

中国科学院光学精密机械研究所

机械制造论文汇编

2

科学出版社

中国科学院光学精密机械研究所

机械制造论文汇编

2

科学出版社

1965

內 容 簡 介

本編包括机械动力学、振动、应力分析、材料强度、摩擦磨損、鑄造、压力加工、液态成形和机械制造材料等方面的研究論文 19 篇，是中国科学院光学精密机械研究所几年来进行的研究工作的一部分。

有些論文是关于新方法、新装置及其試驗結果的报导：如低溫試驗方法，在低溫和超高频負荷下杜拉鋁的某些动强度特性，机械量动态測試传感器等；有些論文是关于力的測定和应力分析的：如热挤压鋼时挤压力的測定，滚动軸承保持架的应力分析，光应力塑料的試制等；有些論文是偏重于理論分析的：如电机拖动慣性負載的机械传动系統动力学的研究，成形鑄件离心鑄造的澆注系統分析；有一篇是綜合性論文，即金属的塑性；最后选登了有关液态冲压、黑色金属压鑄及其模具材料的論文五篇。

本編可供从事于机械設計和制造的科学研究、工程技术和教学人員参考。

中国科学院光学精密机械研究所

机械制造論文汇编

2

科学出版社出版

北京朝阳門内大街 117 号

北京市书刊出版业營業許可証出字第 061 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店經售

1965 年 10 月第一版

开本：787×1092 1/16

1965 年 10 月第一次印刷

印张：12 插頁：18

印数：0001—3,300

字数：294,000

統一书号：15031·206

本社书号：3300·15-3

定价：〔科七〕 2.60 元

前 言

本书收集了十九篇論文,几乎牵涉到机械設計和制造的各个方面,都是中国科学院光学精密机械研究所几年来研究工作的一部分。

在机械动力学和振动方面,本书的第一篇論文对一个直流伺服电力拖动慣性負載的机械传动系統进行了分析研究,考虑了系統中杆件的弹性和非弹性阻尼对机組动力学的影響,并提出用自由振动衰减实验的方法来求得整个系統的非弹性阻尼,从而避免了直接測定系統中的动态阻尼时在实验上的困难和直接求解非綫性动力学方程时在数学上的困难。研究結果指出了减少速度波动和提高机組运动精度的途径。

为了測定机械的各种动态参数,动态測試传感器是必須首先解决的。本书的第二篇文章描述了各种位移、速度、加速度、压力等传感器的結構和定标方法。从定标曲綫和实际应用結果看来,这些传感器的性能是比較好的,为机械动力学的研究提供了有力的工具。

在几百周以上的頻率时,拾振器可以用互易法进行校准而不必測量振动台的机械参量。本书的第三篇文章介紹了互易法的校准原理和用此法所获得的試驗結果。用此法校准的精度比用习惯的感觉法有显著的提高。

在应力分析方面,光应力法近年来在国外有了很大的发展。要掌握这一新方法,首先必須解决光应力塑料問題。“光应力塑料的試制”一文詳細介紹了某些光应力塑料的制造工艺及其光学机械性能。研究結果表明:用国产原料可以制成应变光学常数和苏美同类塑料基本相同的塑料,在典型零件的应力分析上,其相对誤差在5%以內。

滚动軸承的保持架同时受着离心力和接触应力的作用,其应力状态是比較复杂的。本书中有一篇論文介紹了用光弹性冻结法研究在离心力作用下保持架的应力分布,并与理論計算結果进行比較,同时导出了計算应力集中的方法。

在材料强度方面,书中收集的四篇文章是关于低温、高频和应力集中下材料的静态强度和动强度問題。低温試驗方法描述了用简单的附件装置可以連續測定低至 -196°C 材料的抗张、冲击和硬度等机械性能,并用这些方法测定了国产40Cr鋼在不同晶粒度和回火溫度下的脆性傾向。此外在自制的超声頻(2万周/秒)疲劳試驗机上测定了杜拉鋁在 -50°C 低温和应力集中下的强度性能。結果表明:在低温、应力集中和超声幅射下,材料的疲劳极限可能有显著的降低。这在高速飞行器的設計制造上是必須考慮的問題。

“应力集中对疲劳强度的影响”是一个很复杂的問題。文中对現有的几种表示刻槽敏感性的公式进行了分析討論。在应力分析方面,根据H. Z. Neuber的公式作了一些新的

推导,并计算了在不同刻槽深度和不同刻槽曲率半径下的应力分布,并与实验结果作了比较。结果表明:应力集中处的应力状态等因素都不同程度地影响了材料的疲劳强度,而一些目前计算实际应力集中系数的公式与实验结果比较都存在着一定的局限性,特别是在应力状态和应力集中系数较高的情况下存在着较大的差别。

在摩擦磨损方面,“铝的氧化硬膜的减摩性研究”一文描述了通过阳极氧化处理方法制取了不同厚度的氧化硬膜,并进行了咬合摩擦试验和耐磨性试验。结果表明:氧化硬膜有良好的韧性和抗剪切强度;与硬度较高的淬火钢对磨时有良好的减摩性和抗咬粘性能。

在铸造方面的两篇文章,一篇分析了成型铸件在离心铸造时的浇注系统。通过分析浇杯中液体金属的运动状态,指出液体金属在作加速转动,但其最大角速度永远小于浇杯的转动角速度。根据这一特点作者给出了离心铸造成型铸件时浇道的理论形状,并作了简化,以便在实际生产上应用。上述的理论分析还有定性的实验验证。另一篇文章记录和讨论了三种不同纯度的锌所配制的压铸用锌合金在五年自然时效过程中的机械性能、尺寸变化和金相检验的结果,对保证这些合金的压铸件的稳定性有参考价值。

钢的热挤压是发展得较快的一种压力加工方法。书中有一篇论文描述了用三个测力计分别测定了钢三和1分13钢管棒的总挤压力、模子上的压力和挤压筒壁上所受的力,并着重研究了温度、速度、变形程度等因素的影响。

“金属的塑性”是压力加工学科中最基本问题之一。国内外虽然已做了不少工作,但仍然有不少问题需要解决。在这一综合性论文中,作者根据国内外文献资料所载各种因素对塑性的影响,各种塑性指标的适用范围和其局限性都提出了一些评论和看法,最后还提出了今后开展研究工作的一些方向。

黑色金属的液态成型是近年来国内外较为注意的研究课题。由于可以用液体金属直接得出机械零件,减少了用传统方法制造的很多中间工序,因此是一种效率很高的工艺过程。但由于模具要与高温的液体金属直接接触而凝固和成型是在压力下完成的,条件比较苛刻,因此要解决一系列的工艺和理论问题之后才能得出质量高、成本低的零件。本书收集了关于“液态冲压合金钢钻探机钻头牙轮的研究”、“黑色金属压力铸造的研究”,以及有关模具钢等的五篇研究论文。这些论文详细描述了这些新工艺所用的新设备、新技术和新的模具材料。其中有些零件的工艺过程已在试生产中考验,看来这些新工艺很有发展前途,值得引起各方面的注意。

1964年9月3日

本编编辑委员会由下列人员组成:

主编:张作梅

编辑委员:张作梅、秦曾志、蔡安沅、熊大遑

目 录

前言	(v)
电机拖动惯性负载的机械传动系统动力学研究	干东英、姚俊杰、周长新 (1)
机械量动态测试传感器的研究(一)	
.....干东英、郎奎亨、王悦凤、詹德众、姚俊杰、聶俊卿	(12)
互易法校准拾振器的研究	吕君沛 (27)
滚动轴承保持架的光弹性应力分析	严国荣 (34)
光应力塑料的试制	荆宝全、严国荣 (43)
材料低温机械性能试验方法	单藩圻、赵家蓉 (51)
晶粒度和回火温度对 40 Cr 钢冷脆性的影响	单藩圻、赵家蓉 (58)
应力集中对疲劳强度的影响	单藩圻、刘伯翔 (63)
在低温和超声频负荷下杜拉铝的某些动强度性能	单藩圻、宋志斌、刘伯翔 (72)
铝的氧化硬膜的减摩性研究	胡紹衣、吕韵翎、王志琴 (76)
成形铸件离心铸造的浇注系统分析	于传瑾、解陞任 (87)
压铸用锌合金之性能的研究	王佐臣 (99)
金属的塑性	张作梅 (111)
热挤压钢三和 1 号 13 钢的挤压力及其影响因素的研究	赵士达、张作梅 (143)
液态冲压合金钢钻探机钻头牙轮的研究	孙麟治、高子明、赵纯福 (153)
黑色金属液态冲压模具温度分布的研究	孙麟治、邱聿成 (165)
黑色金属压力铸造的研究	刘正經、王佐臣、王貴棠 (172)
铸造 W-Cr 型模具钢的研究	李 周、王佳文 (195)
几种模具钢及合金铸铁的机械性能和热疲劳性能	张东安 (208)

电机拖动惯性负载的机械传动系统 动力学研究

于东英 姚俊杰 周长新

摘 要

本文对一个“直流伺服电机拖动惯性负载的机械传动系统”进行了分析研究,考虑了系统的杆件弹性及非弹性阻尼对机组运动的影响,并提出了用自由振动衰减实验的方法求得整个系统的非弹性阻尼,从而避免了直接测量机械系统中的动态阻力时实验上的困难和直接求解包含各种形式阻尼项的动力学方程(非线性方程)时数学上的困难。最后,得到了杆件弹性及系统中阻尼对机组运动速度的影响,指出了减少速度波动和提高机组运动精度的途径。

一、引 言

在精密机械机组动力学研究中,机械系统过渡过程动态误差主要是由以下几个原因引起的:

1. 由于机构中弹性联系所引起的振动。弹性杆件所引起的动态误差,不但取决于外界激励参量,亦取决于机构参量,即机械结构、杆件尺寸、运动链质量与刚度分布等特性^[1]。
2. 由于运动构件之间,或由于运动副间隙中的外摩擦及材料振动时的内摩擦和构件固定连接处(如螺钉、键、铆接等)的结构摩擦所引起的动态误差^[2]。
3. 由于运动副间的间隙所引起的碰撞^[3]。
4. 由于原动机内部的物理特性(如电磁惯性、液体惯性、气体压缩和热传导等)所引起主动轴运动的不均匀度。

在机组动力学研究中,常采用实验和近似计算同时并用的方法。因为精确的分析计算方法同时考虑所有的动态因素,以致导出一些十分繁杂的方程,这些方程也常伴以无法克服的应用上的困难;另一方面,方程式中若干系数只能用实验方法求得。因之在工程上一般只考虑一个或几个主要动态因素(由机械构造,工作条件而定),用实验方法求得必需的动态机械参量,再用近似计算方法(如非线性方程线性化,图解或近似数学分析法)去解机组运动方程。

在自动控制系统中,常有带惯性负载的传动系统,在机组过渡过程中由于杆件弹性和构件间摩擦引起惯性负载运动不均匀。本文提出了一种电机拖动惯性负载的机械传动系统动力学分析方法,作为工程应用上的参考。

二、理論公式的推导

(一) 传动系統的簡化

在动力学計算时，一般把传动系統中的运动质量轉化到轉化軸上。为計算方便起見，常把轉化方案进一步簡化为二质量或三质量。

柯馬洛夫^[4]簡化原則：

1. 如果轉化方案中最边远的轉化质量之和，不少于整个系統轉化质量数值的 80%，那末按二质量系統的簡化进行动力学計算是无損于实际計算准确度的。如果中間质量具有和边远质量大約相同数量級的数值时，用二质量系統代替实际传动系統，就会使計算很不准确；此时，应当簡化为多质量系統方案。

2. 系統轉化为二质量时，轉化的地方必須选择机构的刚性最弱的部位才为合理（一般选择电机軸为轉化軸）。位于該处一面的各部分质量，經過轉化后叠加組成质量 1；位于該处另一面的质量，用同法轉化叠加組成质量 2。（見图 1）（多质量簡化法見〔5〕）。

慣量的轉化公式

$$J_{np} = \sum_{j=1}^n \frac{J_j}{i_{1j}^2}, \quad (1)$$

其中 J_{np} ——轉化轉动慣量；

J_j ——被轉化的第 j 軸上的慣量；

i_{1j} ——由第一級到第 j 級的速比（如果向第一軸进行簡化）。

刚度的轉化按公式

$$C_{np} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \sum_{j=1}^n \frac{i_{1j}^2}{C_j}}, \quad (2)$$

其中 C_{np} ——轉化刚度；

C_1 ——第一級联軸节的刚度；

C_j ——第 j 級的刚度。

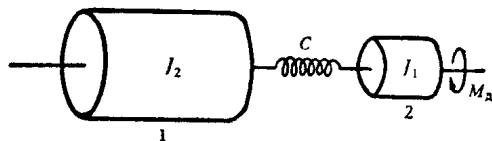


图 1 簡化后的二质量系簡图

J_1 ——电机轉子慣量； J_2 ——传动系統的轉化慣量； C ——轉化刚度

(二) 仅考虑系統弹性时的动力学計算

由图 1，系統的动能和位能分別为

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\phi}_2^2, \quad V = \frac{1}{2} C(\phi_1 - \phi_2)^2,$$

式中 ϕ_1, ϕ_2 是 J_1, J_2 相对于静止位置的轉角。

由拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = M_{\pi}(t) - \frac{\partial v}{\partial q_j}, \quad (j=1, 2) \quad (3)$$

式中广义干扰力 $M_{\pi}(t)$ 为电机主动力矩, 得到系统的运动微分方程为

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{\phi}_1 + C\phi_1 - C\phi_2 &= M_{\pi}(t), \\ J_2 \ddot{\phi}_2 - C\phi_1 + C\phi_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

此方程的频率方程式为

$$\Delta(p^2) = \begin{vmatrix} C - p^2 J_1 & -C \\ -C & C - p^2 J_2 \end{vmatrix} = J_1 J_2 p^4 - C(J_1 + J_2)p^2 = 0,$$

得固有频率

$$\begin{aligned} p_1^2 &= 0, \\ p_2^2 &= \frac{C(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}. \end{aligned}$$

方程式 (4) 联解后得

$$\ddot{\phi} + p^2 \phi = \frac{M_{\pi}(t)}{J_1}, \quad (5)$$

此处 $\phi = \phi_1 - \phi_2$, $p = p_2$ 系相当于以 ϕ 为主座标的单自由度振动系统。

用参数变动法求得方程 (5) 的解为

$$\phi = \phi_0 \cos pt + \frac{\dot{\phi}_0}{p} \sin pt + \frac{1}{J_1 p} \int_0^t M_{\pi}(\tau) \sin p(\tau - t) d\tau, \quad (6)$$

τ ——与积分上限 t 加以区别的积分过程中的时间变量。在积分过程中, t 被认为是常数。

当负载为恒值时, 他激直流伺服电机过渡过程力矩为

$$M_{\pi}(\tau) = M_C(1 - e^{-\frac{\tau}{T_M}}) + M_{\pi} e^{-\frac{\tau}{T_M}}, \quad (7)$$

此处 M_C ——轉換到电机軸上的阻力矩;

T_M ——机械慣性时间常数;

M_{π} ——电机初瞬力矩。

当电机带动慣性负载时

$$M_C = 0, \quad M_{\pi}(\tau) = M_{\pi} e^{-\frac{\tau}{T_M}}. \quad (8)$$

1. 在初始条件 $t=0$, $\phi_0=0$, $\dot{\phi}_0=0$ 下 (负载起动) 并将 (8) 代入 (6) 得

$$\phi = D \left[p e^{-\frac{t}{T_M}} + A_{\phi} \sin(p_t + \alpha_{\phi}) \right], \quad (9)$$

此处

$$D = \frac{T_M^2 M_{\pi}}{(1 + T_M^2 p^2) J_1 p}, \quad A_{\phi} = \sqrt{\frac{1}{T_M^2 + p^2}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_{\phi} = -p T_M,$$

式中 D, A_ϕ, α_ϕ 在此情况下, 可认为是常数, 由系统参数和电机特性而定。因干扰力是非周期性的, 所以式 (9) 所代表的运动是按固有频率 p 的自由振动和按指数衰减规律运动的叠加。非周期性干扰力不影响振动频率。

2. 若从稳定运转情况下开始反转制动, ϕ 的解仍有 (9) 的形式, 只是 M_n 变为负值。

3. 若经某一稳定运转状态加速, 即初始条件为 $t=0, \phi=\phi_0, \dot{\phi}=\dot{\phi}_0$ 由 (6) 得

$$\phi = A_\phi \sin(pt + \alpha_0) + D[pe^{-\frac{t}{T_M}} + A_\phi \sin(pt + \alpha_0)], \quad (10)$$

其中

$$A_\phi = \sqrt{\phi_0^2 + \frac{\dot{\phi}_0^2}{p^2}}, \quad \alpha_0 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\phi_0 p}{\dot{\phi}_0}.$$

原有的自由振动和由于干扰力引起的自由振动是同频率的, 仅初相角和振幅不同。它们可以矢量相加

$$\phi = A \sin(pt + \alpha) + Dpe^{-\frac{t}{T_M}}, \quad (11)$$

其中

$$A = \sqrt{A_\phi^2 + D^2 A_\phi^2 + 2A_\phi D A_\phi \cos(\alpha_0 - \alpha_\phi)},$$

$$\alpha = \alpha_\phi + \operatorname{arc} \sin \frac{A_\phi \sin(\alpha_0 - \alpha_\phi)}{A}.$$

4. 求 J_1, J_2 的角速度。将 (6) 代入方程 (4) 之第一式, 积分后得

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_{10} + \frac{1}{J_1} \int_0^t [M_n(\tau) - C(\phi_1 - \phi_2)] d\tau \\ &= \frac{(M_n - CDp) T_M}{J_1} (1 - e^{-\frac{t}{T_M}}) + \omega'_{10} + A_{\omega_1} \sin(pt + \beta_1), \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$A_{\omega_1} = \frac{CD}{J_1 T_M p} \sqrt{1 + T_M^2 p^2} = \frac{M_n T_M J_2}{\sqrt{1 + T_M^2 p^2} J_1 (J_1 + J_2)}, \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{1}{T_M p}, \quad \omega'_{10} = \omega_{10} - \frac{CD}{J_1 T_M p}$$

(ω_{10} —— J_1 之初始转速)。

将 (6) 代入方程 (4) 之第二式积分后得

$$\omega_2 = \frac{CDp T_M}{J_2} (1 - e^{-\frac{t}{T_M}}) + \omega'_{20} - A_{\omega_2} \sin(pt + \beta_2), \quad (14)$$

其中

$$A_{\omega_2} = \frac{CD}{J_2 T_M p} \sqrt{1 + T_M^2 p^2} = \frac{M_n T_M}{\sqrt{1 + T_M^2 p^2} (J_1 + J_2)}, \quad (15)$$

$$\omega'_{20} = \omega_{20} + \frac{CD}{J_2 T_M p}, \quad \operatorname{tg} \beta_2 = -\frac{1}{T_M p}$$

(ω_{20} —— J_2 之初始速度)。

由式 (12), (14) 看出, 由杆件弹性所引起质量 J_1, J_2 运动速度波动值为

$$\Omega_1 = A_{\omega_1} \sin(pt + \beta_1), \quad (16a)$$

$$\Omega_2 = -A_{\omega_2} \sin(pt + \beta_2). \quad (16b)$$

由式 (13) 和 (15) 可以看出, 最大速度波动值 $A_{\omega_1}, A_{\omega_2}$ 与 M_H 成正比, 并随着系统固有频率的增加而减少,

$$\frac{A_{\omega_1}}{A_{\omega_2}} = -\frac{J_2}{J_1}, \quad (17)$$

即电机和负载的速度波动的振幅与它们的惯量大小成反比, 且波动的位相相反。

由式 (16a), (16b) 得知, 由弹性所引起的角位移及角速度的正弦波动项都是不衰减项。

(三) 考虑非弹性阻力时, 速度波动衰减的讨论

传动系统中的外部非弹性阻力主要是库伦阻尼, 它存在于相对运动的各机件接触面之间。其次是粘滞阻尼, 它存在于:

1. 减速箱中有润滑油, 齿轮在油中运转时, 存在和速度成正比的粘滞阻尼;
2. 电动机工作时, 由于涡流等原因而存在的粘滞阻尼。

传动系统中的内部非弹性阻力, 主要是材料中的内摩擦, 其次是结构摩擦。对钢来说, 内摩擦力和速度平方成比例^[8]。

同时考虑以上各种阻力作用时, 二质量系运动微分方程为:

$$J_1 \ddot{\phi}_1 + F(\phi_1, \dot{\phi}) + C(\phi_1 - \phi_2) = M_H e^{-\frac{x}{T_M}}, \quad (18a)$$

$$J_2 \ddot{\phi}_2 + F(\phi, \dot{\phi}) - C(\phi_1 - \phi_2) = 0, \quad (18b)$$

其中 $F(\phi, \dot{\phi})$ 表示非弹性阻力。通过实验测定各种阻尼系数, 代入方程 (18a) 和 (18b) 即可以求解。但实际上这样做在实验上和数学上都是比较困难和繁琐的。我们用自由振动衰减实验法求得系统的振动衰减曲线, 经过数值分析, 它与指数曲线很接近, 于是, 可认为整个系统的各种阻尼对系统运动的影响, 与粘滞阻尼相当。

引入当量粘滞阻尼系数 n 。它是将非粘滞阻尼化成粘滞阻尼时的当量值。此值是根据各种阻尼在一周期中所消耗系统的能量 (相应为振幅的减小) 等于阻尼系数为 n 的粘滞阻尼在一周期中所消耗的系统能量时折算出来的。我们用实验法求得 n 。

于是, 只考虑粘滞阻尼作用于系统, 方程 (18a) 和 (18b) 可写成:

$$\ddot{\phi}_1 = \frac{1}{J_1} M_H e^{-\frac{x}{T_M}} - \frac{C}{J_1} (\phi_1 - \phi_2) - 2n\dot{\phi}_1, \quad (19)$$

$$\ddot{\phi}_2 = \frac{C}{J_2} (\phi_1 - \phi_2) + 2n\dot{\phi}_2. \quad (20)$$

经过变换后, 方程组 (19), (20) 化为:

$$\ddot{\phi} + 2n\dot{\phi} + p^2\phi = \frac{1}{J_1} M_H e^{-\frac{x}{T_M}}. \quad (21)$$

求解 (21) 并取初始条件为零 ($t=0, \phi=0, \dot{\phi}=0$) 得到

$$\phi = D_0 [p_1 e^{-\frac{t}{T_M}} + A_{\phi_0} e^{-nt} \sin(p_1 t + \alpha_{\phi_0})], \quad (22)$$

其中

$$D_0 = \frac{T_M^2 M_H}{J_1 p_1 (1 - 2n T_M + p_1^2 T_M)}, \quad A_{\phi_0} = \sqrt{\frac{1}{T_{M_0}^2} + p_1^2},$$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\phi_0} = -p_1 T_{M_0}, \quad T_{M_0} = \frac{T_M}{1 - n T_M}, \quad p_1 = \sqrt{p^2 - n^2}.$$

以 (22) 代入方程 (19), (20) 分别积分后求得角速度

$$\omega_1 = C_1 + \left[\frac{(M_H - C D_0 p_1) T_M}{J_1} + 2n D_0 p_1 \right] (1 - e^{-\frac{t}{T_M}}) + A_{\omega_01} e^{-nt} \sin(p_1 t + \beta_{01}), \quad (23)$$

$$\omega_2 = C_2 + \left(\frac{C D_0 p_1 T_M}{J_2} - 2n D_0 p_1 \right) (1 - e^{-\frac{t}{T_M}}) - A_{\omega_02} e^{-nt} \sin(p_1 t + \beta_{02}), \quad (24)$$

其中

$$C_1 = -2n D_0 p_1 - \frac{(1 - n T_{M_0}) p_1 C D_0}{(n^2 + p_1^2) J_1 T_{M_0}} \quad (\text{設初始角速度 } \omega_{10} = 0),$$

$$C_2 = 2n D_0 p_1 + \frac{(1 - n T_{M_0}) C D_0 p_1}{(n^2 + p_1^2) J_2 T_{M_0}} \quad (\text{設初始角速度 } \omega_{20} = 0),$$

$$A_{\omega_01} = \sqrt{A_1^2 + B_1^2 - 2A_1 B_1 \cos(\alpha_{\phi_0} - \beta'_{01})}, \quad (25)$$

$$A_{\omega_02} = \sqrt{A_2^2 + B_2^2 - 2A_2 B_2 \cos(\alpha_{\phi_0} - \beta'_{02})}, \quad (26)$$

$$A_1 = \frac{C D_0 \sqrt{1 + p_1^2 T_{M_0}^2}}{J_1 T_{M_0} \sqrt{n^2 + p_1^2}}, \quad B_1 = \frac{2n D_0 \sqrt{1 + p_1^2 T_{M_0}^2}}{T_{M_0}},$$

$$\beta'_{01} = \operatorname{tg}^{-1} \frac{n \sin \alpha_{\phi_0} + p_1 \cos \alpha_{\phi_0}}{n \cos \alpha_{\phi_0} - p_1 \sin \alpha_{\phi_0}}, \quad \beta_{01} = \frac{A_1 \sin \beta'_{01} - B_1 \sin \alpha_{\phi_0}}{A_1 \cos \beta'_{01} - B_1 \cos \alpha_{\phi_0}},$$

$$A_2 = \frac{J_1}{J_2} A_1, \quad B_2 = B_1, \quad \beta'_{02} = \beta'_{01}, \quad \beta_{02} = \frac{A_2 \sin \beta'_{02} - B_2 \sin \alpha_{\phi_0}}{A_2 \cos \beta'_{02} - B_2 \cos \alpha_{\phi_0}}.$$

可以看出, 当 $n=0$ 时, 式 (23), (24) 就化为无阻尼时的式 (12), (14) 了。

令 $n = \frac{b}{T}$, b 是对数衰减率, T 是周期。由式 (23), (24) 可见, 考虑系统弹性力和非弹性阻力时, 其角速度波动值为

$$\Omega_1 = A_{\omega_01} e^{-\frac{bt}{T}} \sin(p_1 t + \beta_1), \quad (27a)$$

$$\Omega_2 = -A_{\omega_02} e^{-\frac{bt}{T}} \sin(p_1 t + \beta_2). \quad (27b)$$

由式 (23), (24) 可以看出, 考虑非弹性阻尼时的角速度波动振幅不再是常数, 而是随时间增加逐渐按指数曲线衰减的。所以阻尼在这种情况下是有利的因素。

设质量已转化到电机轴上允许的角速度波动值为 $A_{\omega_2(\text{允許})}$, 由式 (24) 可以求得速度波动幅度衰减到 $A_{\omega_2(\text{允許})}$ 时所需的时间为:

$$t_n = \frac{T}{b} \ln \frac{A_{\omega_2}}{A_{\omega_2(\text{允許})}}. \quad (28)$$

因之, 当速度波动的設計指标及 J_2 的轉动最大加速度給定后, 可以适当地选择系统

的参数, 尽量提高系统的固有频率, 以满足设计指标。

三、实验方法, 基本数据及计算

本实验所研究的传动系统是电机由联轴节与齿轮箱相连接。齿轮箱输出端有惯性负载。

(一) 系统自由振动衰减特性试验

先将传动系统的电机去掉, 减速箱的输入端与一固定盘簧内端的轴相连接, 盘簧的外端固定在基座上, 心轴的另一端装有标准惯量圆盘。盘簧的外表面与内表面均贴有电阻丝应变片 (见图 2)。

图 2 中, J_2 表示整个传动系统的转化惯性负载。当给系统某一初始扰动后 (转动圆盘 J_1 , 使 J_2 转过某一初始转角 ϕ_0 , 然后释放), 系统围绕心轴轴线 $O-O$ 作自由扭振。扭振时电阻丝应变片输出扭转振动位移信号后, 在八线示波器上就能记录下系统自由振动衰减示波图 (见图 3)。

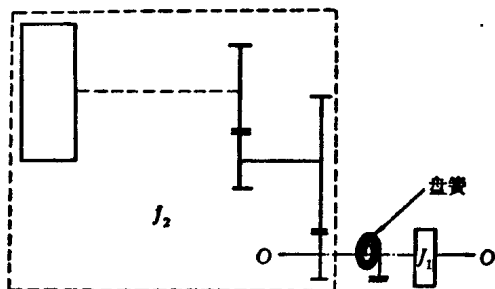


图 2 自由振动衰减特性实验装置示意图

将示波图进行数值分析, 并在投影仪上量取各振幅值, 以判断衰减曲线的性质。此实验中发现相邻振幅之比的对数值为常数, 由此得知 $\phi(t)$ 曲线的包络线近似地可认为是指数曲线, 其对数衰减率为

$$b_1 = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}} = 0.605.$$

然后把盘簧装在专门的夹具上进行自由振动实验, 得到示波图 (见图 4)。用同法计算得 $b_2 = 0.233$; 略去夹具装置中的外摩擦不计, b_2 相当于盘簧的内摩擦引起的扭振衰减系数。因为 b_1, b_2 是代表线性阻尼因子, 所以它们可以线性迭加, 于是仪器的实际对数衰减率

$$b = b_1 - b_2 = 0.372.$$

阻尼系数 $n = \frac{b}{T}$ 与周期成反比, 但 b 与 T 无关, 即 b 只与系统的能量耗散速度有关。因之, 在系统附加盘簧后, 系统的周期虽然改变, 但并不影响待测定的 b 值的准确性。

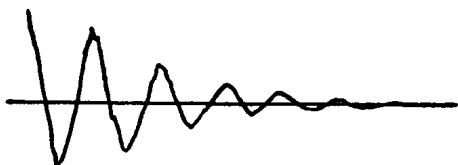


图 3 系统与盘簧振动衰减示波图



图 4 盘簧自由振动衰减示波图

(二) 轉動慣量測定方法

慣量測定是根据公式

$$J\varepsilon(t) = M_{\pi}(t) - M_C = C_M \phi I(t) - C_M \phi I_{\text{穩}}(n),$$
$$J = \frac{C_M \phi [I(t) - I_{\text{穩}}(n)]}{\varepsilon(t)} \quad (29)$$

來計算的。其中：

$C_M \phi$ ——電機的結構參數，用實驗方法確定；

$I_{\text{穩}}(n)$ ——電機在某一穩定轉速(n)下的電樞電流；

$I(t)$ ——所測點瞬時電流的平均值；

$\varepsilon(t)$ ——加速度曲線。

$I(t)$ 曲線是由電樞輸出的電流訊號，在八綫示波器上記錄而獲得。轉速曲線 $\omega(t)$ 是由測速發電機輸出電壓訊號，也在八綫示波器上記錄得到。曲線 $I_{\text{穩}}(n)$ 可以在不同轉速下分別測得。由 $\omega(t)$ 圖，用圖解微分法求得 $\varepsilon(t)$ ，然後按公式 (29) 可計算得 J 。若單獨在電機上作空載運行時測定，即求得電機轉子慣量 J_1 ；若在電機驅動整個系統運轉時測定，即求得系統總的慣量 J_z ；慣性負載 $J_2 = J_z - J_1$ 。

由實驗得

$$J_1 = 6.5 \text{ 克-公分-秒}^2, \quad J_2 = 5.7 \text{ 克-公分-秒}^2.$$

所用他激直流伺服電機的基本參數：

機械時間常數 $T_M = 0.0734$ 秒；

額定轉速 $n_n = 3000$ 轉/分。

軸的剛度與齒輪剛度均按材料力學公式計算得來^[7]。由式 (2) 求得系統總剛度 $C_{np} = 0.725$ 公斤-米/弧度，按此數據求得的系統振動頻率 $p = 24.5^{1/秒}$ 。和實驗測得的系統振動頻率相接近。(實驗值 $p = 22^{1/秒}$)

四、考慮杆件彈性與摩擦力機組運動動力學分析結果

(一) 由實驗和計算所得數據

由實驗和計算，得：

$$J_1 = 6.5 \text{ 克-厘米-秒}^2; \quad J_2 = 5.7 \text{ 克-厘米-秒}^2;$$

$$T_M = 0.0734 \text{ 秒}; \quad C = 0.725 \text{ 公斤-米/弧度} = 0.725 \times 10^5 \text{ 克-厘米/弧度}.$$

最大初瞬力矩 M_{π} 等於慣性負載在允許之最大轉動加速度時之相應電機力矩值，即

$$M_{\pi} = (J_1 + J_2) \varepsilon_{\max} \cdot i_{1j} = 7665.5 \text{ 克-厘米};$$

系統圓頻率

$$p_1 \doteq p = 154^{1/秒}; \quad T = \frac{2\pi}{p_1} = 0.0408 \text{ 秒};$$

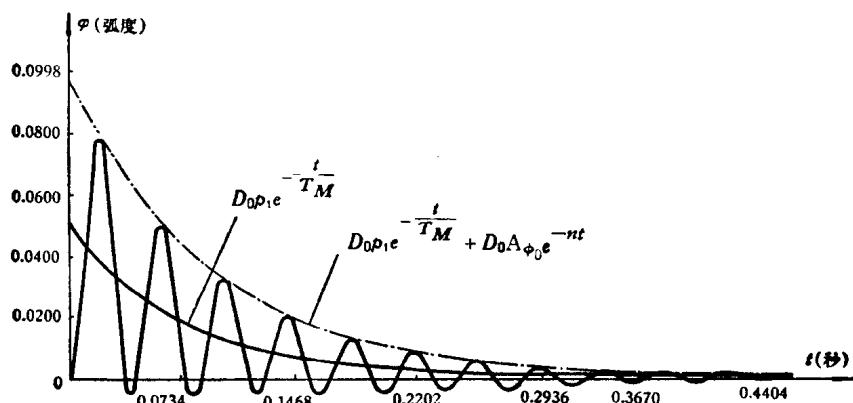
$$n = \frac{b}{T} = 9.351/\text{秒}; \quad D_0 = 32.3 \times 10^{-5} \text{ 秒}; \quad A_{\phi_0} = 1541/\text{秒},$$

$$DA_{\phi_0} = 0.0498 \text{ 弧度}; \quad Dp_1 = 0.0498 \text{ 弧度}; \quad \alpha_{\phi_0} = -88^\circ 25';$$

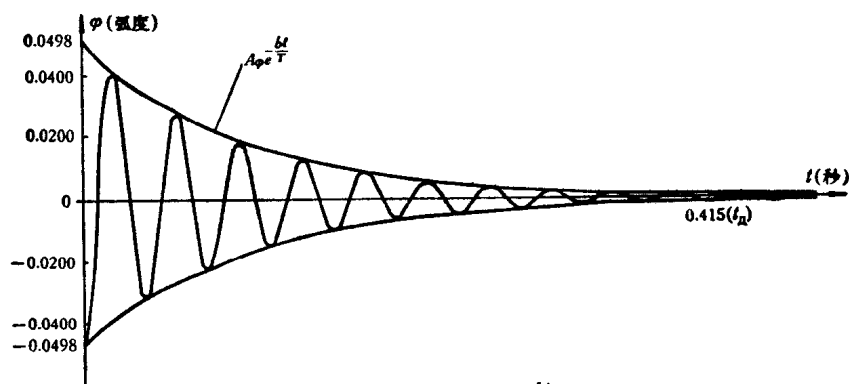
$$A_{\omega_{01}} = 3.721/\text{秒}; \quad A_{\omega_{02}} = 4.221/\text{秒}; \quad t_{\pi} = 0.415 \text{ 秒}.$$

(二) 系統运动位移和速度曲綫及其討論

按公式 (22), (23), (24) 計算出各个不同时刻相对位移 ϕ 及角速度 ω_1, ω_2 之值, 得到相对角位移曲綫 $\phi(t)$ 及角速度曲綫 $\omega_1(t), \omega_2(t)$, 如图 5, 图 6 所示。



(a) 相对角位移曲綫 $\phi(t) = D_0 \rho_1 e^{-\frac{t}{T_M}} + D_0 A_{\phi_0} e^{-nt} \sin(\rho_1 t + \alpha_{\phi_0})$

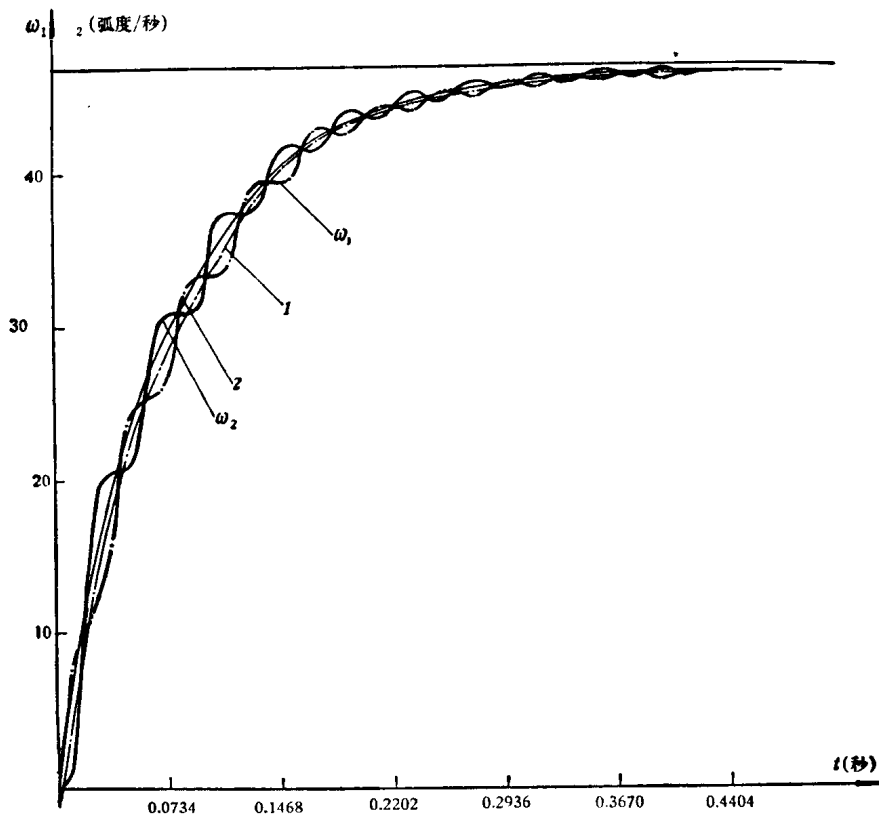


(b) 相对角位移波动曲綫 $\phi'(t) = D_0 A_{\phi_0} e^{-\frac{bt}{T}} \sin(\rho_1 t + \alpha_{\phi_0})$

图 5 相对角位移曲綫

由图 5 所示, 由于計及系統的彈性, J_1 与 J_2 位移不同步, 存在相对位移 $\phi(t)$, 相对位移 ϕ 等于衰减的正弦振动和按指数曲綫的运动相叠加, 到达稳态时, 就只存在正弦振动項了。又由于阻尼存在, 正弦項的幅度也趋于零。

由图 6 所示, 角速度 ω_1, ω_2 在过渡过程中是分別沿指数曲綫 1 和 2 逐漸增长并圍繞它們作衰减的正弦波动。曲綫 1 和 2 随時間增加不断靠攏, 到达稳态时就合而为一。 ω_1 和 ω_2 波动的位相相反。当不計及弹性影响时, 曲綫 1 和 2 重合为一条光滑的指数曲綫, 也就是整个系統被看作是刚体时的角速度曲綫。



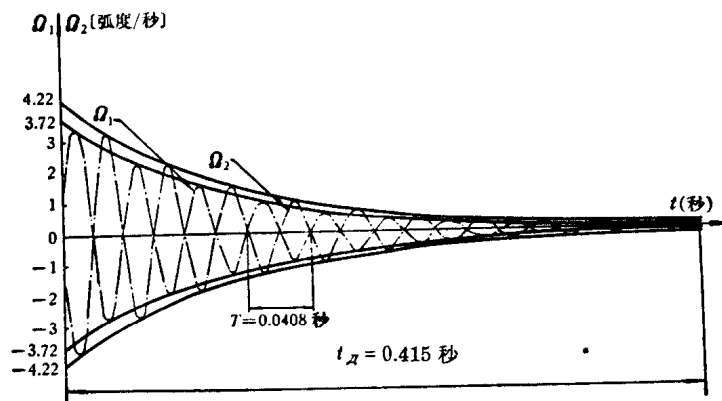
(a) 角速度运动曲线 $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$

$$\omega_1 = C_1 + \left[\frac{(M_H - CD_0 p_1) T_M}{J_1} + 2nD_0 p_1 \right] (1 - e^{-\frac{t}{T_M}}) + A_{\omega 01} e^{-nt} \sin(p_1 t + \beta_{01});$$

$$\omega_2 = C_2 + \left(\frac{CD_0 p_1 T_M}{J_2} - 2nD_0 p_1 \right) (1 - e^{-\frac{t}{T_M}}) - A_{\omega 02} e^{-nt} \sin(p_1 t + \beta_{02});$$

$$1 = C_1 + \left[\frac{(M_H - CD_0 p_1) T_M}{J_1} + 2nD_0 p_1 \right] (1 - e^{-\frac{t}{T_M}});$$

$$2 = C_2 + \left(\frac{CD_0 p_1 T_M}{J_2} - 2nD_0 p_1 \right) (1 - e^{-\frac{t}{T_M}})$$



(b) 角速度波动曲线 $\Omega_1(t)$, $\Omega_2(t)$

$$\Omega_1 = A_{\omega 01} e^{-\frac{bt}{T}} \sin(p_1 t + \beta_{01});$$

$$\Omega_2 = -A_{\omega 02} e^{-\frac{bt}{T}} \sin(p_2 t + \beta_{02})$$

图6 电机角速度 ω_1 及负载角速度 ω_2 曲线图

五、結 論

1. 由于考虑系統的构件弹性, 系統由于非周期性干扰力作用, 在过渡过程中引起固有振动, 因而 J_2 运轉速度是不均匀的, 它按正弦規律作微幅波动。

2. 由于考虑系統的非弹性阻尼作用, 系統速度波动是按指数衰减的, 对数衰减率为常数 $b=0.372$ 。

3. 提高系統刚度, 加大阻尼, 相对地加大质量分配上最后一級的慣性負載, 可以使速度波动减小。但上述情况又会引起体积、重量增大, 功率消耗大, 時間常数大等缺点; 所以在具体設計工作时, 在这几項因素之間作选择, 須在模拟計算机上解諸方程式以找出最佳綜合参量。

参 考 文 献

- [1] Кожевников, С. Н., Динамика Машин с Упругими Звеньями, Изд.-во АН СССР, 1961, стр. 8—12.
- [2] Писаренко, Г. С., Колебания упругих систем с учетом рассеяния энергии в материале, Изд.-во АН СССР, 1955, Глава 1.
- [3] Кобринский, А. Е., Некоторые вопросы динамики плоских механизмов с упругими связями, 1954, Глава 4.
- [4] Комаров, М. С., Определение расчетных нагрузок производственных механизмов и машин, Машгиз, 1958, стр. 68.
- [5] Терских, В. П., Расчеты крутильных колебаний силовых установок (справочное пособие I), Судпромгиз, 1954, стр. 183—186.
- [6] Луц, Е. Б., О затухании при крутильных колебаниях, ПММ, вып. 3, 1938.
- [7] Кожевник, Я., Динамика машин, Машгиз, 1961, стр. 286.