

335

4043

852148

应用光学

袁旭沧 主编



国防工业出版社

3

应 用 光 学

工 房
元

袁 旭 沧 主 编

国 防 工 业 出 版 社

内 容 简 介

本书内容可分为几何光学和光学仪器两部分。几何光学除了一般内容外,增加了基本定理的向量形式、非均匀介质中的光线光学、矩阵方法在近轴光学中的应用和光学传递函数等内容。光学仪器除了望远镜、显微镜、照相机和投影仪外,增加了光纤光学仪器、激光束光学和光谱仪器,注意了光学仪器的新发展。

本书是应用光学和光学仪器专业的教材,也可以作为光学仪器工程技术人员的参考书。

应 用 光 学

袁旭沧 主编

责任编辑 沈崇澍

国防工业出版社出版

(北京市车公庄西路老虎庙七号)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092 1/16 印张21¹/₂ 499千字

1988年7月第二版 1988年7月第一次印刷 印数: 0,001—4,000册

ISBN 7-118-00079-5/TH4 定价: 3.25元

前 言

本书是1979年国防工业出版社出版的“应用光学”一书的修订本。这次修订,根据新的教学大纲的要求,以及学科本身的发展,在内容上有较大变化。

本书内容可分为几何光学和光学仪器两大部分。原书中还包括常用的光学测量仪器和测量方法,本书中删去了这部分内容,因为它和光学测量教材内容重复。

本书几何光学部分基本上保持了原书的内容和特点。但加强了基础理论,增加了基本定理的向量形式和非均匀介质中的光线光学等内容。近轴光学部分增加了矩阵方法在近轴光学中的应用一章。在光学系统的像质评价方面增加了光学传递函数。

在光学仪器部分,除了原有的望远镜之外,增加了显微镜、照相机和投影仪、光纤光学仪器、激光束光学、光谱仪器五章。全书由原来的九章增加为十五章。一方面是为了扩大专业范围,拓宽知识面;另一方面也使学生能了解光学仪器的新发展。

原书由北京工业学院编写。在这次修订中,华东工学院也参加了这项工作。具体分工是北京工业学院:袁旭沧负责第一、二、九、十三、十五章,周文秀负责第三、五、六章,李士贤负责第七、八、十、十二章,安连生负责第十四章;华东工学院:迟泽英负责第四、十一章。北京工业学院郑乐年校阅了全稿,全书由袁旭沧主编。本书编写中曾得到不少同志的帮助,谨致谢意。

编 者 1987年4月于北京

目 录

第一章 几何光学基本原理

§ 1-1	光波和光线	1
§ 1-2	光线的传播规律——几何光学的基本定律	3
§ 1-3	折射率和光速的关系	4
§ 1-4	光程的定义和计算	5
§ 1-5	马吕斯定律	6
§ 1-6	费尔马原理	7
§ 1-7	光路可逆定理	10
§ 1-8	全反射现象及其应用	11
§ 1-9	基本定律的向量形式	13
§ 1-10	非均匀介质中光线的微分方程式	14
§ 1-11	几何光学的误差和应用范围的讨论	15

第二章 理想像和理想光学系统

§ 2-1	光学系统及其类别	20
§ 2-2	透镜和成像的基本概念	20
§ 2-3	理想像和理想光学系统	22
§ 2-4	发光点理想成像的条件——等光程条件	25
§ 2-5	等光程的反射面和折射面	25
§ 2-6	微小线段理想成像的条件——余弦条件	28
§ 2-7	阿贝条件和赫谢尔条件	29
§ 2-8	麦克斯韦鱼眼	31

第三章 近轴光学

§ 3-1	共轴球面系统中的光路计算公式	35
§ 3-2	符号规则	36
§ 3-3	共轴球面系统中的光路计算举例	38

§ 3-4	球面近轴范围内的成像性质和近轴光路计算公式	39
§ 3-5	近轴光路计算公式的另一种形式	42
§ 3-6	近轴光学的基本公式和它的实际意义	42
§ 3-7	共轴理想光学系统的基点——主平面和焦点	45
§ 3-8	单个折射球面的主平面和焦点	48
§ 3-9	共轴球面系统主平面和焦点位置的计算	49
§ 3-10	用作图法求光学系统的理想像	52
§ 3-11	理想光学系统的物像关系式	54
§ 3-12	光学系统的放大率	57
§ 3-13	物像空间不变式	59
§ 3-14	物方焦距和像方焦距的关系	60
§ 3-15	节平面和节点	62
§ 3-16	无限远物体理想像高的计算公式	63
§ 3-17	理想光学系统的组合	64
§ 3-18	理想光学系统中光路的计算公式	67
§ 3-19	单透镜的主平面和焦点位置的计算公式	69

第四章 矩阵方法在近轴光学中的应用

§ 4-1	近轴光路计算公式的矩阵形式	76
§ 4-2	共轴球面系统的近轴光学特性矩阵	77

§ 4-3	理想光学系统的矩阵公式	82
-------	-------------	----

第五章 眼睛和目视光学系统

§ 5-1	眼睛的构造	86
§ 5-2	眼睛的调节	87
§ 5-3	眼睛的视角分辨率	88
§ 5-4	望远镜的工作原理和它的视放大率	89
§ 5-5	显微镜的工作原理	93
§ 5-6	眼睛的缺陷和目视光学仪器的视度调节	95
§ 5-7	空间深度感觉和双眼立体视觉	97
§ 5-8	双眼观察仪器	99

第六章 平面镜棱镜系统

§ 6-1	平面镜棱镜系统在光学仪器中的应用	103
§ 6-2	平面镜的成像性质	104
§ 6-3	平面镜的旋转及其应用	105
§ 6-4	棱镜和棱镜的展开	107
§ 6-5	屋脊面和屋脊棱镜	111
§ 6-6	常用棱镜的分类	112
§ 6-7	确定平面镜棱镜系统成像方向的方法	120
§ 6-8	棱镜转动定理	123
§ 6-9	棱镜作有限转动时, 像空间位置和方向的计算	128
§ 6-10	棱镜作微量转动时, 像空间位置和方向的计算	135
§ 6-11	炮队镜光轴偏和像倾斜调整方案的分析	138
§ 6-12	平行玻璃板的成像性质和棱镜的外形尺寸计算	142
§ 6-13	共轴球面系统和平面镜棱镜系统的组合	145
§ 6-14	棱镜的偏差	146

第七章 光学系统中的成像光束和光阑

§ 7-1	照相机和光阑	150
§ 7-2	望远系统中的成像光束	151
§ 7-3	显微镜中的光束限制和远心光路	157
§ 7-4	场镜的特性和应用	160
§ 7-5	空间物体成像的清晰深度——景深	161

第八章 辐射度学和光度学基础

§ 8-1	立体角的意义和它在光度学中的应用	164
§ 8-2	辐射度学中的基本量及其计量单位	165
§ 8-3	人眼的视见函数(光谱光视效率)	167
§ 8-4	发光强度、光通量和它们的计量单位	168
§ 8-5	光出射度和光照度	170
§ 8-6	光照度公式	172
§ 8-7	光亮度的定义及其单位	173
§ 8-8	发光强度余弦定律	174
§ 8-9	全扩散表面的光亮度	175
§ 8-10	光学系统中光束的光亮度	176
§ 8-11	像平面的光照度	178
§ 8-12	照相物镜像平面的光照度和光圈数	180
§ 8-13	人眼的主观光亮度	182
§ 8-14	通过望远镜观察时的主观光亮度	183
§ 8-15	光学系统中光能损失的计算	185

第九章 光学系统成像质量评价

§ 9-1	概述	189
-------	----	-----

§ 9-2	介质的色散和光学系统的色差	190
§ 9-3	轴上像点的单色像差——球差	191
§ 9-4	轴外像点的单色像差	193
§ 9-5	几何像差的曲线表示	198
§ 9-6	用波像差评价光学系统的成像质量	203
§ 9-7	理想光学系统的分辨率	204
§ 9-8	各类光学系统分辨率的表示方法	206
§ 9-9	光学传递函数	208
§ 9-10	用光学传递函数评价系统的像质	211

第十章 望远镜

§ 10-1	望远镜的光学性能和技术条件	215
§ 10-2	望远镜物镜	220
§ 10-3	望远镜目镜	225
§ 10-4	倒像系统	230
§ 10-5	可变放大率的望远镜	232
§ 10-6	光学测距仪	236
§ 10-7	望远镜的外形尺寸计算	239

第十一章 显微镜

§ 11-1	概述	251
§ 11-2	显微镜光学系统的基本组成	251
§ 11-3	显微镜的光束限制和景深	255
§ 11-4	显微镜的分辨率和适用放大率	261
§ 11-5	显微镜的物镜和目镜	266
§ 11-6	显微镜的照明系统	273

第十二章 照相机和投影仪

§ 12-1	照相物镜的光学特性	286
§ 12-2	照相物镜的基本类型	287
§ 12-3	变焦距照相物镜	291
§ 12-4	取景系统	293
§ 12-5	调焦系统	296
§ 12-6	投影仪的作用及其类别	298
§ 12-7	投影仪中的照明系统	299
§ 12-8	投影物镜	301
§ 12-9	投影系统中光能计算 举例	304

第十三章 光纤光学仪器

§ 13-1	概述	307
§ 13-2	全反射光纤的光学性质	307
§ 13-3	全反射光纤的应用	310
§ 13-4	梯度折射率光纤	313

第十四章 激光束光学

§ 14-1	概述	316
§ 14-2	激光束在均匀介质中的传播规律	316
§ 14-3	高斯光束的透镜变换	320
§ 14-4	激光谐振腔的计算	324

第十五章 光谱仪器

§ 15-1	光谱仪概述	327
§ 15-2	光谱棱镜主截面内光线的折射	329
§ 15-3	光谱棱镜的基本特性	331
§ 15-4	光谱棱镜的材料和型式	333
§ 15-5	光栅的基本性质	334
§ 15-6	光谱仪光学系统的型式	336

第一章 几何光学基本原理

§ 1-1 光波和光线

光和人类的生产和生活有着十分密切的关系，例如植物的生长需要光，人的视觉要依靠光，人类一切活动几乎都离不开光。人类通过实践很早就积累了有关光的丰富的感性认识，很早就开始研究光。

人类对光的研究，可以分为两个方面：一方面是研究光的本性，并根据光的本性来研究各种光学现象，称为“物理光学”；另一方面是研究光的传播规律和传播现象，称为“几何光学”。

对于光的本性的研究，虽然很早就已开始，但进展较慢。对光的本性的科学假说，最初是牛顿在 1666 年提出的，他认为光是一种弹性粒子，称为“微粒说”。1678 年惠更斯认为光是在“以太”中传播的弹性波，提出了“波动说”。1873 年麦克斯韦根据电磁波的性质证明，光实际上是电磁波。从此人类对光的本性才有了比较正确的认识。1905 年爱因斯坦为了解释光电效应，提出了“光子”的假说，后来由于康普顿效应的发现而得到证实，这样使人类对光的认识更为全面。目前认为，光既具有“波动性”又具有“粒子性”。只是在一定条件下，某一种性质显得更为突出。一般来说，除了研究光和物质作用的情况下必须考虑光的粒子性而外，可以把光作为电磁波看待，称为“光波”。

光波和一般无线电波不同处，只是光波的波长比无线电波短，图 1-1 中表示了电磁

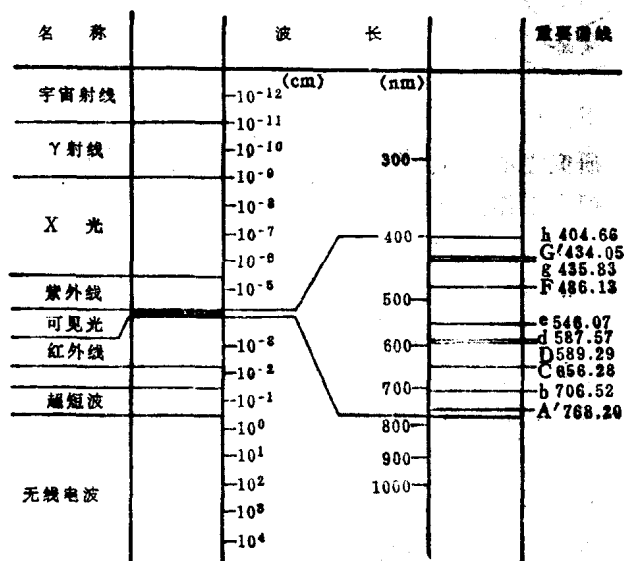


图 1-1

波按波长分类的情况，波长在 $400 \sim 760 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} = 10 \text{ \AA}$) 的电磁波能够为人眼所感觉，称为“可见光”，超出这个范围人眼就感觉不到。不同波长的光产生不同

的颜色感觉。同一波长的光，具有相同的颜色，称为“单色光”。由不同波长的光波混合而成的光称为“复色光”，不同颜色的光对应的波长范围如图 1-2 所示。白光是由各种波长光混合而成的一种复色光。

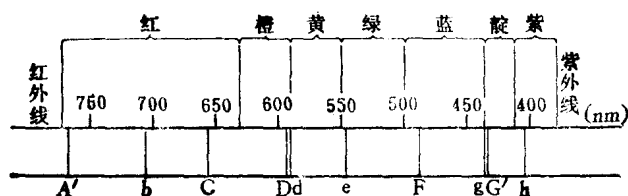


图 1-2

不同波长的电磁波，在真空中具有完全相同的传播速度， $c \approx 3 \times 10^{10} \text{ cm/s}$ 。因此不同波长的电磁波的频率不同，因为频率和光速、波长之间存在以下关系：

$$v = \frac{c}{\lambda}$$

在透明介质中，如水、玻璃等，光的波长和光速同时改变，但频率不变。

某一瞬间波动传播所到达的曲面称为“波面”。在均匀介质中，波动在各方向的传播速度相同，因此一个位于均匀介质中的点光源所发出的电磁波的波面，应该是以光源为中心的同心球面，如图 1-3 所示。



图 1-3

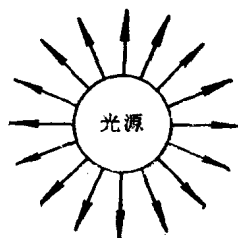


图 1-4

光既是电磁波，研究光的传播问题，应该是一个波动传播问题。但是，几何光学中研究光的传播，并不把光看作是电磁波，而把光看作是“能够传输能量的几何线”。这样的几何线叫做“光线”。光源发光就是向四周发出无数条几何线。沿着每一条几何线向外发散能量，如图 1-4 所示。

“光线”这一概念是人们直接从无数客观光学现象中抽象出来的。利用光线的概念可以说明自然界中许多光的传播现象，例如我们常见的影的形成、日蚀、月蚀、小孔成像等等。这些现象都可以用把光看作“光线”的概念来解释。目前使用的光学仪器，绝大多数是应用几何光学原理——把光看作“光线”——设计出来的。

几何光学研究光的传播，也就是研究这些光线的传播。研究的方法是，首先找出光线的传播规律——几何光学的基本定律，然后根据这些基本定律研究光的传播现象。在研究过程中，光线和几何线具有完全相同的性质，所不同的只是光线具有方向——即能量传播的方向。因此，就光线的几何性质来说，光线就是“具有方向的几何线”。这样，几何光学中研究光的传播问题，就变成了一个几何问题，这就是所以称为“几何光学”的理由。

如前所述,位于均匀介质中的点光源所发射的光波的波面,是以发光点为球心的球面,同时按照几何光学的观点,点光源发光就是由发光点 A 向四周发出无数条几何线,如图1-5所示,显然光线垂直于波面,换句话说,“光线就是波面的法线”。反之,“波面就是所有光线的垂直曲面”。这就是波面和光线之间的对应关系。相交于同一点或者由同一点发出的一束光线称为“同心光束”,对应的波面形状为球面,如图1-6(a)所示。不聚交于一点的光束称为“像散光束”,对应的波面为非球曲面,如图1-6(b)所示。平行光束对应的波面为平面,如图1-6(c)所示。

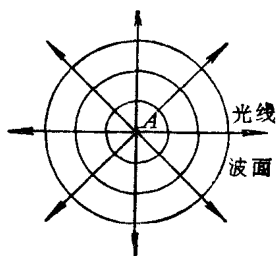


图 1-5

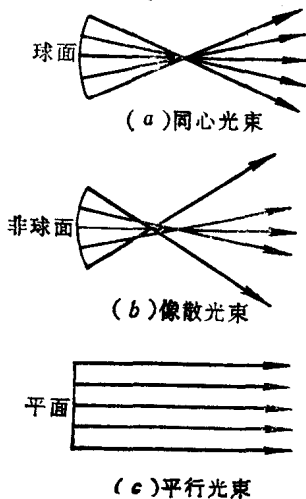


图 1-6

本书就是按照几何光学的原理来研究光的各种传播现象,并应用这些规律和现象来设计和制造光学仪器。对于某些不能利用几何光学研究的 optical 现象,我们可以根据光线的位置,按上述波面和光线的对应关系,找出相应的波面,然后再用把光看作波动的物理光学方法进行研究。

§ 1-2 光线的传播规律——几何光学的基本定律

几何光学把光看作是具有方向的几何线——“光线”,从而进行光的传播问题的研究。因此,我们必须首先找出这些光线的传播规律。自然界中光的传播现象虽说是千变万化,但是,如果用几何光学的观点仔细分析,实际上可以归纳为以下两种情况:

1. 光线在均匀透明介质中传播的规律——直线传播定律;
光线在均匀透明介质中按直线传播;
2. 光线在两种均匀介质分界面上的传播规律——反射定律和折射定律。

若一束光线投射在两种介质的分界面上,如图1-7所示,其中一部分光线在分界面上反射到原来的介质,称为“反射光线”;另一部分光线透过分界面进入第二种介质,并改变原来方向,称为“折射光线”。反射和折射光线的传播规律,就是反射和折射定律。为了便于表述这些定律,我们首先引入以下几个名词。

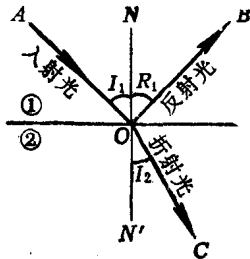


图 1-7

入射光线 AO 和介质分界面的法线 ON 间的夹角 $\angle AON = I_1$,称为“入射角”;反射

光线 OB 和法线 ON 间的夹角 $\angle BON = R_1$, 称为“反射角”; 折射光线 OC 和法线之间的夹角 $\angle CON' = I_2$, 称为“折射角”; 入射光线和法线构成的平面称为“入射面”。

反射和折射定律可分别表述如下:

反射定律:

1. 反射光线位于入射面内;
2. 反射角等于入射角;

$$I_1 = R_1 \quad (1-1)$$

折射定律:

1. 折射光线位于入射面内;
2. 入射角和折射角正弦之比, 对两种一定的介质来说, 是一个和入射角无关的常数;

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = n_{1,2} \quad (1-2)$$

$n_{1,2}$ 称为第二种介质对第一种介质的折射率。

至于光在不均匀介质中传播的规律, 我们可以把不均匀介质看作是由无限多的均匀介质组合而成的。光线在不均匀介质中的传播, 可以看作是一个连续的折射。随着介质性质不同, 光线传播曲线的形状各异。它的传播规律, 同样可以用折射定律来说明。由此可见, 直线传播定律、反射定律和折射定律, 能够说明自然界中光线的各种传播现象。它们是几何光学中仅有的物理定律。因此, 称为几何光学的基本定律。几何光学的全部内容, 就是在这三个定律的基础上用数学方法研究光的传播问题。

§ 1-3 折射率和光速的关系

假定一束平行光线投射在两介质的分界面 P 上, 如图 1-8 所示。所有的光线具有相同的入射角 I_1 , 通过平面 P 折射后, 按折射定律, 所有折射光线显然具有相同的折射角 I_2 。因此, 仍为一平行光束。和平行光束相垂直的入射波面和折射波面, 应该是两个平面。

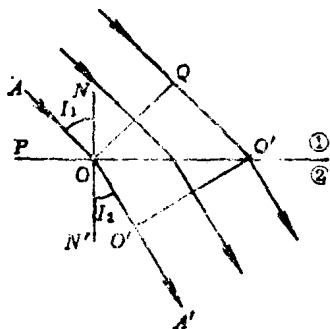


图 1-8

假定某一瞬间波面的位置为 OQ , 经过时间 t 以后, 光波传播所到达的波面位置为 $O'Q'$ 。设光在两介质内的传播速度分别为 v_1 和 v_2 , 由图可得

$$QQ' = v_1 \cdot t; \quad OO' = v_2 \cdot t$$

由于波面 OQ 垂直于光线 AO , 分界面 P 垂直于法线 ON 。因此, $\angle QOQ' = \angle AON = I_1$, 同理 $\angle O'Q'O = \angle A'ON' = I_2$, 根据 $\triangle OQQ'$ 和 $\triangle OQ'O'$ 得

$$\sin I_1 = \frac{QQ'}{OQ'}, \quad \sin I_2 = \frac{OO'}{OQ'}$$

由以上二式相除消去 OQ' 得

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = \frac{QQ'}{OO'} = n_{1,2}$$

将前面 $QQ' = v_1 \cdot t$, $OO' = v_2 \cdot t$ 的关系代入上式, 并消去 t , 得到

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1,2} \quad (1-3)$$

由此可知: 第二种介质对第一种介质的折射率 $n_{1,2}$ 等于第一种介质的光速 v_1 和第二种介质的光速 v_2 之比。这也就是折射率和光速之间的关系。对于一定的介质, 光速显然不变。因此, 两种一定的介质对应的折射率应为不变的常数。实际上也就证明了折射定律的成立。

通常我们把一种介质对另一种介质的折射率称为“相对折射率”, 而把介质对真空的折射率称为“绝对折射率”。由于光在空气中的传播速度和真空中的传播速度相差极小, 通常把空气的绝对折射率取作 1, 而把介质对空气的折射率作为“绝对折射率”。

光在真空中的速度为 c 。根据上面得到的公式 (1-3), 第一种和第二种介质的绝对折射率 n_1 和 n_2 用以下公式表示:

$$n_1 = \frac{c}{v_1}, \quad n_2 = \frac{c}{v_2}$$

二式相除得:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{v_1}{v_2}$$

根据前面相对折射率的公式 (1-3) $n_{1,2} = \frac{v_1}{v_2}$, 得:

$$n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1-4)$$

上式表明, 第二种介质对于第一种介质的相对折射率等于第二种介质的绝对折射率和第一种介质的绝对折射率之比。

将以上关系代入折射定律,

$$\frac{\sin I_1}{\sin I_2} = n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1}$$

上式可改写作:

$$n_1 \sin I_1 = n_2 \sin I_2 \quad (1-5)$$

以上公式是用绝对折射率表示的折射定律。由于公式两边的形式对第一种和第二种介质来说完全相同。因此, 我们既可以把 I_1 看作入射角, 把 I_2 看作折射角; 也可以反过来把 I_2 看作入射角, 把 I_1 看作折射角。在这样两种不同的情况下, 公式形式完全相同。因此, 上式既可以用于光线由第一种介质进入第二种介质, 也可以用于光线由第二种介质进入第一种介质。这样比起前面用相对折射率表示的折射定律就要方便得多。因此, 今后我们都是应用绝对折射率表示的折射定律。

§ 1-4 光程的定义和计算

在上一节推导折射率和光速的关系中, 曾经得出在两个波面之间的两条光线的几何路程和光速之间有以下关系, 如图 1-8 所示:

$$QQ' = v_1 \cdot t; \quad OO' = v_2 \cdot t$$

将以上二式相除, 并利用公式 (1-3) 和 (1-4), 得

$$\frac{QQ'}{OO'} = \frac{v_1}{v_2} = n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1}$$

或者

$$n_1 \cdot QQ' = n_2 \cdot OO'$$

由以上关系可以看到, 在两个波面之间的两条光线, 虽然它们各自走过的几何路程不同, 但是它们的几何路程和所在介质的折射率的乘积是相等的。我们把几何路程和折射率的乘积称为“光程”:

$$\mathcal{L} = n \cdot s \quad (1-6)$$

上式中 s 为几何路程, n 为折射率, $\mathcal{L}$ 为光程。

根据折射率和光速的关系,

$$\mathcal{L} = n \cdot s = \frac{c}{v} \cdot s$$

几何路程 s 和该介质中的光速 v 之比即为光的传播时间 t , 因此, 有

$$\mathcal{L} = t \cdot c \quad (1-7)$$

由上式可知, 光在介质中传播的“光程”等于相同时间内, 光在真空中传播的几何路程。

公式 (1-6) 为均匀介质中光程的计算公式。在折射率不等于常数的非均匀介质中, 应有:

$$d\mathcal{L} = n \cdot ds \quad (1-8)$$

上式中 n 为位置坐标的函数, 如果在非均匀介质中, 沿某一曲线, 由 A 到 B 计算光程, 如图 1-9 所示, 则应对公式 (1-8) 作定积分, 得到:

$$\mathcal{L} = \int_A^B n \cdot ds \quad (1-9)$$

上式为不均匀介质中计算光程的公式。 n 可以看作是 s 的函数, 当计算光程的路线以及折射率函数 $n(s)$ 确定以后, 就可以计算上述定积分。

前面讲过, 光线是具有方向的几何线, 为了显示计算光程的方向和光线进行方向之间的关系。我们给光程规定以下的符号规则:

如果计算光程的方向和实际光线进行的方向相同, 则光程为正, 方向相反则光程为负。

例如, 如果实际光线是由 A 传播到 B , 则由 A 到 B 计算的光程为正值, 而由 B 到 A 计算的光程, 则为负值, 二者数值相等。

§ 1-5 马吕斯定律

前面我们分别用直线传播定律、反射定律和折射定律, 描述光线在不同情况下的传播规律, 马吕斯定律则是用另一种形式来表述光线的传播规律。马吕斯定律的内容如下:

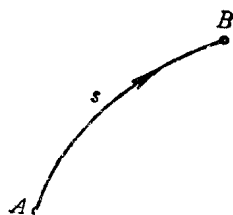


图 1-9

假定一束光线为某一曲面的法线汇。这些光线经过任意次折射、反射后，该光束的全部光线仍与另一曲面垂直，构成一个新的法线汇，而且位在这两个曲面之间的所有光线的光程相等。

上述定律首先肯定了和光束垂直的曲面永远连续存在，而且这些曲面按照等光程的规律传播。

根据光的波动性质，上述定律的成立，显然不成问题。因为光既是电磁波，波面当然是连续存在的，而光线就是波面的法线。按照波面的定义，任意两个波面之间，所有光线的传播时间相同，因此，它们的光程也就相等。

马吕斯定律用波面的传播规律代替光线的传播规律。由于光线是波面的法线，有了波面，也就能确定对应的光线位置。例如一束光线 A_1I_1 , A_2I_2 , $\dots$, A_KI_K , 垂直于某一波面 W , 如图 1-10 所示。为了找出这些光线通过介质分界面 P 后的折射光线位置，可首先利用马吕斯定律找出折射以后的波面，有了新的波面，就可确定折射光线的位置。假定折射面 P 两边介质的折射率分别为 n 和 n' 。设光束中任意一条光线 A_iI_i 由 W 到 P 的距离为 s_i ，则光程为 ns_i 。假定由折射点 I_i 到新的波面的距离为 s'_i ，则光程等于 $n's'_i$ 。两波面之间的光程为 $\mathcal{L}$ ，则以下关系成立。

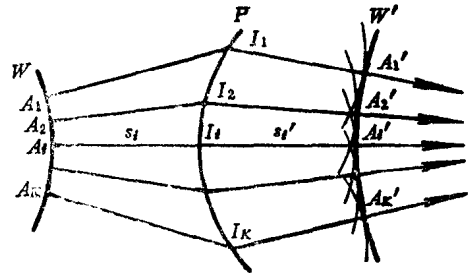


图 1-10

$$\mathcal{L} = ns_i + n's'_i$$

上式中 $\mathcal{L}$ 、 n 、 n' 、 s_i 均为已知，因此，可以求得 s'_i 。以 s'_i 为半径，以 I_i 为圆心作圆弧。对每一条光线重复以上步骤，即可作出一系列圆弧。然后作所有圆弧的包络线 W' 。它显然符合等光程条件。根据马吕斯定律，它就是我们要找的新的波面。作各折射点 I_i 和相应的圆弧和包络面的切点 A'_i 的连线 $I_iA'_i$ 。显然垂直于波面 W' 。所以，它就是我们要找的折射光线。

今后研究光的传播问题时，我们既可以根据光线的折射和反射定律来研究，也可以根据马吕斯定律研究波面的传播，二者的结论应该是完全相同的，但有时按光线进行研究比较方便，有时则按波面进行研究比较方便。这要根据具体情况而定。

§ 1-6 费尔马原理

费尔马原理是光线传播规律的另一种表述形式。该原理为：

实际光线沿着光程为极值(或稳定值)的路线传播。

为了清楚了解这一原理的意义，下面对费尔马原理作进一步的说明。假定 A 、 B 两点分别位在两种不同的介质中，它们为曲面 P 所分开，如图 1-11 所示。由 A 到

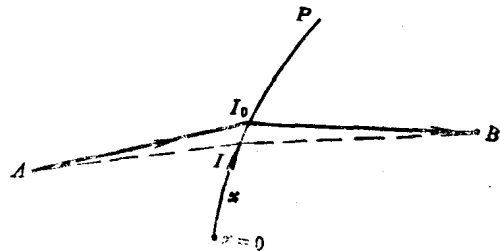


图 1-11

B 计算光程, 则不同路线对应的光程不同。我们用弧长 x 作为曲面 P 上投射点 I 的位置坐标。不同路线对应不同的 x 值, 因此, 光程 $\mathcal{L}$ 为弧长 x 的函数:

$$\mathcal{L} = f(x)$$

假定其中某一条路线 AI_0B , 对应的光程为极值, 根据费尔马原理, 实际光线就是沿着这一条路线, 由 A 传播到 B 。其他光程不是极值的路线, 就不是实际光线的经行路线。

由于实际光线的光程为极值, 因此, 和实际光线间隔为一阶微量的其他路线对应的光程, 与实际光线光程之差为二阶或高阶微量。实际光线的这一性质, 今后经常用到。

为了证明费尔马原理的正确, 下面我们由费尔马原理导出前述的几何光学的基本定律。

一 直线传播定律

在均匀介质中计算光程的公式为

$$\mathcal{L} = n \cdot s$$

折射率 n 为常数, 要求光程 $\mathcal{L}$ 为极值, 也就要求几何路程 s 为极值。两点之间直线最短, 对应的光程为极小值, 所以均匀介质中光线按直线传播。这样, 我们由费尔马原理导出了直线传播定律。

二 折射定律和反射定律

假定 A 、 B 两点分别位在折射率为 n 和 n' 的两种介质内, 此二介质的分界面为平面 P 。如图 1-12 所示。光线由 A 点发出, 经过平面 P 折射传播到 B 。下面根据费尔马原理确定实际光线的传播路线。

为了表示实际光线的位置, 需要建立一定的坐标系。为了推导简单, 我们选取以下的直角坐标系。

过 A 、 B 两点作分界面 P 的垂直面, 作为 yz 坐标面, 以它和平面 P 的交线为 y 轴。从点 A 作平面 P 的垂线 AO 为 z 轴。 xy 坐标面位在分界面 P 上。由 B 点作平面 P 的垂线 BC 。并设 $\overline{AO} = a$, $\overline{BC} = b$, $\overline{OC} = c$ 。 A 、 B 两点的坐标分别标注在图上。

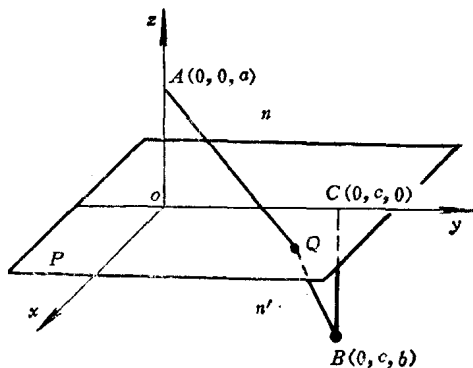


图 1-12

计算由 A 点经过平面 P 上任意一点 $Q(x, y, 0)$ 到达 B 点的光程, 得到:

$$\mathcal{L} = n \cdot \overline{AQ} + n' \cdot \overline{QB} = n \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + a^2} + n' \cdot \sqrt{x^2 + (c - y)^2 + b^2}$$

Q 点位置不同, 光程 $\mathcal{L}$ 改变, 因此, $\mathcal{L}$ 是 Q 点坐标 x 、 y 的函数。根据费尔马原理, 实际光线是沿着光程为极值的路线传播。欲使 $\mathcal{L}$ 为极值, 必须使它对 x 、 y 的一阶偏导数同时为零, 这样得到,

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0$$

根据以上两个条件即可确定实际光线的位置。

根据第一个条件，由 $\mathcal{L}$ 对 x 求偏导数得：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{nx}{\sqrt{x^2 + y^2 + a^2}} + \frac{n'x}{\sqrt{x^2 + (c-y)^2 + b^2}} = 0$$

由上式求得： $x = 0$ 。

即 Q 点必须位在 y 轴上，这就是说 $\overline{AQ}$ 和 $\overline{QB}$ 都位在 yz 坐标面内， Q 点的法线，显然也位在该平面内，由此得出折射定律的第一个内容：入射光线、折射光线和法线位在同一平面内。

根据第二个条件，由 $\mathcal{L}$ 对 y 求偏导数得：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{ny}{\sqrt{x^2 + y^2 + a^2}} - \frac{n'(c-y)}{\sqrt{x^2 + (c-y)^2 + b^2}} = 0$$

由第一个条件得到 $x = 0$ ，实际光线位在 yz 坐标面内，因此下面的讨论限制在 yz 坐标面内。单独作出 yz 坐标面，如图 1-13 所示。同时在上式中把 $x = 0$ 代入得：

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{ny}{\sqrt{y^2 + a^2}} - \frac{n'(c-y)}{\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} = 0$$

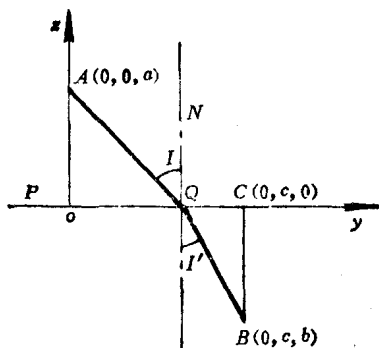


图 1-13

设 $\overline{AQ}$ 和法线 $\overline{QN}$ 之间的夹角为 I ， $\overline{QB}$ 和 $\overline{QN}$ 之间的夹角为 I' 。由图得到，

$$\sin I = \frac{y}{\sqrt{y^2 + a^2}}, \quad \sin I' = \frac{c-y}{\sqrt{(c-y)^2 + b^2}}$$

将以上关系代入 $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0$ 公式得：

$$n \sin I - n' \sin I' = 0 \quad \text{或} \quad n \sin I = n' \sin I'$$

这样根据光程为极值的第二个条件，又导出了折射定律的第二个内容。

上面是折射的情形，对于反射的情形， A 点和 B 点位于同一种介质内，相当于上面折射的公式中 $n' = n$ ，同时 B 点位在平面 P 的上方。但光程 $\mathcal{L}$ 的公式不变，同理可以

得到光程为极值的第一个条件为:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{nx}{\sqrt{x^2 + y^2 + a^2}} + \frac{nx}{\sqrt{x^2 + (c-y)^2 + b^2}} = 0$$

上式的解同样为 $x = 0$, 由此得出反射定律的第一个内容: 入射光线、反射光线和法线位在同一平面内。

根据第二个条件:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{ny}{\sqrt{y^2 + a^2}} - \frac{n(c-y)}{\sqrt{(c-y)^2 + b^2}} = 0$$

设 $\overline{AQ}$ 和 $\overline{QN}$ 之间的夹角为 I , $\overline{QB}$ 和 $\overline{QN}$ 之间的夹角为 R , 如图 1-14 所示。由图得到:

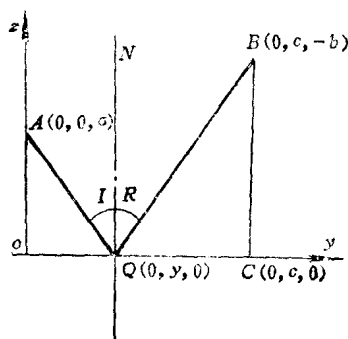


图 1-14

$$\sin I = \frac{y}{\sqrt{y^2 + a^2}}, \quad \sin R = \frac{c-y}{\sqrt{(c-y)^2 + b^2}}$$

将以上关系代入 $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0$ 的公式得到:

$$n \sin I - n \sin R = 0 \quad \text{或者} \quad I = R$$

由此得到了反射定律的第二个内容: 入射角等于反射角。

上面我们由费尔马原理分别导出了直线传播定律、折射定律和反射定律, 这就充分说明了费尔马原理能够代表光线在不同情况下的传播规律。

几何光学的基本定律、马吕斯定律和费尔马原理, 都能说明光线传播的基本规律, 都可以作为几何光学的基础, 假定三者中任意一个成立, 即可导出其余的两个。几何光学的基本定律是按不同的具体情况分别说明光线的传播规律, 而马吕斯定律和费尔马原理则是用统一的方式加以说明, 因而更具有概括性。所以前者适用于研究各种具体的光的传播现象, 而后者则适用于证明一些几何光学的普遍定理。

§ 1-7 光路可逆定理

上面介绍了光线传播的基本定律, 下面我们应用这些定律来研究两种重要的光的传播现象——光路可逆和全反射。这一节首先研究光路可逆现象。

假定某一条光线, 沿着一定的路线, 由 A 传播到 B 。如果我们在 B 点沿着出射光线,