

全平晒藏

309073

高等学校教学用书

# 弹性理论

徐芝纶编



人民教育出版社

高等学校教学用书



彈 性 理 論

徐芝綸編

人民教育出版社

871

本书简述弹性理论的基本原理和解题方法,而着重说明物理概念和工程应用,由平面问题进入空间问题,并对薄板、薄壳和基础梁的问题进行比较详细的讨论。本书除第一章绪论以外,其余各章末尾都有习题和答案,以便读者在每一阶段学习以后作自我测验。

本书可作为高等学校土建、水利类专业弹性理论课程的教本及其他工程专业弹性理论课程的参考书,亦可供工程设计人员自修之用。

## 弹 性 理 论

---

徐芝纶编

人民教育出版社出版 高等学校教材编辑组  
北京宣武门内承恩寺7号  
(北京市书刊出版业营业许可证出字第2号)

上海大东集成联合印刷厂印刷 新华书店发行

---

统一书号 15010·878 开本 850×1168 1/32 印张 12 6/16  
字数 295,000 印数 1—2,000 定价 (4) 1.40  
1960年4月第1版 1960年4月上海第1次印刷

# 目 录

第一章 緒論 .....	1
§ 1-1. 彈性理論的內容 .....	1
§ 1-2. 彈性理論的發展簡史 .....	3
§ 1-3. 古典彈性理論的基本假設 .....	8
§ 1-4. 几个物理量的通用記号和規定符号 .....	10
§ 1-5. 彈性理論問題的提出。空間問題与平面問題 .....	13
第二章 平面問題 .....	15
§ 2-1. 应力与体力的关系。平衡微分方程式 .....	15
§ 2-2. 形变与位移的关系。几何方程式。剛体位移 .....	16
§ 2-3. 应力与形变的关系。物理方程式 .....	19
§ 2-4. 应力与面力的关系。边界条件。森維南原理 .....	21
§ 2-5. 按应力求解問題。相容条件 .....	24
§ 2-6. 应力函数。逆解法与半逆解法 .....	27
§ 2-7. 习题 .....	30
第三章 用直角坐标解平面問題 .....	31
§ 3-1. 多项式解答 .....	31
§ 3-2. 矩形梁的純弯曲 .....	34
§ 3-3. 簡支梁受均匀載荷 .....	39
§ 3-4. 楔形体受重力和液体压力。重力坝 .....	46
§ 3-5. 級数式解答 .....	49
§ 3-6. 簡支梁受任意橫向載荷 .....	51
§ 3-7. 用差分法解平面問題 .....	54
§ 3-8. 差分法例題 .....	61
§ 3-9. 习题 .....	64
第四章 用极坐标解平面問題 .....	67
§ 4-1. 平衡微分方程式 .....	67
§ 4-2. 应力函数。相容条件 .....	69
§ 4-3. 形变和位移。物理方程式。几何方程式 .....	72
§ 4-4. 軸对称应力和对应的位移 .....	75

§ 4-5. 曲梁的純弯曲	70
§ 4-6. 圓筒受均匀布压力	82
§ 4-7. 孔边应力集中	87
§ 4-8. 楔形体在楔頂或楔面受力	93
§ 4-9. 半平面体在边界上受垂直力	99
§ 4-10. 重力场应力分析的概念	104
§ 4-11. 习题	109
<b>第五章 空間問題</b>	<b>112</b>
§ 5-1. 平衡微分方程式	112
§ 5-2. 物体内任意一点的应力状态。边界条件	114
§ 5-3. 主应力。应力状态的不变量	116
§ 5-4. 极大和极小的应力	119
§ 5-5. 几何方程式。体积应变	121
§ 5-6. 物体内任意一点的形变状态	122
§ 5-7. 物理方程式。結論	127
§ 5-8. 习题	129
<b>第六章 空間問題的解答</b>	<b>131</b>
§ 6-1. 按应力求解問題。相容条件	131
§ 6-2. 常截面杆的純弯曲	134
§ 6-3. 常截面圓杆的扭轉	139
§ 6-4. 軸对称問題。平衡微分方程式。相容条件	142
§ 6-5. 軸对称問題的解答。应力函数。形变和位移	149
§ 6-6. 半空間体在边界上受力	151
§ 6-7. 按位移求解問題	155
§ 6-8. 半空間体受重力和均匀布压力	156
§ 6-9. 习题	159
<b>第七章 常截面杆的扭轉和弯曲</b>	<b>161</b>
§ 7-1. 常截面杆的扭轉。应力	161
§ 7-2. 常截面杆的扭轉。位移	164
§ 7-3. 橢圓杆的扭轉	166
§ 7-4. 薄膜比拟法	169
§ 7-5. 矩形杆的扭轉	171
§ 7-6. 薄壁杆的扭轉	176
§ 7-7. 常截面杆的弯曲	180
§ 7-8. 橢圓杆的弯曲	184
§ 7-9. 矩形杆的弯曲	186

§7-10. 习题 .....	189
<b>第八章 薄板的弯曲</b> .....	<b>192</b>
§8-1. 定义和假设 .....	192
§8-2. 弹性曲面的微分方程式 .....	193
§8-3. 薄板横截面上的弯矩、扭矩和剪力 .....	197
§8-4. 边界条件。扭矩的等效剪力 .....	200
§8-5. 固定边椭圆形薄板的弯曲 .....	203
§8-6. 简支边矩形薄板的纳维叶解答 .....	204
§8-7. 矩形薄板的李维解答 .....	209
§8-8. 用差分法计算薄板 .....	210
§8-9. 圆形薄板的弯曲 .....	215
§8-10. 圆形薄板的轴对称弯曲 .....	218
§8-11. 圆形薄板在静水压力下的弯曲 .....	222
§8-12. 习题 .....	224
<b>第九章 薄壳问题</b> .....	<b>227</b>
§9-1. 圆柱面薄壳的平衡微分方程式 .....	227
§9-2. 按无矩理论计算圆柱面薄壳 .....	230
§9-3. 圆柱面薄壳的几何方程式和物理方程式 .....	233
§9-4. 圆柱面薄壳的轴对称弯曲 .....	236
§9-5. 圆筒形容器的弯曲 .....	238
§9-6. 按无矩理论计算回轉面薄壳。平衡微分方程式 .....	242
§9-7. 回轉面薄壳的轴对称内力 .....	244
§9-8. 回轉面薄壳的轴对称位移 .....	247
§9-9. 半球形薄壳受风压力 .....	250
§9-10. 球面薄壳受轴对称载荷时的附加内力 .....	254
§9-11. 习题 .....	257
<b>第十章 基础梁问题</b> .....	<b>259</b>
§10-1. 计算假设 .....	259
§10-2. 铰杆法的原理 .....	264
§10-3. 半无限大弹性体在匀布单位力作用下的沉降 .....	267
§10-4. 用铰杆法解平面问题 .....	270
§10-5. 用铰杆法解空间问题 .....	276
§10-6. 边载荷、邻近梁和变温的影响 .....	278
§10-7. 对称梁的简化计算 .....	281
§10-8. 常截面基础梁计算举例 .....	283
§10-9. 变截面基础梁计算举例 .....	288

---

§ 10-10. 在文克勒假设下用链杆法计算基础梁.....	291
§ 10-11. 基础梁的基本方程式.....	293
§ 10-12. 郭氏表格的使用.....	298
§ 10-13. 边荷载作用下表格的使用.....	344
§ 10-14. 文克勒假设下表格的使用.....	368
§ 10-15. 习题.....	386
人名对照表 .....	389

# 第一章 緒論

## § 1-1. 彈性理論的內容

彈性理論，又稱為彈性力學，乃是理論物理的一部分，其中研究力對於彈性體的作用，而着重研究這些力所產生的應力和形變，以及與形變有關的位移。

建築工程師們研究彈性理論，為的是深入了解各種建築物在彈性階段的應力狀態和形變狀態，從而尋求和改進這些建築物的計算方法，使其能同時滿足安全和經濟兩方面的要求。因此，彈性理論也列為建築力學的一部分。這樣，建築力學便分為三門學科：材料力學、結構力學和彈性理論。

這三門學科在研究對象上作了適當的分工。在材料力學里，基本上只研究杆狀構件，也就是長度遠大於寬度和厚度的構件。這種構件在拉壓、剪切、彎曲、扭轉作用下的應力和形變，是材料力學的研究對象。在結構力學里，主要是研究杆狀構件所組成的整個結構，也就是所謂杆件系統，例如桁架、剛架等等。非杆狀構件，例如板和殼，以及擋土牆、堤壩、地基等實體結構，只能在彈性理論里加以充分研究。對杆狀構件作進一步的、精確的分析，也須用到彈性理論。可見，彈性理論所包括的問題的種類，要比材料力學和結構力學廣泛得多。

雖然在材料力學和彈性理論里都研究杆狀構件，然而研究的方法卻不相同。在材料力學里研究杆狀構件，常常引用一些關於構件的形變狀態或應力分布的假設，這就大大簡化了數學推演，但是，得出的解答往往是近似的而不是精確的。在彈性理論里研究



杆状构件，一般都不必引用那些假設，而是严格地根据静力学、几何学、物理学三方面的条件来考虑，因而得出的結果比較精确，并且可以用来校核材料力学里得到的近似解答。

例如，在材料力学里研究梁的弯曲，我們引用了平面截面的假設，得出的結果是：橫截面上的正应力（弯应力）按直綫分布，图 1-1, a。在彈性理論里研究这同一个問題，就无须引用平面截面的假設。相反地，我們可以用彈性理論里的結果来校核这个假設的正确性，并且由此判明：如果梁的高度并不远小于梁的跨度，而两者是同等大小的，那末，橫截面上的正应力并不按直綫分布，而是按曲綫分布的，如图 1-1, b 所示。

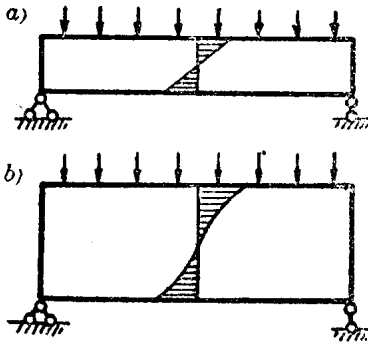


图 1-1.

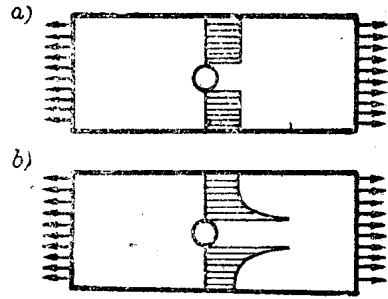


图 1-2.

又例如，在材料力学里計算有孔的拉伸构件，通常就假設拉应力在淨截面上均匀分布，图 1-2, a。彈性理論指出，淨截面上的拉应力远不是均匀分布，而在孔边发生高度的应力集中；孔边的最大拉应力要比平均拉应力大得很多，图 1-2, b。

彈性理論可以分为数学彈性理論和实用彈性理論两部分。在数学彈性理論里，只用精确的数学推演而不引用关于形变状态或应力分布的假設。本书的第二章到第七章属于数学彈性理論。在实用彈性理論里，和在材料力学里一样，也引用这一类的假設来簡

化推演，得出具有一定近似性的解答。這樣，按照解答的精確程度說來，實用彈性理論是接近材料力學的；但是，由於其中所研究的問題比較複雜，需要比較複雜的數學工具，同時還要用到數學彈性理論中的結果，所以歸入彈性理論。本書的第八章到第十章屬於實用彈性理論。

### § 1-2. 彈性理論的發展簡史

彈性理論的發展過程，和其他學科的發展過程一樣，是首先從生產經驗的累積和科學實驗的綜合得到一些粗淺的理論，然後再把這些理論應用於生產實踐，在應用的過程中間又累積了更豐富的經驗，再結合進一步的科學實驗而得到更完善的理論，繼續發展。彈性理論經過這樣循環往復的過程，到目前已經發展成為相當完善的一門學科。

遠在古代，人們就通過建築物的建造和車、船、工具的製造積累了一些實際經驗。從公元前幾百年開始，就有一些建築師和技師們致力於制訂建築物的計算理論。但是，這些理論多半是從臆想得來，沒有被科學實驗和足夠的實踐所証實，因而沒有什麼實用價值，對於建築力學的發展（特別是對於彈性理論的發展）並不起什麼作用。

藝術家、物理學家兼工程師芬奇（1452—1519年）曾提出有關材料強度的一些見解，並且指出：“實踐是科學理論的最終准繩，……我認為，那些不產生於實驗（一切真實之母）並終結於實驗的科學，都是無價值和充滿錯誤的。”他的這種完全符合於現代科學方法論的見解，不但公正地批判了過去的建築物計算理論，同時也指出後一階段的努力方向。

在十七和十八世紀期間，主要是發展了材料力學。數學家兼力學家伽利來（1564—1642年）曾進行過梁的彎曲實驗，並在1638

年提出了他自己对于梁的强度的見解。虽然他的見解是有錯誤的,但是,因为他首創地开始了实验研究工作,所以很多人認為他是“强度科学”的創立者。

此后,虎克进行过大量的实验工作,并在 1678 年提出了拉伸情况下力与形变成正比的定律;馬立奧特在 1680 年将这一定律应用于梁的弯曲;柏努利曾提出平面截面的假設,并立出梁軸彈性曲綫的微分方程式 (1705 年);欧拉繼續在梁軸彈性曲綫方面进行研究,并創立了压杆的縱弯曲理論 (1757 年);庫倫提出了現在材料力学中所用的梁的弯曲理論 (1776 年),并研究了圓軸的扭轉 (1784 年);楊氏确立了关于拉伸彈性模数的概念,并用实验方法決定这个模数 (1807 年)。这样,到十九世紀初叶,就奠定了材料力学的基础,并为彈性理論的創始准备好了基地。

十八世紀末年的工业革命导致工厂的发展和机器的使用,这就常常要求解决有关建筑物和机器强度的一些技术問題。这些問題越来越复杂,而且越来越多样化,使得旧有的材料力学知識越来越显得不够用,而迫切需要創立一个一般性的理論来加以解决。彈性理論就是在这种情况下开始发展的。

首先研究彈性体的一般平衡方程式的是納維叶。他在 1821 年向巴黎科学院提出的报告,被認為是彈性理論的創始。在 1822 年到 1827 年的期間,歌西建立了“物体內一点的应力状态”这个概念,建立了形变与位移之間的微分关系,并导出了彈性体的运动和平衡方程式。稍后,拉密利用应力与形变之間的綫性关系和形变与位移之間的微分关系,从平衡微分方程式中消去应力,得出位移所应当滿足的一組微分方程式,可以用来求解位移,从而求得形变和应力。在 1864 年,森維南导出了形变所应当滿足的微分方程式,也就是所謂形变协调方程式或相容方程式。这就可能建立应力所应当滿足的一組完备的方程式;求解这一組方程式,就可能直

接求得應力而不必首先決定位移。到此為止，彈性理論已有了穩固的基礎；求解彈性理論的一些簡單問題，往往可以歸結為按照邊界條件求解一組微分方程式的數學問題。

起初，彈性理論只用來分析一般的物理問題，例如彈性體中波的傳播問題和地殼中的應力問題等等。從十九世紀中葉開始，彈性理論才用來解答工程上的問題。首先是基爾希霍夫解答了薄板問題（1850年），拉密解答了圓筒和空心圓球的問題（1852年），森維南解答了柱形杆扭轉和彎曲的問題（1855—1856年）。後來，艾雷解答了平面問題（1862年），阿隆提出了薄殼問題（1874年），伽道林分析了套筒問題（1875年），布希涅斯克解答了半無限大彈性體在邊界上受力的問題（1878年），赫芝解答了接觸問題（1882年），郭洛文解答了曲杆的純彎曲問題（1882年）。這些貢獻對於建築工程和機械工程都有很大的幫助。

在二十世紀，新型建築結構的使用，大型水工建築物的建造，飛機和船舶上輕型構件的採用等等，都促進彈性理論進一步地、更迅速地發展。在這一階段，彈性理論的發展具有和以往不同的下列特點：

(1) 俄國和蘇聯科學家的領先。從二十世紀初葉開始，俄國科學家在建築力學方面的貢獻就有超過西方國家的趨勢。在偉大的十月社會主義革命之後，隨着社會主義建設中各種建築物的建造，蘇聯科學家們在彈性理論方面的成就是西方國家所望塵莫及。例如，穆斯海里什維里繼柯洛索夫之後，廣泛地應用復變數函數解決了很多平面問題；伽辽尔金對平衡微分方程式組提出了三項雙諧函數式的解答，並將其應用於厚板問題；琶普柯維奇提出了四項雙諧函數式的解答，並將其應用於平面問題和空間軸對稱問題；費洛寧軻-鮑羅第契用他所提出的特種函數來分析棱柱體內的應力；別辽耶夫和施塔也爾芒發展了彈性體接觸問題；符拉索夫擬

定了薄壁構造的一般理論；此外還有希勃諾夫、鉄摩辛柯、第尼克、雷本尚等等科學家提出一些新的研究方法，並求出許多重要實用問題的具體解答。這些成就，往往是在提出了若干年之後才被西方國家得知的。

(2) 近似法和比拟法的使用。由於很多問題的邊界條件非常複雜，很難從彈性理論的微分方程組求得精確解答，工程師和力學家們就發展了一些近似計算法。例如，雷茨提出了能量法（1908年），馬爾庫斯提出了差分法（1932年），蘇斯威爾提出了松弛法（1935年），等等。這些方法使得一些重要的工程問題有了近似的、但也足夠精確的解答。另一方面，由於彈性理論中某些問題的基本方程式的形式相似，有的還和其他學科中某些問題的基本方程式相似；科學家們又創造了一些比拟法，利用一個問題的解答求出另一個問題的解答。例如，普郎都提出了常截面杆扭轉問題的薄膜比拟法（1903年），維加特提出了平面問題的薄板比拟法（1908年），鉄摩辛柯提出了懸臂梁彎曲問題的薄膜比拟法（1913年），開爾文提出了常截面杆扭轉問題的流體動力學比拟法（1912年），賈可卜生提出了變截面杆扭轉問題的电學比拟法（1925年）。這些比拟法不但有助於用數學方法求解問題，而且提供了用實驗方法量測應力或位移的可能性。

(3) 非綫性彈性理論和各向異性體彈性理論的發展。從二十世紀初葉開始，彈性理論的發展沖出了各向同性體的綫性彈性理論的古典範圍。卡門首先提出了薄板的大撓度問題（1910年）。後來，比奧特和摩納干提出了彈性體的大變形問題（1939年和1952年）。這些問題的特性是：彈性體的位移或者變形並不微小，必須用變形以後的尺寸來描述彈性體的平衡狀態，因而問題的微分方程式不是綫性的。由於數學上的困難，只有非常簡單的少數幾個問題有了解答。至於各向異性體的彈性理論，雖然從歌西和泊松

开始,就曾經进行过有关彈性常数的研究,但很久都沒有人研究过具有实用价值的具體問題。在1929年,胡勃尔提出了有关各向异性板的研究工作;在1947年和1950年,列赫尼茨基发表了“各向异性板”和“各向异性彈性体的彈性理論”两篇专著,解决了各向异性体的一些彈性理論問題。

(4) 彈性理論和結構力学的綜合应用。由于苏联力学家和建筑工程师們的努力,彈性理論和結構力学越来越密切結合。彈性理論吸收了結構力学中的超靜定結構分析法以后,大大地扩展了它的应用范围,使得某些很复杂的实际問題得到完全可用的解答(虽然帶有一定的近似性)。值得特別提出的有:施塔也尔芒把圓屋頂的計算变换为彈性支承的拱的計算(1933年);符拉索夫把柱面形的折板和薄壳变换为薄壁构件的系統,再用結構力学中的方法进行計算(1940年);日莫契金把基础梁和板桩变换为彈性支座上的梁,再用結構力学中的混合法进行計算(1937年和1948年)。这些贡献向我們指出,彈性理論和結構力学之間的人为界限,虽然已經存在了几个世紀,将随着这两个学科的共同发展而逐渐趋于消失。

虽然科学的发展能推动生产的发展,但更主要的是:生产实践产生科学,生产发展的要求推动科学的发展。我国在解放以前,生产力受到重重束縛,生产不能发展并且遭到破坏,因而科学的发展也就远远落在其他一些国家的后面,当然建筑科学也不能例外。但是1949年革命的胜利,1956年对农业、手工业和私营工商业的社会主义改造的胜利,以及近一年来政治思想战线上的社会主义革命的胜利,使生产力获得了一次又一次的大解放,特別是在党提出了“鼓足干劲、力爭上游、多快好省地建設社会主义”的总路綫之后,更形成了工农业生产的大跃进。生产的大发展,向科学提出了大量等待解决的重要問題,其中也有不少是要用彈性理論来解决

的問題。例如，三峽水利樞紐的建築物，就有不少須用彈性理論來加以分析，使其既安全又經濟。另一方面，生產中提供的大量資料以及提出問題的解決，也必然將推動科學的迅速發展。可以預期，在總路綫的光輝照耀下，生產發展的大躍進形勢必將帶來科學發展的大躍進局面，彈性理論也必然能和其他科學一樣，很快地趕上世界水平。如何應用理論來為生產服務，以達到“多快好省”的要求，如何總結生產實踐中的經驗，使之成為系統的理論，這是擺在每個工程師和科學工作者面前的光榮而艱巨的任務。

### § 1-3. 古典彈性理論的基本假設

本書中所述的一切，都屬於古典彈性理論的範圍。古典彈性理論是以下列基本假設為根據的。

(1) 假設物體是連續的——整個物體的體積都被組成這物體的介質填滿，不留下任何空隙。這樣，物體內的一些物理量，例如應力、形變、位移等等，才可能是連續的，因而才可能用坐標的連續函數來表示。實際上，一切物體都是微粒組成的，都不能符合上述假設。但是，可以想見，如果微粒本身的尺寸以及相鄰微粒之間的距離都比物體的尺寸小得很多，那末，關於物體連續性的假設，並不會產生顯著的誤差。從物體微粒構造出發的所謂“顆粒彈性理論”，到現在為止，還遠遠沒有發展到可以應用的階段，因而還遠遠不能代替現在的“連續介質彈性理論”。

(2) 假設物體是完全彈性的。所謂彈性，指的是“物體在產生形變的外力被除去以後能夠恢復原形”這一性質；所謂完全彈性，指的是物體能完全恢復原形而沒有任何剩餘形變。這樣，物體在任一瞬時的形狀就完全決定於它在這一瞬時所受的外力，與它過去的受力情況無關（假設溫度沒有改變）。由材料力學已知：韌性材料的物體，在應力未達到屈服極限以前，是近似的完全彈性體；

脆性材料的物体,在应力未超过比例极限以前,也是很近似的完全弹性体。又由材料力学已知,在这种情况下,材料服从虎克定律,也就是,应力与形变成正比。不服从虎克定律的材料所组成的物体,只在塑性理論中加以研究。

(3) 假設物体是均匀的——整个物体是由同一材料做成的。这样,整个物体的所有各部分才具有相同的物理性质,因而物体的弹性常数(弹性模数和泊松系数)才不随位置坐标而变。如果物体是由两种或两种以上的材料组成的,例如混凝土,那末,也只要每一种材料的颗粒远小于物体而且在物体內均匀分布,这物体就可以当做是均匀的。

(4) 假設物体是各向同性的——物体的物理性质,特别是弹性,在所有各方向都相同。这样,物体的弹性常数才不随方向而变。显然,木料和竹料的构件都不能作为各向同性体看待。至于钢料的构件,虽然它含有各向异性的晶体,但由于晶体非常微小而且是杂乱排列的,所以,钢料构件的弹性(包含无数多晶体杂乱排列时的統觀弹性)大致是各向相同的。

凡是符合以上四个假設的物体,称为理想弹性体。

(5) 假設位移是微小的——物体受力以后,整个物体所有各点的位移都远小于物体的原有尺寸,因而轉角和应变都远小于1。这样,在考虑物体变形以后的平衡状态时,可以用变形以前的尺寸来代替变形以后的尺寸,而不致有显著的誤差;并且,在考虑物体的形变时,轉角和应变的二次幂或乘积都可以略去不計。这就使得弹性理論中的微分方程式成为綫性的。因此;古典彈性理論是綫性彈性理論。至于非綫性的問題,例如弹性平衡穩定性的問題和薄板薄壳大撓度的問題,都属于近代彈性理論的範圍。

总之,古典彈性理論的研究对象是理想弹性体的綫性問題。



### § 1-4. 几个物理量的通用記号和規定符号

彈性理論中常用的物理量有外力、应力、形变和位移。这些物理量，虽然在其他課程中已經用到过，但在这里仍有詳細說明的必要。

作用于物体的外力可以分为体力和面力。所謂体力，是分布在物体体积內的力，例如重力和慣性力。在物体內的任一点，作用于单位体积的体力，用它在坐标軸上的投影  $X, Y, Z$  来表明，以沿坐标軸正方向的为正，沿坐标軸負方向的为負。这三个投影称为在該点的体力分量。

所謂面力，是作用在物体表面上的力，例如流体压力和接触力。在物体表面上的任一点，作用在单位表面面积上的面力，也用它在坐标軸上的投影  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  来表明，以沿坐标軸正方向的为正，沿坐标軸負方向的为負。这三个投影称为在該点的面力分量。

为了考察物体內某一点  $P$  的应力，在这一点从物体割取一个无穷小的平行六面体，它的棱边平行于坐标軸而长度为  $PA = dx, PB = dy, PC = dz$ ，图 1-3。将每一面上的应力分解为一个正应力和两个剪应力，分别与三个坐标軸平行。正应力用字母  $\sigma$  表示。为了表明这个应力的作用面和作用方向，再加上一个脚碼。例如，正应力  $\sigma_x$  是作用在垂直于  $x$  軸的面上同时也沿  $x$  軸方向作用的。剪应力用字母  $\tau$  表示，并加上两个脚碼。前一个脚碼表明作用面垂直于哪一个坐标軸，后一个脚碼表明作用方向沿着哪一个坐标軸。例如，剪应力  $\tau_{xy}$  是作用在垂直于  $x$  軸的面上而沿  $y$  軸方向作用的。

如果某一个面上的外法綫是朝着坐标軸的正方向，这个面上的应力就以沿坐标軸正方向为正，沿坐标軸負方向的为負。相反，如果某一个面上的外法綫是朝着坐标軸的負方向，这个面上的应