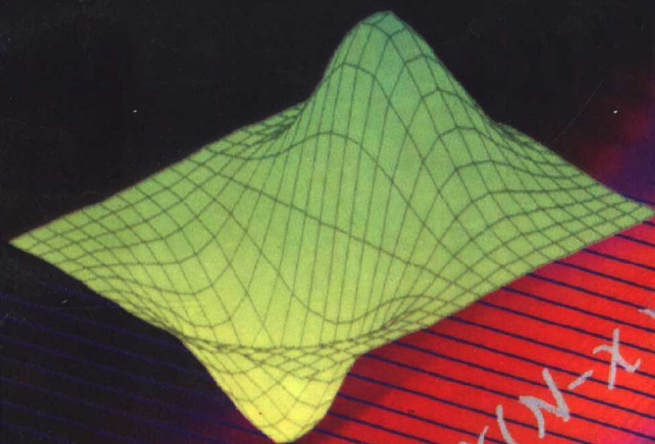


DAXUESHENGSHUXUEJIANMO
JINGSAIFUDAOJIAOCAI

大学生数学建模 竞赛辅导教材

叶其孝主编

(一)



$$\frac{dx}{dt} = r(N-x)$$
$$\frac{dx}{dt} = r(N-x)$$

京)

4

湖南教育出版社

大学生数学建模竞赛辅导教材 (一)

叶其孝 主编

责任编辑: 郑绍辉

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 湖南省新华印刷二厂印刷

850×1168 毫米 32 开 印张: 11.625 字数: 260,000

1993 年 8 月第 1 版 1998 年 4 月第 4 次印刷

ISBN 7-5355-1670-x/G · 1665

定价: 16.20 元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换

序 言

自 1989 年我国大学生参加美国大学生数学建模通讯竞赛 (MCM), 特别是我国于去年举办自己的首次大学生数学模型联赛以来, 我国大学生对这一竞赛表示了极大的热情, 许多大学的师生以至家长来信询问如何组织学生参加大学生数学建模竞赛. 对此, 我们感到有必要编写一本“大学生数学建模竞赛辅导教材”来满足广大师生的需要.

今年 1 月 30 日到 2 月 5 日在北京举办了“数学建模教学及竞赛教师培训、研讨班”, 许多专家结合竞赛题的讲评做了精彩的、高水平的报告, 本书大部分内容正是在这些报告的基础上听取了与会者的意见修改而成的. 我们希望本书不仅能作为参加大学生数学建模竞赛的辅导教材, 也能作为大学数学建模教学的有益的参考资料.

我们要感谢湖南教育出版社的领导, 特别是郑绍辉同志, 正是由于他们的支持和努力才能保证在这么短的时间内出版本书.

由于我们的水平所限, 本书中定有不妥、错误之处. 我们诚恳地希望读者予以批评指正.

叶其孝

于北京理工大学, 1993, 3

第一章 数学建模教学及大学生 数学建模竞赛

叶其孝

北京理工大学 应用数学系

提 要

本章主要论述以下六个问题:1. 我们已经进入的计算机革命时代的特点;2. 对数学科学的重要性的再认识;3. 数学建模的重要性及其迅速发展;4. 数学建模教学在研究生、大学生和中学生三个不同层次上的开展;5. 大学生数学建模竞赛的源起及发展概况;6. 怎样培训大学生数学建模竞赛的教练及参赛队员.

§ 1.1 计算机革命时代的特点

我们已经进入了计算机革命的时代(有人称为信息时代或工业革命后时代),我个人认为我们这个时代主要有以下两个特点:

一、计算机的迅速发展,特别是它在高速、智能、小型、价廉四个方面的迅速发展.当然评价计算机优劣的指标很多,但其运算速度和智能程度显然是最重要的两个指标,就运算速度而言,“仅在十年前,计算机的速度还是以百万次(每秒钟进行一百万(10^6)次浮点计算)来计量,今天,我们得以10亿次(每秒钟进行 10^9 浮点计算)来计量,不要几年的时间当更大功率的并行机出现时,我们将会用到几万亿次浮点运算作为计量单位”^[1],而且这种超级计算机的体积也是很小的.至于智能化,计算机不仅能下棋,有计算机控制的机器人、柔性生产线等等,更重要的是近十多年来发展起来的数学软件包,它不仅保持了数值计算功能,而

且进一步开发了符号演算的功能（例如它可以准确无误地进行代数运算、求微商、求积分、Taylor 展开，以至公式求解非线性方程组等等；它的图形学功能（包括动画的制作）令人惊叹不已，使抽象的数学在某种意义下变成看得见的富于直观形象更加启迪人们思想的“可视数学”了；它的高效编程语言的功能更使工程技术人员、科学家得到了一种强有力的研究工具。正是这种能使人获得“眼见为实”的效果，因而计算机在当今社会一切领域中的重要性很容易获得共识，甚至被认为是显然的、不必讨论的。总之计算机革命引起了社会的深刻变化，正如现任英国皇家学会会长著名数学家 Atiyah 所说：“工业革命通常是以世纪为单位划分阶段的，而计算机革命精神则是以十年为单位度量的”，“在 18、19 世纪，机器逐步代替了人们的体力劳动，而在 20 世纪后期，则是智力活动的机械化，现在是大脑，而不是手正在成为多余物，这就意味着我们所面临的挑战是非同寻常的，因而简单地与过去类比就会误入歧途。”^[2]但是很少有人会想到数学在计算机的发展中的极端重要性。这里，我们不想讨论这个问题。

二、数学的应用向一切领域渗透，或者说各行各业日益依赖于数学，甚至可以说当今的社会正在日益数学化。从科学技术的角度来看，不少新的分支（交叉）学科出现了，特别是与数学相结合而产生的新学科，如数学化学、数学生物学、数学地质学、数学心理学、数理语言学、数学社会科学等等，许多学科为了进一步进行学术交流发展本学科并创办了相应的杂志。至于高科技与数学的关系更是日益密切以至融为一体了，少数有远见的科学家就曾深刻地指出：“太少的人认识到当今如此受到称颂的“高技术”本质上是一种数学技术。”^[3]我国著名科学家钱学森教授也多次强调数学科学的重要性，并论述了他对“数学技术”的理解。^[4]而且像财务、会计专用软件包都是大量的应用了现有的数学知识，开发数学模型以及应用数学技巧、方法的结果。然而多数人只是见到了外在表现并没认识到所以能有这种外在表现的内在原因

(“看不见的数学”!), 因而人们对当今这个时代的日益数学化这一特点远没有取得共识. 相反我们却看到一种矛盾的现象, 一方面很容易“论证”数学的重要性, 因为从小学一年级到大学一年级(甚至高年级、研究生阶段)每学期都要学习数学而且都是主课和必修课, 而任何其他学科都没有持续这么长的学习时间的, 因而“数学最重要”不是很显然了吗? 然而认真地看一下对数学科研的资助在削弱, 选学数学作为终身职业的优秀学生数目锐减, 甚至要求大量削减数学教学学时的“呼声”经常出现.^[5]不少有远见的科学家已经注意到这一问题的严重性. 例如著名的(美国数学界的)David 报告就指出“一方面, 数学以及数学的应用在我国的科学、技术、商业和日常生活中所起的作用愈来愈大; 在另一方面, 一般公众甚至科学界对数学研究可谓是一无所知、很不理解.”^[6][1]中指出“作为一种技术的数学科学的作用未被认识到, 数学科学作为技术变化以及工业竞争的推动力的极其重要性也未被认识到.”E·E·David Jr. 中肯地指出“数学的重要性是不言自明的, 何况许多对此看法游移不定的人并没有认真地思考过(数学的重要性问题).”^[3, P. 145]他告诫数学界要作出更多的主动努力使人们更加了解数学.

我认为我们只有认清了我们这个时代的特点, 我们才能作出正确的决策. 事实上, 大家都会同意 21 世纪竞争的关键是人才的培养, 而人才培养的关键是教育, 因而必须要进行教育改革. 但是教育改革的关键是什么呢? 我个人认为至少数学教育改革是关键之一. 因而我们必须对数学科学的重要性作一定的反思.

§ 1.2 对数学科学重要性的再认识

某种意义下论证数学科学的重要性是件相当容易的事, 我们可以举出许多例子(从日常生活到尖端技术)说明数学为什么是必不可少的, 但是我们常常会发现听众不会反对你所讲的例子, 但

他们中许多人还是认为数学没多大用处甚至干脆说数学没有用。这不仅仅是由于数学的语言比较抽象不容易掌握，还有教育中的问题以及其他的原因，这正是需要我们认真调查研究、深入思考的问题，也是数学教育改革深入开展中必须解决的问题。国际数学界、科学界、工程技术界、政府领导人也正在思考数学的重要性究竟表现在哪里的问题，从而做出正确的决策。我认为以下一些看法是值得深思的。19世纪著名德国数学家H·G·Grassmann曾说过：“数学除了锻炼敏锐的理解力、发现真理以外，它还有另一个训练全面考虑科学系统的头脑的开发功能。”〔7〕〔1〕中指出：“数学的思考方式具有根本的重要性。简言之，数学为组织和构造知识提供方法，以至当用于技术时就能使科学家和工程师们生产出系统的、能复制的、并且是可以传播的知识。分析、设计、建模、模拟（仿真）及其具体实施就可能变成高效加结构良好的活动。”因此“在经济竞争中数学科学是必不可少的，数学科学是一种关键性的、普遍的、能够实行的技术”。用这样的观点来看待和分析问题，我们就会发现虽然我们教给学生的数学知识、思想、方法不能说是没有用的，但是面对即使是学过很多高等数学而仍反映学过的数学用不上的情况来说，抛开各种客观原因不谈（我们甚至可以举出几百个数学系的毕业生毕业后从事工农业生产，以至商业取得巨大的经济效益来进行辩解、辩论，但这只是一种学究式的辩论，并不一定有助于改进我们的教学，从而使我们培养出来的人才真正赋予竞争力。），我们在教学上是存在问题的，我们的数学教学越来越形式、抽象，只见定义、定理、推导、证明、计算而越来越少讲与我们周围的世界以至日常生活的密切联系，通过具体的数学教学达到开发全面考虑科学系统的头脑的功能就更差了。这是一个国际性的问题，其解决有赖于我们对计算机革命引起的深刻的变化的认识。也许我们现在的教学方法对培养少数数学家还是可以的，但对培养绝大多数的非数学专业的人才来说确实是大有改进潜力的。分清现行数学教学中的优、缺

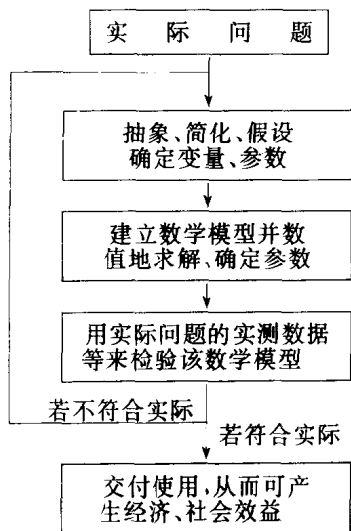
点, 坚持并发扬优点, 采取切实有效的措施克服缺点正是当今世界范围的数学教育改革的关键. 数学建模的内容进入研究生、大学、中学的教学内容正反映了这样一种努力.

§ 1.3 数学建模的重要性及其迅速发展

数学建模 (Mathematical Modelling) 并不是新东西 (尽管过去很长时间这一术语用得很少), 可以说有了数学并要用数学去实际问题就一定用数学的语言、方法去近似地刻画该实际问题, 而这种刻画的数学表述就是一个数学模型, 其过程就是数学建模的过程. 因而欧几里得几何、牛顿、莱布尼兹发明的微积分都是很好的数学模型.^[8]问题是当一个数学模型表达出来后, 就要用一定的技术手段 (例如推理证明、计算等等) 求解该数学问题并用实际情形来验证, 若需要就要修改数学模型并重复上述过程. 如果中间有一步完不成, 整个数学建模过程就很难完成. 而大量的计算又往往是建模过程中必不可少的, 过去在高性能电子计算机尚未产生之前, 正是由于缺乏这一技术手段而在一定程度上限制了数学建模这一强有力方法的应用和发展. 当然, 由于实际应用的需要, 数学建模的活动从未停止过. 而电子计算机 (特别是 80 年代超级电子计算机) 的出现使数学建模这一方法如虎添翼似地得到了飞速的发展, 掀起了一个高潮.

什么是数学建模呢? 如果一定要下一个定义的话, 可以说它是一种数学的思考方法, 是“对现实的现象通过心智活动构造出能抓住其重要且有用的特征的表示, 常常是形象化的或符号的表示.”^[9]从科学、工程、经济、管理等角度看数学建模就是用数学的语言和方法, 通过抽象、简化建立能近似刻画并“解决”实际问题的一种强有力的数学工具. 顾名思义, modelling 一词在英文中有“塑造艺术”的意思, 从而可以理解从不同的侧面、角度去考察问题就会有不尽相同的数学模型, 从而数学建模的创造又带

有一定的艺术的特点，而数学建模最重要的特点是要接受实践的检验、多次修改模型使之渐趋完善的过程，这可以用如下的框图和例子来表示。



现在我们将以流行病学中的一个例子（像流感、艾滋病等传染病的传播规律）为例作一简单说明。设发生传染病地区的总人口 N 不变，用 $x(t)$ 表示患病人数所占的百分比（因而总人口所占百分比为 1）。

(1) 俗话说“一传十，十传百”就是一种简化，设感染率为 h ，则数学模型为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = hx \\ x(0) = x_0 < 1 \end{cases}$$

这时易见 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = +\infty$ ，显见是不符合实际的。

(2) 实际情况应是未得病者会感染得病，设感染率为 h ，而得病者中由于治疗，一部分人会康复，设恢复率为 r ，则得数学模型为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = h(1-x) - rx = h - (h+r)x \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

有 $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \frac{h}{r+h} < 1$, 至少定性地看来要合理得多. 但用这样的模型于实际情形就会发现仍有许多不符合实际的地方.

(3) 像艾滋病这样危害极大的性传染病与人们的行为、性道德很有关系, 因而开展不开展这方面的宣传是很重要的 (我们的经验也是如此). 那么怎么把这些因素在数学建模时考虑进去呢? 短时的宣传和长期坚持不懈的宣传运动效果有否差别呢? 这涉及 δ -函数和 Heaviside 函数的应用, 请参看第六章.

(4) 实际上应把人们分成已感染者 $i(t)$, 未感染者 $s(t)$, 已恢复者 (包括已死亡者) $r(t)$, 而 $i+s+r=N$, 于是可建立所谓的 SIR 模型:

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = ksi - li \\ \frac{ds}{dt} = -ksi \\ \frac{dr}{dt} = li \end{cases}$$

及相应的初始条件. 这时人们会发现不容易求到显式解了, 而数学分析在一定阶段是重要的. [10]

(5) 对于艾滋病而言, 它可以有长达 10 多年的潜伏期, 因而这是数学建模中必须考虑的因素, 这是我们将得到一个复杂的非线性双典型方程组, 仅就该数学问题而言它就是一个具有很强挑战性的问题. [11]

由此可见数学建模的这种迭代的性质正反映了人们运用这种方法逐步逼近、真正认识、掌握实际问题的过程, 从而达到预测、预报或指导实验以至指导生产的目的. 这里我们要指出参数的确定常常是关键的一步, 由于篇幅关系这里就不详述了.

正是由于上述种种特点, [6] 中指出 “今天, 在技术 (科

学)中最有用的数学研究领域是数值分析和数学建模。”在某种意义上数学建模已经发展成一个相对独立的数学分支,而且不断向应用数学和纯粹数学提供大量的挑战性问题,从而推进了数学科学的发展.特别要提到的是近年来正在迅速发展的工业数学(industrial mathematics)中(工业数学首先是数学,但也不是一类新的数学,简言之,它关心的问题是怎样在非数学的领域中应用现有的或发展新的数学方法来解决实际问题以求得更高的经济、社会效益.对此有兴趣的读者可参看〔12〕,〔13〕)数学建模是关键的一步,正是由于数学建模的重要性,为了推动数学建模的研究、学术交流,从80年代起就有众多的学术活动、国际会议以及国际性和地区性的数学建模杂志,有兴趣的读者可参阅〔12〕及本书第十章.

§ 1.4 数学建模的教学

众所周知人才的培养是关键,同时数学建模的研究又有长足的进步,又有得心应手、强有力的计算机作为工具(计算机在发达国家已经相当普及了),因而必然会有人考虑到数学教育中的一个不可缺少的内容应该是数学建模(或问题求解(problem solving)等数学的应用的内容).事实也是如此,大约在70年代末80年代初,英国著名的剑桥大学专门为研究生开设了数学建模课程并创设了牛津大学与工业界研究合作的活动,称为OSGI(Oxford Study Group with Industry).差不多同时,在欧洲、美国等工业发达国家开始把数学建模的内容正式列入研究生、大学生以至中学生的教学计划中去,并于1983年开始举行两年一次的“数学建模和应用的数学国际会议”(International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications缩写为ICTMA)进行定期的交流(参见本书第十章).数学建模的教学(含学生的科研)活动是在研究生、大学生、中学生三个层次

上进行的, 发展非常迅速. 这里, 我们将对此作一个简单的介绍, 重点放在大学生的数学建模教学上.

关于研究生的数学建模教学研究活动, 从目前看主要是应用数学专业的研究生, 某种意义上是为工业界培养工业数学家和未来的大学教师的. 除了前面提到过的 OSGI 活动外还有欧洲工业数学联合会 (European Consortium for Mathematics in Industry 缩写为 ECMI) 的工业数学家联合培养计划和暑期研究生工业数学 (主要是数学建模) 活动.^[14] 这里我们重点介绍一下美国明尼苏达大学数学及其应用研究所 (IMA) 1992 年 8 月 3 日到 28 日 (共 4 周) 进行的 “IMA 暑期研究生数学建模课题”^[15] 的做法, 希望我们能从中得到一些启迪. 著名数学家、美国工业与应用数学学会 SIAM 现任主席、IMA 所长 Avenor Friedman 教授和该所副所长 Willard Miller, Jr. 教授指出 “学习数学建模的唯一方法就是实际去做数学建模” 他们指出该项课题 (得到美国 Sloan 基金会的资助) 的目的有两条 “1. 向研究生们展示来自工业和工程科学的数学建模问题并激起他们对解决实际问题的浓厚兴趣; 2. 创造一个有利于加强学生们将来的研究工作的相互了解和发展接触的环境” 共有从一大批申请者中挑选出来的 30 名研究生 (主要来自美国, 少量来自加拿大和欧洲, 其中大约有 7~8 人是中国学生) 和 10 名指导教师, 他们组成一个班. 每周星期一上午由指导教师向全班提出三个问题, 并给一个简单的背景材料. 学生们分成三个组, 每组只做一个问题, 每组有一个指导教师. 学生们在建立数学模型的时候基本上是独立进行的, 仅当有需要时指导教师才给予一定的指导. 然后学生们就对该模型进行详细的数学分析并得到数值结果, 每周星期五下午各组向全班报告其进展并提出将来可能有的新方向. 四週全班共研究 12 个实际问题, 它们是:

1. 腿静脉中的血液流动;
2. 发电厂的水污染;
3. 运动的薄片材料的处理;

4. 气体爆或爆炸的危险性的评估;
5. 地下蓄水层中的放射性污染物;
6. 合金的高温腐蚀;
7. 火焰的传播;
8. 过滤流体的动力学;
9. 形状不规则的冲模的动力学的分析;
10. 汽车减震器的建模;
11. 受到液力加压的储油层中(石油)流动的改进;
12. 热运动物体(thermophile 一种仪器)的运动.

由这些题目我们就可以看出这都是一些非常实际的问题, [15]刊登了这 12 个问题的提出者的简要介绍, 以及全部学生的详细研究报告. 类似的活动在美国不少大学和国家研究所举办, 参加的学生除食宿免费外还可以得 2000 到 4000 美元不等的津贴. 笔者认为这是一个非常值得注意的培养研究生(包括博士生), 特别是应用数学专业的研究生的一种重要方法, 其意义不仅仅在于亲身参与了真正的数学建模活动, 更有利于学生形成如下的良性循环: 愈多参与数学建模愈感到自己数学知识的不足, 数学思考方法上的不足, 更激起学习数学的积极性, 数学本领高了, 参与数学建模也就更得心应手, 兴趣也更大了, 如此循环不息, 高层次人才一定可以通过这样的方式培养出来.

现在来谈谈大学生的数学建模及教学活动. 近 20 年来国内外出版的大学生用的数学建模教材至少有一百多种了. 相当一部分的教学方式还是“教师讲课、学生听课(记笔记)、做习题、考试”甚至根本不用计算机, 所谓的真正的实际问题也是有一定问题的(仅仅是相当简化的某个层次上), 主要是并未在教学中体现上节中所说的建模过程的迭代的特点. 当然, 所以会这样也是有原因的, 主要有三: ①要照顾学生的现有数学基础及其他领域的知识; ②传统的教学方式是师生都能在一条条件下接受的妥协方案; ③最重要的是缺乏合格的师资以及对于从事这门课教学的教

师的适当的倾斜政策。因而即使被迫要开设这门课，那么拿一本现成的教材讲（因为大部分内容涉及的数学不一定很深）是最保险的。但是即使存在这样的问题，有一点是毫无疑问的，即数学建模课的开设是为了把学生学习过的和一部分将在本课程中学习的数学方法和知识和我们周围的现实世界联系起来，甚至和少数真正的实际应用问题联系起来，不仅使学生知道数学有用、怎样用，更知道在真正的应用中还要继续学习。当然能否做到就是另一回事了。学习、教学的方法也不尽相同，也有的是真刀真枪的做实际问题，大量利用技术手段（计算机），不是个人而是小组集体工作等等。笔者认为这些都应视师生、学校的实际情况而定。目前应对开设数学建模课的指导思想、目的、目标和要求培养学生什么样的能力有一个比较统一的看法，看来以下四个方面的能力（某种意义上也是这门课程的指导思想、目标和要求）是要培养的。

1. 培养“翻译”的能力，即把经过一定抽象、简化的实际问题用数学的语言表达出来形成数学模型（即数学建模的过程），对应用数学的方法进行推演或计算得到的结果，能用“常人”能懂的语言“翻译”（表达）出来。从最近一届的美国大学生数学建模竞赛的问题中就有这样的要求。例如 MCM93 问题 A（见附录）中就明确提出，“除了按竞赛规则说明中规定的格式写的技术报告外，请为餐厅经理提供一页长的用非技术术语表示的实施建议。”

2. 应用已学到的数学方法和思想进行综合应用和分析，并能学习一点新的数学知识（若需要的话），并能理解合理的抽象和简化，特别是进行数学分析的重要性。因为数学建模中数学终究是我们主要的（拿手）的武器，要在数学建模过程中灵活应用、发展使用这个武器的能力。打个比喻，可以这样说，过去学过的数学知识（它是在特定环境和条件下学来的）就好比是手中已有的武器（例如说某种机器吧），但并不意味着你就自动地会使用它，更谈不上能灵活、创造性地使用它。要达到后者的水平必须多练、多琢磨。

3. 发展联想能力. 因为对于不少完全不同的实际问题, 在一定的简化层次下, 它们的数学模型是相同的或相似的, 这正是数学的应用广泛性的表现. 这就要培养学生有广泛的兴趣, 多思考, 勤奋踏实工作, 通过熟能生巧而逐步达到触类旁通的境界.

4. 逐渐发展形成一种洞察能力 (或叫洞察力). 通俗地讲就是一眼就能抓住 (或部分抓住) 要点的能力. 为什么要发展这种能力? 因为真正的实际问题的数学建模过程的参与者 (特别是在一开始) 往往不是很懂数学的人, 他们提出的问题 (及其表达方式) 更不是数学化的, 往往是在和你交谈过程中由你 “提问”、“换一种方式表达” 或 “启示” 等等方式 (这里往往表现出你的洞察力) 使问题逐渐明确的. 搞实际工作的人一般很愿意与洞察力较强的数学工作者打交道.

5. 熟练使用技术手段 (在目前主要是计算机及相应的各种数学软件包) 这将帮助你节省时间, 在一定阶段能得到直观形象的结果, 有利于与用户深入讨论.

如果我们都同意这样的要求的话, 教材的问题就相对好解决了. 因为目前看比较成功的教学方法还是案例教学法, 而现有的案例 (包括真刀真枪的实例) 有很多、很多, 上面的要求就是给出了标准, 按师生等条件去挑选最合适的材料作为教材. 当然这决非易事.

就我国大学 (重点是在非数学专业) 中开设数学建模课 (或讲座), 应该说已经具备了一定的条件, 特别是能与专业系的教师相结合的话条件会更好. 当然, 我们还有很多问题, 主要是高质量的师资缺乏 (因而应办更多的师资训练班), 资料缺乏, 特别是与实际工作者和专业教师的合作比较少. 但是只要领导支持, 这些问题都能逐步解决, 我们一定能为国家培养出更多更有竞争力的学生.

看来, 只开设数学建模课还是不够的, 特别是对培养应用数学专业的学生来说, 还应有后继的一些数学建模实践活动 (象北

京理工大学应用数学系开设的“数学实验室”课程等活动)。

这方面美国加州克莱芒地区高校设置的克莱芒数学诊所 (Claremont Mathematics Clinic) 的做法和经验是值得研究的, 特别是他们在开拓大学和工业之间相互作用的经验是值得借鉴的。S. Busenberg 和他的同事于 1973 年首先在 Harvey Mudd 学院数学系开创了一个新的教学计划 (称为 The Mathematics Clinic Program in Claremont), 他作为指导教师, 从 Bell & Howell 公司得到一个课题的资助 (“投影屏幕背面的闪烁”) 组织了三个四年级的学生, 公司派了一位实验物理学家 D. Rose 作联系人, 课题完成得比较成功, 第二年在该学院推广, 现已成为整个克莱芒地区所有大学的应用数学教学计划的一部分, 每年大约有 6~7 个课题, 每个课题大约有 3~5 个大学生, 一位指导教师, 一位工业联系人。公司 (或政府管理部门、实验室) 付给每个课题的费用 1973 年是 8300 美元, 1991 年是 31500 美元。对学生来说这决不是一个传统的课程, 他们得到的培养是前所未有的 (详细介绍可参看 [25], 及 [13], pp. 111—153, S. Busenberg, Case Studies in Industrial Mathematics 一文)。我们一定都会感到很熟悉, 我们过去很多数学系不也做过“类似”的事情吗? 我认为我们确实应该总结我们自己的经验。但看起来有几点是值得注意的, 即是否是一个真正的工业课题, 是否真有工业部门的人参加一起工作, 学生究竟学得了什么, 得到哪些锻炼, 教师要具备怎样的素质, 仅仅是作为一个完成任务的“工作人员”还是主要是一个教师, 他应教给学生什么呢? 怎么教? 当然, 我们过去已深深体会到找到一个真正的课题是非常不容易的。不过这确实是一个需要认真考虑的培养大学生 (特别是应用数学专业学生) 的有效方法。在明尼苏达大学还请高水平的数学家给大学生开设“大学生工业数学的课程” (见 [28])。

最后, 我们来谈谈中学教育中有关数学建模内容的教学问题。显然教学改革是一个整体, 不能只改大学生、研究生的数学教育,

必然要涉及中学数学教育的改革(中学生的数量大大超过大学生、研究生的总数,因而意义更为深远!).事实上近10多年来国际数学教育大会(International Congress on Mathematical Education, 缩写为ICME,每四年召开一次,是国际数学界三大盛会之一),数学建模及应用数学国际会议(ICTMA)都已把这方面的内容作为会议主要的内容(例如:[17],[18]).改革的主要目的是要把中学生学的数学与我们周围的现实世界(包括生产、科研)适当联系起来,使学生既能了解数学的用处,达到学以致用目的,同时也是为了进一步激起广大中学生学习数学的激情,更生动活泼地掌握数学的思想和方法(包括数学的理论思维).大量的出版物已经出版,例如[19]~[22].我国国家教委也很重视这方面的改革,国家教委基础课程教材研究中心曾多次召开“数学课程内容改革座谈会”邀请许多数学家参加,认真听取他们的意见并采取了切实的措施.特别可喜的是我国企业界也开始资助这方面的活动.例如上海金桥出口加工区联合发展有限公司就出资和上海市工业与应用数学学会、上海市少科协联合举办了“金桥杯中学生数学知识应用竞赛”(初赛试题见1991,10,15《上海青少年科技报》第五版,决赛于1992年3月15日举行,试题可参看《中国工业与应用数学学会通讯》,1992年第1期pp. 10~11;这项赛事主要由高二学生参加).北京方正集团公司也将资助北京数学会举办北京市“方正杯中学生数学知识应用竞赛”.应该说这些企业是有深远的眼光的,他们的介入和资助必将鼓励更多的中学和大学老师积极投身于中学数学教育改革,为国家培养更多的人才.限于篇幅,本文不再深入讨论中学数学建模教学的问题了.

§ 1.5 大学生数学建模竞赛

为了选拔人才(实际上是更好地培养人才),组织竞赛是一种行之有效的方法,本节的部分材料取材于[16].