直线	(157)
§1 基本问题	(157)
练习十二及解题指导	(157)
§2 直线的方程	(166)
练习十三及解题指导	(166)
§3 两条直线的位置关系	(172)
练习十四及解题指导	(172)
第十一章 圆锥曲线	(183)
§1 圆	(183)
练习十五及解题指导	(183)
§2 椭圆	(191)
练习十六及解题指导	(191)
§3 双曲线	(198)
练习十七及解题指导	(198)
§4 抛物线	(206)
练习十八及解题指导	(206)
§5 坐标轴平移	(213)
练习十九及解题指导	(213)
第十二章 极坐标与参数方程	(220)
§1 极坐标	(220)

练习二十及解题指导	(220)
§2 参数方程	(228)
练习二十一及解题指导	(228)

代 数 (II)

第十三章 数列	(239)
练习二十二及解题指导	(239)
第十四章 数学归纳法	(251)
练习二十三及解题指导	(251)
第十五章 排列、组合与二项式定理	(257)
练习二十四及解题指导	(257)
第十六章 复数	(267)
练习二十五及解题指导	(267)

立 体 几 何

第十七章 直线和平面	(279)
§1 平面	(279)
练习二十六及解题指导	(279)
§2 空间两条直线	(282)
练习二十七及解题指导	(282)
§3 空间直线和平面	(288)
练习二十八及解题指导	(288)
§4 空间两个平面	(297)
练习二十九及解题指导	(297)
第十八章 多面体和旋转体	(305)
§1 多面体	(305)

练习三十及解题指导	(305)
§ 2 旋转体	(315)
练习三十一及解题指导	(315)
1986 年全国成人高等学校招生统一考试题目及参考答案	(320)
1987 年全国成人高等学校招生统一考试题目及参考答案	(329)
1988 年全国成人高等学校招生统一考试题目及参考答案	(341)

代 数 (I)

第一章 数、式、方程和方程组

练习一 及解题指导

A 组

1. 填空:

(1) 一个数的相反数是 $\sqrt{3}$, 那么这个数是 _____;

(2) $x-y$ 的相反数是 _____;

(3) 方程 $|x|-3=0$ 的解为 $x=$ _____;

(4) 已知 $a+b \leq 0$, 化简 $|a+b|+a=$ _____;

(5) 当 _____ 时, $a+|a-b|=b$.

说明 (1) 填 $-\sqrt{3}$.

(2) 填 $y-x$.

(3) 原方程可化为 $|x|=3$, 所以 $x=\pm 3$, 故填 ± 3 .

(4) 因为 $a+b \leq 0$, 所以 $|a+b|=-(a+b)$. 因此 $|a+b|+a=-(a+b)+a=-b$, 故填 $-b$.

(5) 要使 $a+|a-b|=b$, 即 $|a-b|=b-a$, 必须 $a-b \leq 0$, 即 $a \leq b$. 因此填 $a \leq b$.

2. 选择:

(1) 下列命题中,正确的是

- (A) 两个互为相反数的积小于零.
- (B) 两个互为相反数的差大于零.
- (C) 两个互为相反数的积小于或等于零.
- (D) 两个互为相反数的差大于或等于零.

[答] ().

(2) a 是实数, 下列各式成立的是

- (A) $|a| > 0$.
- (B) $-a < 0$.
- (C) $a^2 = |a|^2$.
- (D) $a > 0$.

[答] ().

说明 (1) 答 C. 因为 a 与 $-a$ 互为相反数, 而 $a \cdot (-a) = -a^2 \leq 0$.

(2) 在(A)中, 当 $a=0$ 时, $|a| > 0$ 不成立. 在(B)中, 当 $a \leq 0$ 时, $-a < 0$ 不成立. 在(D)中, 当 $a \leq 0$ 时, $a > 0$ 不成立. 因此答 C.

3. 解下列方程:

(1) $|1-2x|-5=0$; (2) $|1-2x|+5=0$.

解 (1) 原方程可化为 $|1-2x|=5$, $1-2x = \pm 5$.

由 $1-2x=5$ 解得 $x_1 = -2$. 由 $1-2x=-5$ 解得 $x_2 = 3$.

所以原方程的解为 $x_1 = -2, x_2 = 3$.

(2) 原方程可化为 $|1-2x| = -5$. 因为无论 x 为任何实数 $|1-2x| \geq 0$, 所以原方程无解.

4. 已知 $|1-2x|+|2-3y|=0$, 求实数 x, y .

解 因为 $|1-2x| \geq 0, |2-3y| \geq 0$, 所以仅当 $|1-2x|=0$ 且 $|2-3y|=0$ 时 $|1-2x|+|2-3y|=0$. 因此已知条件归结为解方程 $1-2x=0$ 及 $2-3y=0$. 由此得

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{2}{3}.$$

5. 填空:

(1) $\frac{1}{25}$ 的平方根是 _____, $\frac{1}{25}$ 的算术根是 _____;

(2) 已知 $x^2 = 144$, 则 $x =$ _____, $\sqrt{144} =$ _____;

(3) 当 _____ 时, $\sqrt{(1-x)^2} = 1-x$. 当 _____ 时, $\sqrt{(1-x)^2} = x-1$;

(4) 已知 $x < 2$, 化简 $\sqrt{(x-2)^2} + |2-x| =$ _____.

说明 填空如下: (1) $\pm \frac{1}{5}$, $\frac{1}{5}$. (2) ± 12 , 12 .

(3) $x \leq 1$, $x \geq 1$. (4) $4-2x$.

6. 已知 $\sqrt{1-x} + |1+y| = 0$, 求实数 x, y .

解 因为 $\sqrt{1-x} \geq 0, |1+y| \geq 0$. 要使 $\sqrt{1-x} + |1+y| = 0$, 必须 $\sqrt{1-x} = 0, |1+y| = 0$ 所以 $x = 1, y = -1$.

7. 不解方程, 判断下列方程是否有解:

(1) $\sqrt{x-4} + 2 = 0$; (2) $|x+1| + \sqrt{(x+2)^2} = 0$.

解 (1) 原方程可化为 $\sqrt{x-4} = -2$. 因为 $\sqrt{x-4} \geq 0$, 所以原方程无解.

(2) 原方程可化为 $|x+1| + |x+2| = 0$. 因为 $|x+1| \geq 0, |x+2| \geq 0$. 所以 仅当 $|x+1| = 0$ 且 $|x+2| = 0$ 时 $|x+1| + |x+2| = 0$.

但是 $|x+1|$ 与 $|x+2|$ 不能同时为零, 所以原方程无解.

8. 求方程 $(x+y-2)^2 + \sqrt{x^2-2x+1} = 0$ 的实数解.

解 原方程可化为 $(x+y-2)^2 + \sqrt{(x-1)^2} = 0$, 即

$$(x+y-2)^2 + |x-1| = 0.$$

因为 $(x+y-2)^2 \geq 0$, $|x-1| \geq 0$, 所以

$$\begin{cases} x+y-2=0, & \textcircled{1} \\ x-1=0. & \textcircled{2} \end{cases}$$

由②得 $x=1$. 将它代入①得 $y=1$.

所以原方程的解为 $x=1, y=1$.

说明 一般地说, 一个方程含有两个未知数, 需根据所给条件或其它性质化为含有两个未知数的方程组来求解.

9. 如果 $|x-4|+|x+1|=5$, 求实数 x 的范围.

解 因为

$$|x-4| = \begin{cases} x-4, & \text{当 } x \geq 4, \\ 4-x, & \text{当 } x \leq 4. \end{cases} \quad |x+1| = \begin{cases} x+1, & \text{当 } x \geq -1, \\ -x-1, & \text{当 } x \leq -1. \end{cases}$$

又因为当 $x \leq 4$ 时 $|x-4|=4-x$; 当 $x \geq -1$ 时 $|x+1|=x+1$. 这时恰有 $4-x+x+1=5$, 所以当 $-1 \leq x \leq 4$ 时, $|x-4|+|x+1|=5$.

说明 当 $x=4$ 时, $|x-4|$ 等于 $x-4$, $|x-4|$ 也等于 $4-x$.

10. 如果 a, b, c 是实数, 且 $a^2+b^2+c^2+26=2a+6b+8c$. 求 a, b, c .

解 由已知得 $a^2-2a+b^2-6b+c^2-8c+26=0$,

$$(a^2-2a+1)+(b^2-2 \cdot 3b+9)+(c^2-2 \cdot 4c+16)=0,$$

$$(a-1)^2+(b-3)^2+(c-4)^2=0.$$

因为 a, b, c 是实数, 所以 $(a-1)^2 \geq 0, (b-3)^2 \geq 0, (c-4)^2 \geq 0$. 又 $(a-1)^2+(b-3)^2+(c-4)^2=0$. 所以 $a-1=0, b-3=0, c-4=0$. 因此 $a=1, b=3, c=4$.

11. 分式 $\frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-1)}$, 当 x 为何值时为零? 当 x 为

何值时没有意义？

解 当 $(x+1)(x+2)=0$ 且 $(x+1)(x-1)\neq 0$ ，即 $x=-2$ 时，分式的值为零。

当 $(x+1)(x-1)=0$ ，即 $x=\pm 1$ 时，分式没有意义。

12. 不改变分式的值，使下列分式的分子与分母的最高次项的系数是正数：

$$(1) \frac{2-3x-4x^2}{1+x^2-2x^3}; \quad (2) \frac{1-3a}{1+a+a^2}.$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) \text{原式} &= \frac{(2-3x-4x^2) \times (-1)}{(1+x^2-2x^3) \times (-1)} \\ &= \frac{-2+3x+4x^2}{-1-x^2+2x^3}. \end{aligned}$$

$$(2) \text{原式} = (-1) \times \frac{(1-3a) \times (-1)}{1+a+a^2} = -\frac{-1+3a}{1+a+a^2}.$$

$$\text{说明} \quad \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}.$$

$$13. \text{计算} \left(\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4} \right) \div \frac{x-4}{x}.$$

$$\begin{aligned} \text{解} \quad \text{原式} &= \left[\frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{x-1}{(x-2)^2} \right] \div \frac{x-4}{x} \\ &= \frac{(x+2)(x-2) - x(x-1)}{x(x-2)^2} \div \frac{x-4}{x} \\ &= \frac{x^2-4-x^2+x}{x(x-2)^2} \times \frac{x}{x-4} \end{aligned}$$

$$= \frac{x-4}{x(x-2)^2} \times \frac{x}{x-4}$$

$$= \frac{1}{(x-2)^2}.$$

14. 化简 $\frac{1 + \frac{y}{x}}{1 - \frac{y}{x}}$.

解 原式 = $\frac{\frac{x+y}{x}}{\frac{x-y}{x}} = \frac{x+y}{x-y}$.

15. 把下列各式化为最简二次根式:

(1) $\sqrt{1\frac{4}{5}}$; (2) $\sqrt{(3\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2}$.

解 (1) 原式 = $\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$.

(2) 原式 = $\sqrt{(\frac{7}{2})^2 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$.

16. 选择:

下列等式成立的是

(A) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$; (B) $3 + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$.

(C) $a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a-b)\sqrt{x}$.

$$(D) \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{2} = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5.$$

[答] ().

说明 答 C. 在 (A) 中, $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 是最简二次根式, 但被开方数不同, 因此不能合并. (B) 中的错误较明显. (D) 中的正确计算是

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{2} &= \frac{\sqrt{8}}{2} + \frac{\sqrt{18}}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

$$17. \text{ 计算 } (1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}) \div \sqrt{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= [1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})][1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})] \div \sqrt{3} \\ &= [1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2] \div \sqrt{3} \\ &= (1 - 2 + 2\sqrt{6} - 3) \div \sqrt{3} \\ &= (-4 + 2\sqrt{6}) \div \sqrt{3} \\ &= -\frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \\ &= -\frac{4\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

说明 有关根式的计算, 结果若含有根式, 应是最简根式, 如本题.

18. 把下列各式的分母有理化:

$$(1) \frac{1}{1+\sqrt{2}}; \quad (2) \frac{1}{x-\sqrt{1+x^2}};$$

$$(3) \frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}.$$

$$\begin{aligned} \text{解 (1) 原式} &= \frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \frac{1-\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{2}-1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{x+\sqrt{1+x^2}}{(x-\sqrt{1+x^2})(x+\sqrt{1+x^2})} \\ &= \frac{x+\sqrt{1+x^2}}{x^2-(\sqrt{1+x^2})^2} \\ &= \frac{x+\sqrt{1+x^2}}{x^2-(1+x^2)} \\ &= -x-\sqrt{1+x^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \text{ 原式} &= \frac{1-(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{[1+(\sqrt{2}+\sqrt{3})][1-(\sqrt{2}+\sqrt{3})]} \\ &= \frac{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}{1-(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2} \end{aligned}$$