

逻辑 · 语言 · 计算

——马希文文选



商务印书馆

逻辑·语言·计算

——马希文 文选

商 务 印 书 馆

2003 年·北京

图书在版编目(CIP)数据

逻辑·语言·计算:马希文文选/马希文著. —北京:商务
印书馆,2003

ISBN 7-100-03543-0

I. 逻… II. 马… III. 马希文—选集 IV. C52

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 053029 号

所有权利保留。
未经许可,不得以任何方式使用。

LUÓJÍ YǔYÁN JISUÀN

逻辑·语言·计算

——马希文 文选

商务印书馆出版

(北京王府井大街 36 号 邮政编码 100710)

商务印书馆发行

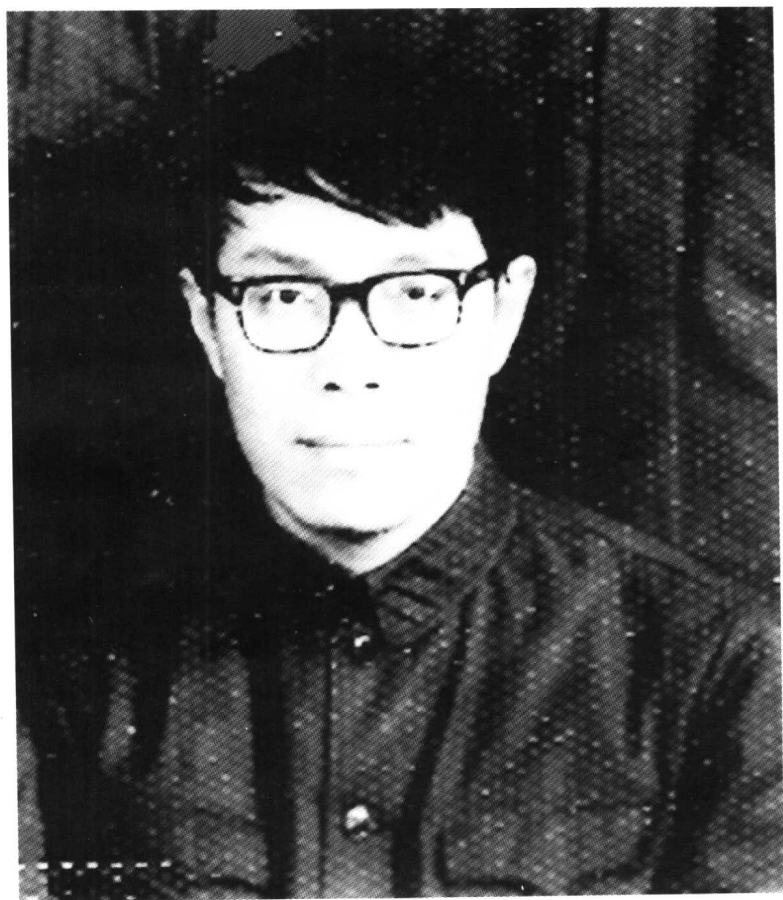
北京第二新华印刷厂印刷

ISBN 7-100-03543-0/H·907

2003 年 1 月第 1 版 开本 787×960 1/16

2003 年 1 月北京第 1 次印刷 印张 38¼ 插图 1 页

定价: 47.00 元



马 希 文

4444/03

序

马希文 1954 年考入北京大学数学力学系,入学时才 15 岁,是班上年龄最小的一个。他非常聪明,在专业学习上花的时间很少,但成绩却很好,与他同班的同学开玩笑称他为“小天才”。当时,我教他们高等代数,又是他所在小班的班主任,所以从他进入北大开始我们就非常熟悉。马希文兴趣广泛,值得一提的是他颇有音乐才能,学生时代担任过学生乐团的指挥,自己还能作曲。另外,他的语言天赋也给我留下了很深的印象。我记得他不但学习了课程规定的俄文,还自学了蒙古文及东欧一些国家的语言及世界语。

马希文不仅是一个兴趣广泛的人,而且对涉猎的很多领域都有深入的研究,取得过一些很好的研究成果或者提出过一些新的见解。这本集子中收入的仅是他研究成果的一部分。这些论文除了数学方面的以外,还涉及到语言学,其中包括方言,计算机语言以及计算理论。他的研究工作在很多方面可能只是开始,但我认为他提出的很多问题是值得深入进行研究的。所以,这本文集对从事有关研究的同志是有启发意义的。

马希文是极少见的聪明、多才多艺的人,可惜天不假年,对于他的过早去世我至今犹感悲痛。是为序。

丁石孙

目 录

数 学

双曲函数	(1)
(一)引言	(1)
(二)双曲函数的定义	(2)
(三)双曲函数与指数函数	(5)
有限传输设备系统的 Feinstein 引理	(9)
1. 引言	(9)
2. Shannon 引理	(9)
3. 有限传输设备系统的 Feinstein 引理的证明	(18)
4. 专线组的大小	(24)
关于拟因子法	(27)
§ 1. 用线性模型的一般理论处理拟因子设计	(27)
§ 2. 部分均衡搭配	(34)
§ 3. 列对比的应用	(39)
§ 4. 跋	(43)
分布式计算与异步叠代法	(46)

计 算 机 科 学

树计算机与树程序	(51)
§ 1. 基本概念	(51)
§ 2. 树程序的运行映象	(53)
§ 3. 树程序的描述公式	(56)

§ 4. 讨论	(59)
附录 定理 3.1 的证明	(62)
语义学中的关系方法	(66)
一、一个简单的例子	(66)
二、形式化	(69)
三、验证	(70)
四、函数和调用	(72)
五、一个递归程序	(74)
六、数据结构	(77)
七、结束语	(79)
什么是理论计算机科学	(80)
元计算机科学	(80)
人工智能	(83)
数据结构	(85)
程序理论	(86)
程序语言	(87)
计算机系统	(89)
程序设计学	(93)
引言	(93)
第一章 一个简单的例子	(95)
第二章 简单程序	(108)
第三章 简单程序的设计	(127)
第四章 类型	(146)
第五章 阵列	(159)
第六章 文件	(175)
第七章 子程序	(189)
第八章 记录	(207)
第九章 指针	(215)

附录 PASCAL 语法图	(222)
理论计算机科学引论	(231)
一、抽象计算机	(231)
二、S 表达式	(240)
三、递归函数	(248)
四、顺序计算	(260)
五、可举集合	(270)
六、逻辑计算	(278)
什么是可计算性?	(292)
《LISP 语言》绪言	(298)

人 工 智 能

机器证明及其应用	(307)
第一部分 机器证明	(307)
1.1 关于一阶谓词演算的说明	(308)
1.2 消解法则	(311)
1.3 机器证明	(317)
1.4 调解法	(324)
第二部分 程序验证	(328)
2.1 程序验证	(328)
2.2 Floyd 方法	(331)
2.3 程序图	(333)
第三部分 程序的设计	(338)
3.1 程序设计与机器证明	(338)
3.2 追溯算法	(341)
有关“知道”的逻辑问题的形式化	(348)
一、引言	(348)
二、“知道”的模态逻辑	(349)

三、可能界的谓词演算	(353)
四、可能组合算法	(357)
W-JS 有关“知道”的模态逻辑	(365)
一、引言	(365)
二、形式系统 W	(368)
三、语义解释 JS	(378)
四、“S 先生和 P 先生”谜题在 W-JS 下的形式化	(382)
《计算机不能做什么》校者的话——代中译本序	(390)
人工智能中的逻辑问题	(400)
§ 1. 限制逻辑	(400)
§ 2. 主观模态逻辑	(404)
§ 3. 行动逻辑	(406)
§ 4. 内涵逻辑	(408)
§ 5. 人工智能与逻辑	(412)
计算机与思维科学	(414)
自然语言理解	(423)
计算机与思维	(431)
附: 计算机与社会	(439)
《哥德尔、艾舍尔、巴赫——集异璧之大成》译校者的话	(444)

语 言 学

关于动词“了”的弱化形式 / • lou/	(448)
计算机与汉字改革	(465)
跟副词“再”有关的几个句式	(470)
通字——文字改革的一种途径	(487)
语文工作与科学技术	(493)
一、科技工作对语文工作有什么要求	(493)
二、科技工作怎样为语文工作做出贡献	(495)

三、语文工作本身的科学化	(496)
北京方言里的“着”	(499)
与动结式动词有关的某些句式	(510)
0. 引言	(510)
1. “ $N_1 V_1 V_2$ 了”是“ $N_1 V_2$ 了”的扩展	(511)
2. “ $N_1 V_1 V_2$ 了”的一种扩展: “ $N_1 N_2 V_1 V_2$ 了”	(514)
3. 用“把”来扩充“ $N_1 V_1 V_2$ 了”	(516)
4. 领属性的主语	(518)
5. 扩展引起的置换	(522)
6. 用“让”来扩展“ $N_1 V_1 V_2$ 了”	(525)
7. 与“数·量·名”结构有关的句式	(531)
8. 小结	(536)
从计算机汉字系统看《汉语拼音方案》	(538)
语言文字资料的计算机处理	(544)
以计算语言学为背景看语法问题	(558)
比较方言学中的计量方法	(570)
一、弗洛茨瓦夫分类法	(570)
二、因子分析法	(572)
三、相关系数的计算	(576)
四、统计方法的适用条件	(579)
《语言学知识的计算机辅助发现》序	(588)

附 录

良师益友	(593)
马希文	(596)
马希文教授生平简历	(599)
编后记	(603)

双曲函数

(一) 引言

我们回想一下通常的三角函数的定义. 设在平面上的一个直角坐标系中给了一个圆(为了简单起见我们把这个圆取作单位圆: $x^2 + y^2 = 1$, 图1), $M(x, y)$ 是圆上的一定点. 设 $\alpha = \angle E_1OM$, 则我们定义:

$$\sin \alpha = y;$$

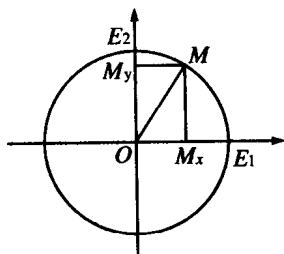
$$\cos \alpha = x.$$

我们把这个定义改变一下, 从另一角度来看三角函数, 便于我们与本文将要讨论的双曲函数作比较. 首先, 我们不设 $\alpha = \angle E_1OM$, 而说 α 是扇形 OE_1M 面积的两倍; 其次, 设 M_x 是 M 在 x 轴上的投影则有

$$\cos \alpha = x = \overrightarrow{OM_x} : \overrightarrow{OE_1},$$

$$\sin \alpha = y = \overrightarrow{M_xM} : \overrightarrow{OE_2};$$

最后应该说明一下, 所定义的三角函数, 是把单位圆变成自己的平面仿射变换(即平面绕点 O 的旋转)的不变量, 这就是说, 当扇形 OE_1M 占据另一个位置(例如 OE'_1M')时, 只要面积 α 不变, 定出的三角函数将有相同的值.



(图1)

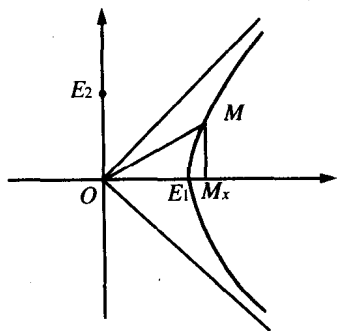
以上修改定义时所说的三点,可以说并未提出什么新的东西,因为前两点只是改变了说法,后一点在一般证明:

$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$ (1)时已经用到.读者可以看任何一本平面三角教科书.

(二) 双曲函数的定义

这一段利用到关于仿射变换的一些知识.请读者参看狄隆涅等著“解析几何学”第一卷第二章.

设在直角坐标系中给了双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的右枝(图 2), $M(x, y)$ 是



(图 2)

它的一个点, α 是扇形 E_1OM 的面积的两倍. 我们定义:

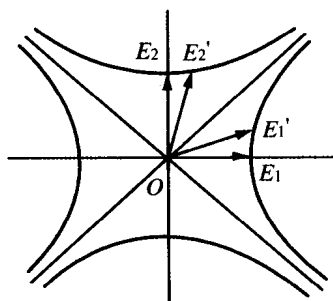
$$\operatorname{sh} \alpha = y = \frac{\overrightarrow{M_x M}}{\overrightarrow{OE_2}};$$

$$\operatorname{ch} \alpha = x = \frac{\overrightarrow{OM_x}}{\overrightarrow{OE_1}}.$$

这就是双曲正弦和双曲余弦.

现在让我们来证明一下. 上面定义两种双曲函数, 都是把已知双曲线变成自己的平面仿射变换(所谓双曲旋转, 参看上引“解析几何学”第四章 § 68 和 § 71) 的不变量, 这就是说, 不管扇形 OE_1M 占双曲线的什么位置, 只要面积 α 的值不变, 所定义的双曲函数将有相同的值.

设 $E'_1(a, b)$ 是已知双曲线上的任意点(图 3), 则 $E'_2(b, a)$ 显然是共轭双曲线 $x^2 - y^2 = -1$ 上的点, 而且不难证明, OE'_1 和 OE'_2 是已知双曲线的一对共轭半径. 因此, 根据二阶曲线的一般理论, 在由标架 $\{O; E'_1, E'_2\}$ 决定的新(仿射)坐标系里, 已知双曲线有同一个方程 $x^2 - y^2 = 1$. 由此可知, 在由原来的直角标架 $\{O; E_1, E_2\}$ 和新标架 $\{O; E'_1, E'_2\}$ 决定的仿射变换下, 已知双曲线变成了自己, 即所说的仿射变换是一个双曲旋转.



(图 3)

按照我们的假设, 当用 (x, y) 和 (x', y') 分别表示平面上任意点及其像点在标架 $\{O; E_1, E_2\}$ 中的坐标时, 这个双曲旋转有变换公式

$$\begin{aligned}
 x' &= ax + by, \\
 y' &= bx + ay,
 \end{aligned} \quad (2)$$

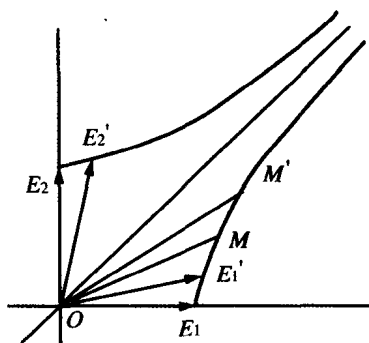
它的行列式(即所谓变形系数)

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} = a^2 - b^2 = 1,$$

所以它是等积仿射变换.

因此, 设在(2)下: $M \rightarrow M'$ (图 4), 即设 M 在 $\{O; E_1, E_2\}$ 中的坐标是 x, y , 则 M' 在 $\{O; E'_1, E'_2\}$ 中的坐标也是 (x, y) , 而且扇形面积之比

$$\frac{\triangle E'_1 OM'}{\triangle E_1 OM} = 1.$$



(图 4)

所以设

$$\alpha = 2\triangle E_1 OM,$$

则

$$\alpha = 2\triangle E'_1 OM'.$$

于是

$$\text{ch}\alpha = x = \frac{\overrightarrow{OM'_x}}{\overrightarrow{OE'_1}}$$

$$\text{sh}\alpha = y = \frac{\overrightarrow{M'_x M'}}{\overrightarrow{OE'_2}}$$

其中 M'_x 是 M' 在 OE'_1 上的平行于 OE'_2 的投影.

这样,我们就证明了,在双曲旋转下,所定义的双曲函数是不变量.

下面我们要来引出双曲函数的和角公式.为了简单起见,我们利用上述的记号和图 4. 设 β 表示扇形 $E_1 OE'_1$ 的面积的两倍,则有

$$\text{sh}\beta = b, \text{ch}\beta = a.$$

又由于 $\alpha + \beta$ 是扇形 $E_1 OM'$ 的面积的两倍,(设 x', y') 是点 M' 在标架 $\{O; E_1, E_2\}$ 中的坐标,我们按定义有

$$\text{sh}(\alpha + \beta) = y', \text{ch}(\alpha + \beta) = x'.$$

于是利用变换公式(2),而且考虑到 $x = \text{ch}\alpha, y = \text{sh}\alpha$, 我们有:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{ch}(\alpha + \beta) &= \operatorname{ch}\alpha \operatorname{ch}\beta + \operatorname{sh}\alpha \operatorname{sh}\beta, \\ \operatorname{sh}(\alpha + \beta) &= \operatorname{sh}\alpha \operatorname{ch}\beta + \operatorname{ch}\alpha \operatorname{sh}\beta; \end{aligned} \right\} (1')$$

这就是我们要证明的两个基本公式.

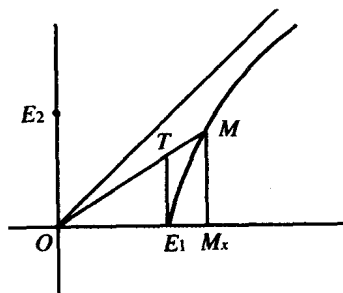
(三) 双曲函数与指数函数

在这一节中我们将要用分析的方法来证明熟知的公式:

$$\operatorname{sh}\alpha = \frac{1}{2}(e^{\alpha} - e^{-\alpha}),$$

$$\operatorname{ch}\alpha = \frac{1}{2}(e^{\alpha} + e^{-\alpha}).$$

首先,我们再引进一个双曲函数. 过 E_1 作双曲线的切线与 OM 交于 T 点(图 5), 把 $\frac{\overrightarrow{E_1T}}{\overrightarrow{OE_2}}$ 记为 $\operatorname{th}\alpha$, 称为 α 的双曲正切. 可以证明它也是在双曲旋转下的不变量. 根据三角形 OE_1T 和 OM_xM 的相似性, 不难证明 $\operatorname{th}\alpha = \frac{\operatorname{sh}\alpha}{\operatorname{ch}\alpha}$.



(图 5)

其次,在证明了双曲函数的对双曲旋转的不变性以后,我们完全可以单就图 5 中所画的直角坐标的情形,来讨论所引进的双曲函数,这时由于坐标向量都是单位向量,双曲函数都可以用对应的线段(的长度)来表示,因而我们可以写成:

$$\operatorname{sh}\alpha = M_xM, \operatorname{ch}\alpha = OM_x, \operatorname{th}\alpha = E_1T.$$

再有,我们还应该作以下的约定:当点 M 处在第四象限时,我们认为扇形 E_1OM 的面积(即 $\frac{1}{2}\alpha$)是负的.这时根据定义可以断定,必须认为线段 M_xM (即 $\text{sh}\alpha$)和 E_1T (即 $\text{th}\alpha$)都是负的.

现在我们可以来叙述本段的中心内容了.从图 5 我们看到:
 $\triangle OE_1T$ 的面积 $\leq$ 扇形 OE_1M 的面积 $\leq$

$$\leq \triangle OM_xM \text{ 的面积.}$$

这就等于是

$$\left| \frac{1}{2}E_1T \right| \leq \left| \frac{1}{2}\alpha \right| \leq \left| \frac{1}{2}M_xM \right|,$$

所以

$$|\text{th}\alpha| \leq |\alpha| \leq |\text{sh}\alpha|. \quad (3)$$

再有,由于双曲余弦是双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 右枝上的点的横坐标,我们有

$$\text{ch}\alpha \geq 1. \quad (3')$$

然后,我们从双曲线的方程可知:

$$\text{ch}^2 x - \text{sh}^2 x = 1,$$

从图 5 和定义可知:

$$\text{ch}0 = 1$$

$$\text{sh}0 = 0$$

再由(1'):

$$\text{sh}(-\beta) = -\text{sh}\beta$$

$$\text{ch}(-\beta) = \text{ch}\beta$$

因而:

$$\left. \begin{aligned} \text{sh}(\alpha - \beta) &= \text{sh}\alpha \text{ch}\beta - \text{ch}\alpha \text{sh}\beta, \\ \text{ch}(\alpha - \beta) &= \text{ch}\alpha \text{ch}\beta - \text{sh}\alpha \text{sh}\beta; \end{aligned} \right\} (1'')$$

比较(1'),(1'')可知:

$$\text{sh}\alpha - \text{sh}\beta = \text{sh}\left(\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\alpha-\beta}{2}\right) - \text{sh}\left(\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

所以

$$\text{sh}\alpha - \text{sh}\beta = 2\text{ch}\frac{\alpha+\beta}{2}\text{sh}\frac{\alpha-\beta}{2} \quad (4)$$

又

$$\operatorname{ch} \alpha - \operatorname{ch} \beta = 2 \operatorname{sh} \frac{\alpha + \beta}{2} \operatorname{sh} \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (4')$$

(4)和(4')是我们以下证明的主要根据. 利用它们, 我们有:

引理 1: 双曲函数是连续的.

证:

$$\begin{aligned} |\operatorname{th}(x + \Delta x) - \operatorname{th} x| &= \left| \frac{\operatorname{sh}(x + \Delta x)}{\operatorname{ch}(x + \Delta x)} - \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} \right| \\ &= \frac{|\operatorname{sh} \Delta x|}{\operatorname{ch}(x + \Delta x) \operatorname{ch} x} \leq \\ &\leq \frac{\operatorname{ch} |\Delta x|}{\operatorname{ch}(x + \Delta x) \operatorname{ch} x} |\Delta x|, \end{aligned}$$

假如 $x \neq 0$, 则取 $|\Delta x|$ 充分小可以使 $\operatorname{ch} |\Delta x| < \operatorname{ch} x$, 而 $\operatorname{ch}(x + \Delta x) \geq 1$ 所以

$$|\operatorname{th}(x + \Delta x) - \operatorname{th} x| \leq |\Delta x|. \quad (5)$$

对 $x = 0$, 上式显然正确.

(5)式表明 $\operatorname{th} x$ 连续.

又因为

$$\operatorname{ch} x = \frac{1}{\sqrt{1 - \operatorname{th}^2 x}}, \operatorname{sh} x = \operatorname{ch} x \operatorname{th} x$$

所以它们也连续.

引理 2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\frac{\operatorname{sh} x}{x} \rightarrow 1 (x \rightarrow 0)$.

证: 不失去普遍性可以假定 $x > 0$, 于是我们有

$$1 \leq \frac{\operatorname{sh} x}{x} = \frac{\operatorname{th} x}{x \operatorname{ch} x} \leq \frac{1}{\operatorname{ch} x}.$$

然而当 $x \rightarrow 0$ 时, $\operatorname{ch} x \rightarrow 1$ 所以当 $x \rightarrow 0$ 时, $\frac{\operatorname{sh} x}{x} \rightarrow 1$.

$$\text{定理: } \operatorname{sh} \alpha = \frac{1}{2}(e^\alpha - e^{-\alpha}),$$

$$\operatorname{ch} \alpha = \frac{1}{2}(e^\alpha + e^{-\alpha}).$$