适用机种

APPLE II

排序和排队系统

（版本 2.00）

使用手册

杨 世 胜

上海科学技术出版社

排序和排队系统

(版 本 2.00)

使 用 手 册

杨 世 胜

上海科学技术出版社

责任编辑　顾可敬

排序和排队系统

(版本 2.00)

使 用 手 册

杨 世 胜

上海科学技术出版社出版
(上海瑞金二路 450 号)
新华书店上海发行所发行　上海东方印刷厂印刷
开本 787×1092 1/32 印张 2 字数 39,000
1986 年10月第 1 版 1986 年10月第 1 次印刷
印数：1—1,000
统一书号：13119·1343　定价：0 40 元

使 用 说 明

本程序的

中文名称	**排序和排队系统**(版本 2.00)
英文名称	THE SEQUENCING AND QUEUEING SYSTEM(VERSION 2.00)
软件品种标号	SEQUENCING-2.00

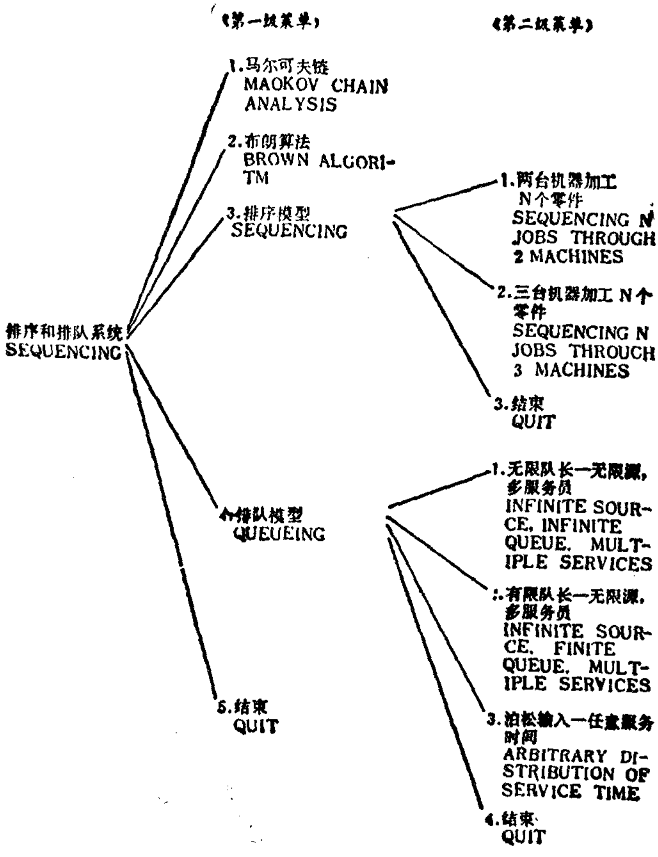
本程序目前已在一个机种上开发实现，下面右端列出的是相应的软磁盘品种标号（这些软磁盘由上海科学技术出版社公开出版，中华科技服务公司公开发行，而且和本使用手册配合使用)。

机　　种	相应的软磁盘品种标号
APPLE II, II+或其它兼容机种(如银河,紫金-II, DJS-033, LASER)	SEQUENCING-2.00 -APPLE (5¼″ 单面双密度软磁盘一片)

在上述机种上运行本程序时所需的硬设备开列如下:

机　　种	所需的硬设备
APPLEII, II+或其它兼容机种(如银河,紫金-II, DJS-033, LASER)	内存 64K 一个 5¼″ 单面双密度磁盘驱动器 80 列点阵式打印机

排序和排队系统的功能树



系统简介和运行操作注意点

· 使用本软件系统时的开机和关机步骤如下：

(1) 先接通外部设备(显示器，打印机等)的电源开关，再打开主机的电源开关，然后将标有"SEQUENCING-2.00-APPLE"的磁盘正面(即贴有标签的一面)向上插入标号为"1"的磁盘驱动器，此时驱动器1上的指示灯亮，稍不久，显示器上便出现图象，开机操作结束。

(2) 关机时先要使程序从主菜单中退出，再取出磁盘。若不再使用机器，要先切断主机的电源开关，然后切断各外部设备的电源开关。切忌程序未从各级菜单退出之前就取出磁盘或切断电源，这样磁盘数据便会遭到破坏。

· 注意在磁盘驱动器的工作指示灯亮时，切不可打开驱动器门插拔磁盘。

· 开机后，显示器上在显示"上海科学技术出版社"社名、本软件的名称和"欢迎你使用本软件"三幅图象后，就会出现如下所示的提示信息：

```
THIS SOFTWARE CONTAINS FOUR PARTS. ALL OF THEM
IS VERY USEFUL FOR INDUSTRIAL MANAGEMENT. TH-
IS SOFTWARE IS AN IMPORTANT BRANCH FOR OPERATI-
ON RESEARCH.
```

接着显示器上出现光标，用户按"RETURN"键后，系统便进入主模块。再经过五、六秒钟后，显示器上显示

PLEASE INPUT YOUR USIED?

即要求用户在键盘上输入用户的保密字，此保密字在用户付款并收到本软件系统的磁盘时会随盘附来。

在输入保密字并按下“RETURN”键后，显示器上便显示出本软件的第一级(主)菜单：:

```
                 *********
                 *MENU*
                 *********
        1. MARKOV CHAIN ANALYSIS
        2. BROWN ALGORITHM
        3. SEQUENCING PROGRAM
        4. QUEUEING PROGRAM
        5. QUIT

        PRESS THE NUMBER KEY YOU WANT
```

当用户按下自己所需项目的对应号码键后，系统便进入第一级各子模块。

如果用户所按的键不是号码 1～6 之中的任一键时，机器会发出“嘟”的声音，提示您所输入的数字不合要求，待重新输入。

· 本软件系统中的功能选择是通过(已经安排好的)两级菜单，按键逐级进入的方式来实现的。

用户要先在前面的“排序和排队系统的功能树”中查到自己所要运行的子程序级别和位置(号码)后，再从第一级菜单开始，逐级按相应的号码键，直到你所需要的子程序出现为止。

例如用户需要求解“三台机器加工 N 个零件”的问题，那就需要：

在出现第一级菜单后，按键“3”，显示器上便出现第二级菜单；

再按键“2”，程序便进入“三台机器加工 N 个零件”这一第二级子模块，至此便可输入原始数据，开始运行。

· 在运行各级子模块后，显示屏上都会出现

PRESS ANY KEY TO CONTINUE

如果用户按任何键，则继续执行这一级的子模块；如果按“RETURN”键，在一级子模块下则返回到一级菜单，在二级子模块下则返回到相应的二级菜单。

在各两级菜单中如果按下对应 QUIT 的号码键，则返回到一级菜单；在一级菜单中如果按下对应 QUIT 的号码键“5”，系统便彻底退出，这时可以取出磁盘。

· 在用户得到的程序盘卡上已经包含有运行程序所需的操作系统及其它必要的系统程序，用户只要使用购得的软盘，就能正常使用本系统。

前　言

排队论的应用范围极为广泛，凡是人们活动领域中存在着大量服务的场合，无论是工业、农业、交通运输、工程设计、公用事业等，均可应用排队论。

本程序中的排序问题是用一台或一台以上的机器来加工两个或两个以上的零件时，确定加工顺序使之效率最高。

本软件中所提供的模型具有代表性，是基本的优化模型。它们通用性强，而且是在企业管理中经常要遇到的基本问题，加之本软件使用方便，适用面大，具有很大的实用价值，所以使用本软件，可使经济效益明显提高。

目　录

第一章 马尔可夫链

1.1 问题概述

设一个系统可能的状态是有限的，每一时刻该系统只能处于一种状态。例如一个顾客可以从有限种商品型号中自由选择任意一种。若该顾客选择 RM 型，我们可以称该系统处于 0 状态（良好），若选择 MH 型，则可以称该系统处于 1 状态（一般情况）等等。系统也可以是已知产品 A 的库存量，库存为零可用状态 0 表示，库存为 1 个单位，可用状态 1 表示，等等。

我们要研究的几个问题是：

(1) 如果系统现在处于状态 r，则从现在起 n 步以后，系统处于状态 s 的概率是多少？

(2) 很多步以后，系统处于 s 的概率将是多少？

马尔可夫链可用来回答有关库存分析、设备更新、人口增长等问题。我们重点放在分析下述类型的系统，即它的下一个状态与当前状态有关，而与系统以前的状态完全无关。

1.2 算法的建立

1. 一阶马尔可夫性质

如果 x_{i+1} 的条件概率分布与系统在 $0, 1, 2, \cdots, i-1$ 步时的状态无关，仅与系统在第 i 步状态有关，则称随机过程 $\{x_i\}$ 具有一阶马尔可夫性质。亦即，如果

$$P(x_{i+1}=s|X_0=t_0, x_1=t_1\cdots, x_{i-1}=t_{i-1}, x_i=r)$$
$$=P(x_{i+1}=s|x_i=r),$$

则随机过程$\{x_i\}$有马尔可夫性质。$P(x_{i+1}=s|x_i=r)$称为从第 i 步的状态 r 转移到第 $i+1$ 步的状态 s 的一步转移概率。它是表示已知 X_i 时 X_{i+1} 的条件概率。

如果对每个 r 和 s，下式中：

$$P(x_{i+1}=s|x_i=r)=P(x_1=s|x_0=r)=P_{rs}$$

对所有 i 均成立的话，则称一步转移概率是平稳的。

这样，从现在这一步状态 r 转移到下一步状态 s 的概率与现在的步数无关。这表明了，在所研究的整个阶段内，一步平稳转移概率保持为常数。

如果随机过程$\{x_i\}$具有下述特点，即一阶马尔可夫性质，有限个状态，平稳转移概率集和初始概率集 $P(x_0=r)$，(对所有 r 均成立)，则称随机过程 $\{x_i\}$ 为一阶有限状态马尔可夫链。

这里将分析表示成一阶、有限状态马尔可夫链的系统。

2．*n 步平稳转移概率*

由于所研究的系统在每一时刻必须而且只能处于一种状态，现在处于状态 r 的某系统，经过 n 步，必须处于某状态。一般情况下，如果可以得到一步平稳转移概率，则可决定：

(1) n 步内从状态 r 到状态 s 的概率（对所有状态 r 和 s)；

(2) n 步内从状态 r 首次到状态 s 的概率（对所有状态 r 和 s)；

(3) 首次从状态 r 到状态 s 的期望步数（对所有状态 r 和 s)；

(4) 经过很多步以后处于状态 s 的概率(对所有状态 s)。

n 步平稳转移概率定义为

$$P_{rs}^{(n)}=P(x_{t+n}=s|x_t=r)=P(x_n=s|x_0=r),$$

式中 $P_{rs}^{(n)}\geqslant 0$ 对所有状态 r 和 s 均成立，$n=1,2,\cdots$；

$$\sum_{s=0}^{N}P_{rs}^{(n)}=1 \text{ 对所有状态 } r \text{ 均成立}, n=1,2,\cdots。$$

上式中假设可能的状态为 $N+1$ 个，应注意的是，如果系统现在处于状态 r，则从现在起经过 n 步一定处于某状态，因此

$$\sum_{s=0}^{N}P_{rs}^{(n)}=1。$$

通常，n 步平稳转移概率可计算如下：

$$P_{rs}^{(n)}=\sum_{j=0}^{N}P_{rj}P_{js}^{(n-1)}。$$

上式中可能的状态为 $0,1,2,\cdots,N$。即 n 步内从状态 r 到 s 的概率等于 1 步内从状态 r 到 j 的概率乘以 $n-1$ 步内从状态 j 到 s 的概率，再对所有 $j=0,1,2,\cdots N$ 求和。

3．稳态平稳转移概率

设已知一系统有 $N+1$ 个状态 $0,1,2,\cdots N$，如果对 n 的某些值有

$$P_{rs}^{(n)}>0,$$

$$r=0,1,2,\cdots,N, \quad s=0,1,2,\cdots,N,$$

并且如果

$$P_{1r}>0, \qquad r=0,1,2,\cdots,N,$$

则
$$\lim_{n\to\infty}P_{rs}^{(n)}=a_s, \qquad s=0,1,2,\cdots N。$$

a_s 是很多步以后处于 s 状态的稳态平稳转移概率。就是说，如果从每个状态最终能够达到另一个状态（可能在很多步以后），并且如果系统能在两步之间处于任意给定状态，则在很多步以后，处于任何给定状态的概率为一常数。该常数称为

给定状态的稳态概率。

$N+1$ 个稳态概率满足 $N+2$ 个线性稳态方程

$$a_s=\sum_{r=0}^{N}a_rP_{rs},\qquad s=0,1,2,\cdots,N,$$

$$\sum_{s=0}^{N}a_s=1。$$

因此,如果建立了 $N+1$ 个线性方程组,有 $N+1$ 个未知数,利用其中任意 N 个方程和式 $\sum_{s=0}^{N}a_s=1$,则方程组的解就是 $N+1$ 个稳态概率。上式必须为 $N+1$ 个方程中的一个,以保证这些稳态概率之和为 1。

4. 首次到达时间

通常用首次到达时间来定义转移时间。从状态 r 首次到达状态 s 所需的转移步数定义为从状态 r 到 s 的首次到达时间,用 T_{rs} 来表示。

如果系统从状态 r 最终(可能经过很多步)到达状态 s 的概率为 1,则相应的首次到达时间 T_{rs} 为随机变量,否则 T_{rs} 为无穷大。

如果 T_{rs} 是随机变量,令 $g_{rs}(t)$ 为相应的分布密度函数,t 表示 T_{rs} 能取的值,即 $t=1,2,3,\cdots$,则

$$\begin{cases}1\text{ 步内首次从状态 } r \text{ 到 } s \text{ 的概率为}\\ g_{rs}(1)=p_{rs};\\ 2\text{ 步内首次从状态 } r \text{ 到 } s \text{ 的概率为}\\ g_{rs}(2)=P_{rs}^{(2)}-P_{rs}P_{ss}=P_{rs}^{(2)}-g_{rs}(1)P_{ss};\\ n\text{ 步内首次从状态 } r \text{ 到 } s \text{ 的概率为}\\ g_{rs}(n)=P_{rs}^{(n)}-\sum\limits_{t=1}^{n-1}g_{rs}(t)P_{ss}^{n-t}。\end{cases}$$

因为 T_{rs} 是随机变量,

$$\sum_{t=1}^{\infty} g_{rs}(t)=1,$$

因而 T_{rs} 的期望值(从状态 r 到 s 的期望首次到达时间)为

$$\mu_{rs}=E(T_{rs})=\sum_{t=1}^{\infty} t g_{rs}(t)。$$

如果 $r=s$，则期望首次到达时间就称为状态 r 的期望再现时间，它是处于状态 r 的稳态概率的倒数。

一般来说，如果变量 $T_{is}(i=0, 1, \cdots, s-1, s+1, \cdots, N)$ 为随机变量，解下列的线性方程组可以得到从状态 r 到 s $(r \neq s)$ 的期望首次到达时间 μ_{rs}。

$$\begin{cases} \mu_{0s}=1+\sum\limits_{\substack{i=0\\ i\neq s}}^{N} P_{0i}\mu_{is}, \\ \mu_{1s}=1+\sum\limits_{\substack{i=0\\ i\neq s}}^{N} P_{1i}\mu_{is}, \\ \cdots\cdots \\ \mu_{s-1,s}=1+\sum\limits_{\substack{i=0\\ i\neq s}}^{N} P_{s-1,i}\mu_{is}, \\ \mu_{s+1,s}=1+\sum\limits_{\substack{i=0\\ i\neq s}}^{N} P_{s+1,i}\mu_{is}, \\ \cdots\cdots \\ \mu_{N,s}=1+\sum\limits_{\substack{i=0\\ i\neq s}}^{N} P_{Ni}\mu_{is}。 \end{cases}$$

在求 μ_{rs} 过程中，上述方程组的解给出 μ_{is}，$i=0, 1\cdots, s-1, s+1, \cdots, N$。

1.3 标识符及求解步骤

本程序中的标识符含义如下：

NP	状态数
PR ($X_0=1$)	初始状态为 I 的概率
P(I, J)	一步平稳转移概率
P(NP, J)	稳态转移概率
T(I, J)	I 步后状态为 J 的概率
E(I, J)	从状态 I 到状态 J 的首次到达时间的期望值

本程序要连续计算 $n(n=1, 2, \cdots)$ 步的概率，直到系统达到稳态或 $n=100$ 时为止。

如果达不到稳态，就打印出标志。不管能否达到稳态，都要打印出第 1 步，最后 1 步及中间若干步的平稳转移概率表。

给定系统在状态 $i(i=0, 1, \cdots, N)$ 的初始概率，则本程序可打印出 n 步($n=1, 2, \cdots$)后系统处于状态 $i(i=0, 1, 2, \cdots, N)$的概率。

最后，如果系统存在稳态概率，则程序就计算和打印首次到达时间和再现时间的期望值。

本程序中的具体求解步骤如下：

第 1 步　　输入各问题的数据(包括状态数 NP，初始状态为 I 的概率 PR($x_0=$I)，一步平稳转移概率 P(I, J)。若要一次求解多个问题，可重复上述读的次序，把各问题的数据逐一存放。

第二步　　计算矩阵 P 的幂，判定结束时间。

第三步　　打印稳态概率。