

高等学校教学用书



振 动 理 论

ZHENDONG LILUN

上 册

И. М. 巴巴科夫著

薛 中 擎 译

人民教育出版社

高等學校教學參考書



振 動 理 論

ZHENDONG LILUN

上 冊

И. М. 巴巴科夫著
薛 中 擎 譯

人 民 教 育 出 版 社

高等数学教材丛书



振 动 理 论

ZHENDONG LILUN

下 册

И. М. 巴巴科夫著
蔡 承 文 等 译

人 民 教 育 出 版 社



本书系根据苏联技术理論书籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的巴巴科夫 (И. М. Бабаков) 著“振動理論” (Теория колебаний) 1958 年版譯出。原书經苏联高等教育部审定为高等工业学校用教学参考书。

本书中譯本分上下两册出版。上册內容包括有限多自由度綫性体系的振動理論。下册內容包括无限多自由度綫性体系的振動理論, 运动稳定性理論和非綫性振動理論等两篇。

上册由薛中擎同志譯出, 由浙江大学数力系力学教研組蔡承文同志負責校訂。

振 动 理 論

上 册

И. М. 巴巴科夫著

薛 中 擎 譯

北京市书刊出版业营业許可證出字第2号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

人民教育印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店經售

統一书号 K13010·1053 开本 850×1168 1/32 印張 $8\frac{8}{16}$

字数 203,000 印数 0,001—5,000 定价 (6) 洋 0.85

1962年1月第1版 1962年2月北京第1次印刷

本书系按苏联技术理论书籍出版社(Гостехиздат)出版的
И. М. 巴巴科夫(И. М. Бабаков)著“振动理论”(Теория коле-
баний)一书 1958 年版译出的。原书经苏联高等教育部审定为
高等工业学校用教学参考书。

中译本分为上下两册。下册内容包括原书的中篇“无限多
自由度的线性系统”及下篇“运动稳定性和非线性振动”。

本册由浙江大学力学教研组蔡承文等翻译,分工如下:第九
章——王行新,第十章——吴爱莲,第十一章——黄纯明,第十
二章——洪嘉智,第十三章——庄表中,第十四、十七章——蔡
承文,第十五章——胡琦,第十六章——贺学博;并由蔡承文负
责校订。

在本册付印前,曾请北京大学丁中一和黄琳同志将著者及
译者所编的原书勘误表对照原书内容进行校核,最后再由译者
在译稿上作了相应的订正。

振 动 理 论

下 册

И. М. 巴巴科夫著

蔡承文 等 译

北京市书刊出版业营业许可出字第2号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

民族印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

统一书号 13010·1088 开本 850×1168 $\frac{1}{32}$ 印张 13 $\frac{1}{4}$

字数 340,000 印数 0001—4,000 定价(6)¥ 1.30

1958年3月第1版 1963年3月北京第1次印刷

序 言

本书是根据作者多年来在哈尔科夫机器制造学院，即后来以列宁命名的哈尔科夫工学院，对工程物理系“机器动力学与强度”专业的学生讲授振动和运动稳定性理论这门专门课程所用的讲义增补重写而成的。本书原拟作为上述专业的学生学习振动理论的教学参考书，因此基本上已决定教材的初步选择和叙述的一般特点。在把讲义增补重写的过程中，又把它的內容大大加以扩充，所以定稿中教材的某些部分已超出了教学大纲规定的范围。但是在这样增补中，甚至只对其中少数理论问题，仍然不可能做到详尽的叙述。振动理论在目前是一门如此广泛而又多样化的科学和技术，在叙述它的基本原理时，已经不得不在这些原理中加以一定的选择，并且只限于研究其中的若干原理，而把许多同样重要和有兴趣的东西都省略掉。

求转动式机器的直轴和活塞发动机的换用曲轴的临界转速，以及对这些机器上其他一些零件（例如涡轮机的涡轮叶和盘形涡轮）作振动计算，就是书中所述理论的实际应用。这些实际应用确定了振动理论的总的技术倾向。当然，这不过是实用振动理论问题中极其有限的一部分。然而，在初次介绍一般振动理论原理时，这样一些应用却是特别有益的。作为整个振动科学发展第一阶段的机械振动理论，正是在这些应用的基础上建立和发展起来的。掌握了机械振动理论，在进一步研究振动科学的其他领域及其各种应用时，就非常方便了。

本书由三部分組成。上篇叙述简化的（“换用的”）有限多自由度体系的振动理论。中篇说明分布参数体系（无限多自由度体系）

的振动理論原理。下篇包括了运动稳定性学說和非綫性振动理論的基本知識。

本书把有限多自由度体系的振动理論放在最先,并且把这一部分內容略加扩充,这是因为簡化(換用)体系的計算在实用振动計算中很有用。虽然計算換用体系获得的結果不精确,但有限多自由度綫性体系的振动理論在目前仍旧是一般振动理論的基本部分。这是因为:第一,未簡化的机械体系几乎总是极其复杂的,要把它直接当作无限多自由度的非綫性体系,而进行振动理論研究,实际上是做不到的。“換用”和“綫性化”的方法至今还是解决大部分技术問題,特别是解决非綫性体系振动問題的最简单而有效的方法。第二,有限多自由度体系的振动規律是振动一般規律的特殊形式。这些特殊規律的发现和立出公式,在历史上比分布参数体系振动理論的一般表达式的发现和确定要早。因此,本书一般所采取的叙述順序,把“換用的”不連續体系的振动部分放在最先,这在一定程度上是与振动科学的历史发展相符合的。

本书中篇里分布参数体系的振动,主要是根据瑞利和 A. H. 克雷洛夫古典方法的精神来研究的。为了使綫性机械体系的振动計算方法一致起見,书中尽量系統地利用了 A. H. 克雷洛夫法,即按固有振动形式的展开方法和以彈性綫通用公式的应用为基础的方法。虽然对个别問題來說,利用了問題中所考察体系的某些特性(例如質量、載荷的对称分布等)后,有时可以有比較简单的特殊解法,但是上述这些早就很有名的方法^①至今仍旧不失为机器和机构零件振动强度計算的最简单而有效的一般方法。

运算微积分并不是本书所系統应用的方法,仅在列出某些方程的通解(例如彈性綫的通用公式)时,作为一种很便利的輔助工

^① Крылов А. Н., Вибрация судов (船舶振动), АН СССР, 1936; 也可參看 Собрание трудов (全集), т. V, изд. АН СССР, 1937.

具应用一下。

第九章打算主要地根据 Ф. Р. 甘特馬赫爾和 М. Г. 克烈恩的著作^①，利用积分方程来給出直杆的一般振動理論。凡是只对理論的应用才感兴趣的讀者，可以把这一章略去，这对学习以后的課程不会有什么影响。

在下篇里对研究运动稳定性的 А. М. 李亞普諾夫“第二方法”作了初步闡述，并且介紹了有关非綫性振動的一些知識（見第十六章和第十七章）。

假定讀者已經熟悉了高等学校机器制造专业教学大綱里所規定高等数学和理論力学的基本內容，超出这些大綱規定范围的一些数学和力学部分，将按本书敘述的順序作簡短介紹。属于这样的部分，例如有本书第一章就講到的奧斯特洛格拉特斯基-哈密爾頓最小作用量原理；运算微积分和矩陣运算原理；积分方程等。书中所敘述的一些方法，其理論根据和“收斂性”的証明已尽可能簡化，而当这种类似的簡化对問題的实质，或者对問題求解的繁难程度可能給出不正确概念时，这些証明就被干脆略去，而另注来源或者代之以相当詳細的說明，由这些注解所推出的解題方法。

作者要深深感謝 Н. И. 別茹霍夫，А. С. 沃里米尔和 А. И. 路尔叶三位教授，他們审閱了原稿，提出了許多批評意見。作者在最后修訂手稿时参考了他們的許多宝貴建議。在准备手稿时，А. П. 季仙柯幫了很大的忙，作者謹在此向她表示衷心的感謝。

И. 巴巴科夫

^① Гантмахер Ф. Р. и Крейн М. Г., Осцилляционные матрицы, ядра и малые колебания механических систем (振蕩矩陣、核和机械体系的微振動). Гостехиздат, 1950.

上册目录

序言	VI
----------	----

上篇 有限多自由度的线性体系

第一章 单自由度体系	1
1. 单自由度体系	1
2. 单自由度体系的振动方程	3
3. 保守体系的奥斯特洛格拉茨基-哈密顿最小作用量原理	7
4. 体系在稳定平衡位置附近的微小自由振动	10
5. 在稳定平衡位置附近产生的线性微振动的动能和势能	12
6. 线性振子的自由振动方程	13
7. 单自由度线性体系的受迫振动	23
8. 把扰动力展成傅里叶级数的方法	33
第二章 多自由度体系的微振动方程	37
1. 有限多自由度体系	37
2. 体系在稳定平衡位置附近的微振动	40
3. 保守体系作微小自由振动时的动能和势能	41
4. 体系在稳定平衡位置附近的微振动方程	47
5. 具有五个圆盘的换用轴的扭转振动方程	52
6. 具有四个集中质量, 两端铰链支承着的梁的横振动方程	57
第三章 微振动方程的积分	59
1. 正规坐标和主振动	59
2. 频率方程或久期方程	63
3. A. H. 克雷洛夫法	65
4. A. M. 达尼列夫斯基法	67
5. B. II. 切尔斯基赫形式扭转振动久期方程	68
6. 久期方程的根的正值定理与分离定理	70
7. 固有振动形式及其性质	81
8. 微振动微分方程的一般积分和展开定理	87
9. 按固有形式展开微振动方程的系数	89
10. 具有阻力的自由振动	95

11. 在体系上加上约束时, 体系频率的变化定理	100
12. 瑞利函数	103
13. 固有频率的极值性定理	105
14. 体系的质量和刚度改变对频率的影响定理	108
第四章 运算微积分的一些知识	112
1. 函数“变象”的定义	112
2. 某些函数的变象及其运算	113
3. 按已知变象作出象原函数的最简单规则	123
4. 运算符 p 的整正幂次象原函数	128
第五章 有限多自由度体系的受迫振动	139
1. 受迫振动方程	139
2. 谐影响系数	143
3. 具有非弹性内阻力的体系的受迫振动	150
第六章 确定基本频率的近似法	158
1. 振动形式逐步求近法	158
2. 基本频率的界限定理	162
3. 其他的不等式	165
4. 将微振动方程系数的矩阵变换为正元素矩阵	172
5. 振动形式逐步求近法的图解方式(斯托陀拉法)	178
6. 瑞利法	184
7. 瑞利法的图解形式	187
第七章 确定高级频率的近似法	190
1. 概要说明	190
2. 振动形式的逐步求近法(迭代法)	190
3. 第一形式消去法	198
4. 谐影响系数法	201
5. 李茨法	206
第八章 机器中的共振现象	213
1. 直轴的临界转速	213
2. 迴轉仪力矩	216
3. 具有多个圆盘的轴的临界转速方程	219
4. A. H. 克雷洛夫法	225
5. 用于变截面轴的 A. H. 克雷洛夫法	231
6. 矩阵形式的初参数法	235
7. 曲轴的扭转振动	245
8. 不变质量的换算	246

9. 曲柄连杆机构质量的换算.....	248
10. 轴段柔度的计算.....	249
11. 换算示意图.....	252
12. 克雷洛夫-托列法	253
13. 转矩的阶分量.....	259

下册目录

中篇 无限多自由度的綫性系統

第九章 彈性杆微振动的普遍性質·····	265
1. 綫性疊加原理和直杆微振动的积分方程·····	265
2. 直杆的自由振动·····	269
3. 直杆固有振动型式的性質·····	272
4. 直杆自由振动积分方程通解的形式·····	279
5. 直杆的受迫振动·····	282
第十章 直杆的縱向振动和扭轉振动·····	289
1. 杆的縱向振动微分方程·····	289
2. 杆的具有綫性阻力的自由振动·····	298
3. 帶右边的振动型式方程·····	300
第十一章 直杆的橫向振动·····	313
1. 基本假定和直杆橫向振动方程的推导·····	313
2. 边界条件和初始条件·····	316
3. 杆的固有振动型式和确定固有振动型式的函数·····	317
4. 其他一些基本問題·····	321
5. 帶右边的振动型式方程·····	333
6. 均匀杆的橫向受迫振动·····	337
7. 諧影响系数·····	341
8. 裝有轉盘的直軸的临界轉速·····	349
9. 矩阵形式的初参数法·····	352
10. 具有非彈性內阻力的直杆的橫向振动·····	354
第十二章 变截面直杆振动的近似計算法·····	364
1. 总的說明·····	364
2. 变分法·····	364
3. 里茨法·····	370
4. 雷萊法·····	378
5. Б. Г. 加廖尔金法·····	396
6. 关于用变分法計算基本頻率誤差的估計·····	404
7. 受迫振动·····	408

8. 振动型式的逐次近似法(叠代法).....	410
9. 基础函数的改善.....	418
第十三章 板的横向振动	420
1. 基本假定和公式.....	420
2. 板的势能和动能.....	422
3. 板的横向振动的变分方程.....	424
4. 板的横向振动型式的微分方程和边界条件.....	429
5. 板的固有振动型式的若干性质.....	431
6. 计算板的横向振动固有型式和固有频率的近似方法(里茨法和加隆尔金法).....	436
7. 圆板的横向振动方程.....	446
8. 均匀圆板的振动型式.....	449
9. 汽轮机转盘的轴向振动.....	458
10. 肯贝耳对转盘轴向振动的实验研究.....	466
11. 转盘的临界转速.....	469

下篇 运动稳定性和非线性振动

第十四章 运动稳定性普遍理论的引论	471
1. 初步说明.....	471
2. 系统平衡状态稳定性的定义.....	475
3. 关于应用 A. M. 利亚普诺夫第二方法来研究自治系统平衡状态稳定性的若干说明.....	477
4. 关于具有无穷小上限的函数.....	482
5. 两个变量的第一类利亚普诺夫函数性质的几何解释.....	483
6. 系统平衡状态稳定性的定理.....	485
7. 保守系统平衡稳定性的拉格朗日-笛里克雷定理.....	487
8. 运动稳定性的定义.....	491
9. 相对坐标中的被扰动运动方程.....	494
10. 第二类利亚普诺夫函数.....	496
11. 非恒定运动稳定性的利亚普诺夫定理.....	501
12. 渐近稳定性的利亚普诺夫定理.....	503
13. 关于具有循环坐标的系统的驻定运动的稳定性(劳思定理).....	509
14. 运动不稳定性的利亚普诺夫定理.....	516
第十五章 按第一次近似的稳定性	519
1. 初步说明.....	519
2. 第一次近似方程的正则形式.....	520
3. 特征方程有重根的情况.....	522

4. 单自由度系统·····	526
5. 按第一次近似判断稳定性的利亚普诺夫定理·····	534
6. 按第一次近似判断不稳定性的利亚普诺夫定理·····	540
7. 特征方程诸根有负实部的准则·····	545
8. 科希指标和有理分式的指标计算·····	545
9. 劳思准则·····	550
10. 胡尔维茨准则·····	556
11. 扰动性的耗散力和迴轉仪力对綫性化系统平衡稳定性的影响·····	559
第十六章 最简单的非綫性系统·····	568
1. 非綫性系统·····	568
2. 等傾綫法·····	573
3. 单自由度非綫性保守系统·····	574
4. 非綫性保守系统的周期运动·····	582
5. 耗散系统·····	592
6. 相軌迹的利昂納特作图法·····	595
7. 自振系统·····	604
第十七章 非綫性力学的若干普遍方法·····	617
1. 初步說明·····	617
2. 普安卡雷定理(受迫振动情况)·····	618
3. 普安卡雷定理(准綫性自治系统的自由振动情况)·····	630
4. A. H. 克雷洛夫法·····	638
5. 范·德·波耳法·····	643
6. 极限环的稳定性·····	652
7. H. M. 克雷洛夫-H. H. 博果柳博夫法·····	654
8. A. M. 利亚普诺夫系统·····	657
9. 非綫性系统的受迫振动(均化法)·····	662
10. 非綫性系统的受迫振动(Б. Г. 加廖尔金法)·····	666
11. 周期系数綫性方程和非綫性系统的周期解的稳定性問題·····	674
12. 周期解的稳定性·····	678
附 录·····	687
表 1. 函数 $\cos \alpha$, $\sin \alpha$, $\operatorname{ch} \alpha$, $\operatorname{sh} \alpha$ 和 A. H. 克雷洛夫函数	
$S(\alpha) = \frac{1}{2}(\cos \alpha + \operatorname{ch} \alpha)$, $T(\alpha) = \frac{1}{2}(\sin \alpha + \operatorname{sh} \alpha)$,	
$U(\alpha) = \frac{1}{2}(\operatorname{ch} \alpha - \cos \alpha)$, $V(\alpha) = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} \alpha - \sin \alpha)$.	
(索量 α 的值自 0 至 5 弧度)·····	687

表 2. 梁函数

$$X_i = \sin \frac{\lambda_i x}{l} + A_i \cos \frac{\lambda_i x}{l} + B_i \operatorname{sh} \frac{\lambda_i x}{l} + C_i \operatorname{ch} \frac{\lambda_i x}{l}$$

中参数 λ_i 和系数 A_i, B_i, C_i 的值 ····· 698

表 3. 计算中遇到的若干积分的数值····· 700

表 4. 计算中遇到的若干三角公式····· 701

上篇 有限多自由度的綫性体系

第一章 单自由度体系

1. 单自由度体系^① 如果体系的空間位置可由一个給定量 q 单值地加以确定, 并且如果体系在外力作用下的运动由这一个量 q 随时间的变化来确定, 則这个体系称为单自由度机械体系。量 q 称为体系的广义坐标(或簡称坐标)。它的物理属性和因次可能极不相同, 一般說, 可以任意选定它。但是在各种情形中, 它必須能单值地表达出体系各点的普通(笛卡尔)坐标, 例如表达为下列方程形式:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_i(q, t); \\ y_i &= y_i(q, t); \\ z_i &= z_i(q, t), \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

式中 t 是時間。作为单自由度体系的例子, 可以举出在垂直于軸綫的鉛垂平面內平行地振动的物理摆, 以及悬挂在彈簧上(假定彈簧質量可以略去不計)而在平衡位置附近作鉛垂方向微振动的重錘等。在平衡位置附近振动的单自由度体系, 我們常常簡單地称为振子。

諧振动是单自由度体系最簡單的振动, 諧振时, 广义坐标按正弦規律或余弦規律随時間而变化, 例如为

$$q(t) = A \sin(\omega t + \alpha). \quad (1.2)$$

在这种情形下, q 的变化图形是正弦曲綫。导数 $\dot{q}$ 称为广义速度, 它的变化图形也是正弦曲綫, 但是对于第一根正弦曲綫說, 它已在

^① 体系(система): 一般也譯作“系統”。——譯者

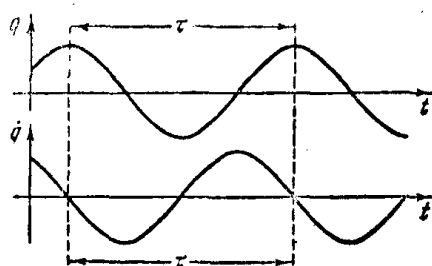


图 1

t 軸方面平行地移动了。在图 1 上表示出同步分布的二根曲线①。

$\sin(\omega t + \alpha)$ 前的系数 A , 相当于体系向一边偏移最大时坐标 q 的值, 称为振动的振幅。

$\sin(\omega t + \alpha)$ 的自变量 $\omega t + \alpha$

称为振动的相位, 而 α 则称为初相位。

把频率相同而初相位不同的二个振动加以比较, 就可以说明振动相位的物理意义。相位为 $\omega t + \alpha$ 的振动, 当 $\alpha > 0$ 时, 超前于相位为 ωt 的振动; 而相位为 $\omega t - \alpha$ 的振动, 当 $\alpha > 0$ 时, 则落后于相位为 ωt 的振动。

乘数 ω 表示所谓振动的固有圆频率。圆频率等于 2π 秒钟内的全振动次数。因为假如我们把自变量 $\omega t + \alpha$ 改变 2π 所需的时间间隔记作 τ , 便可由等式

$$\omega(t + \tau) + \alpha = \omega t + \alpha + 2\pi$$

求得:

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau}. \quad (1.3)$$

显然, 同时可得出:

$$\left. \begin{aligned} q(t + \tau) &= q(t), \\ \dot{q}(t + \tau) &= \dot{q}(t). \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

时间间隔 τ 称为振动周期, 而体系在一周期内的运动称为体系的全振动。体系从某一状态 $(q, \dot{q})$ 出发, 在一周期后, 又会重新恢复到具有同样 $(q, \dot{q})$ 值的状态②。图 1 中的线段 τ 表示周期。等式 (1.4)

① 同步分布 (синхронный расположение): 此处指在同一时间轴上。——译者

② 体系在某瞬时的运动状态, 是由该瞬时的坐标 q 和广义速度 $\dot{q}$ 的值所确定的。