

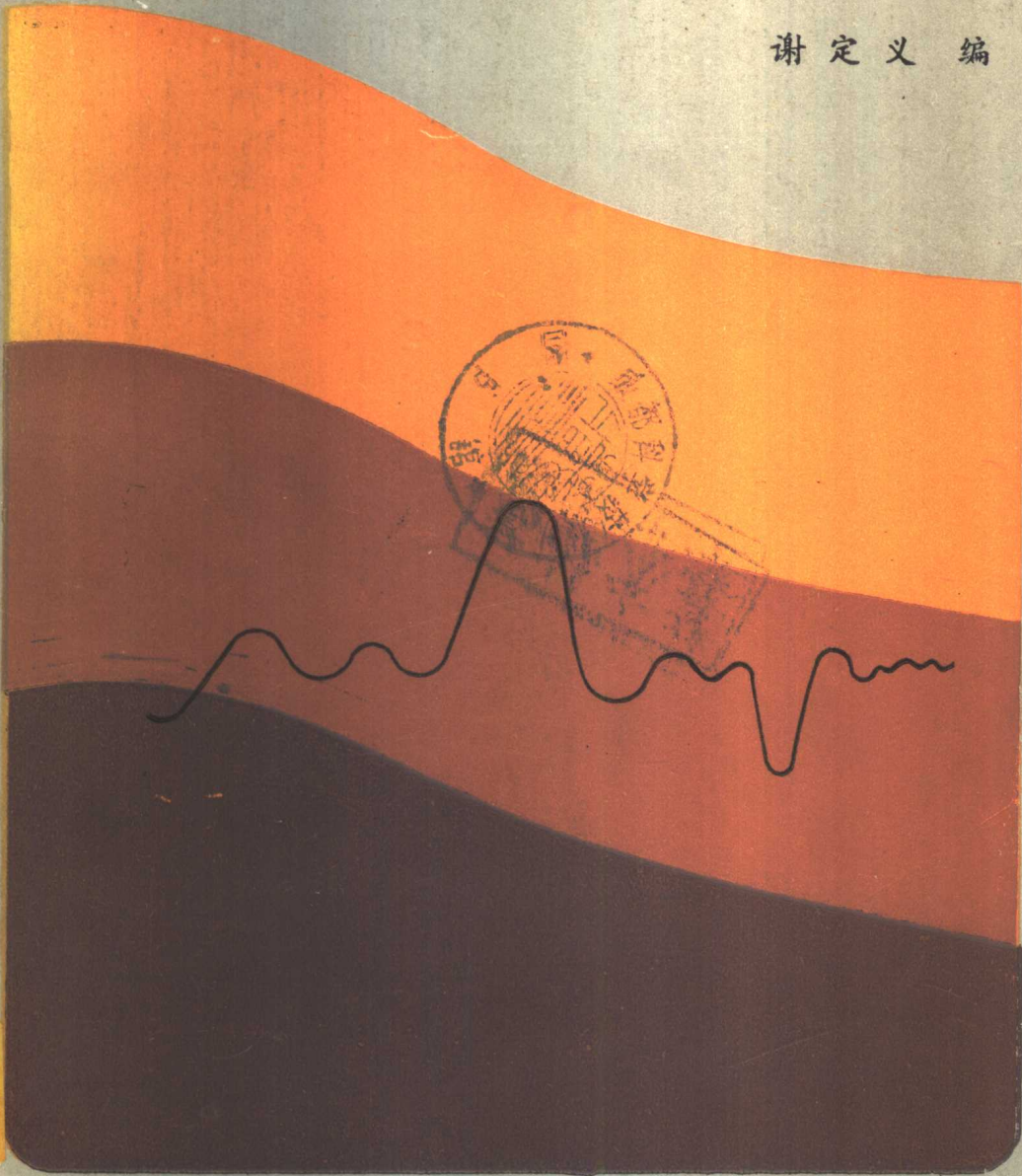
991441

TUDONG LIXUE

TUDONG LIXUE

# 土动力学

谢定义 编



西安交通大学出版社

5(3)81  
0438

# 土 动 力 学

谢 定 义 编 著

西 安 交 通 大 学 出 版 社

## 内 容 简 介

本书系统地介绍了土动力学的基础理论知识，对其基本概念作了明确清晰的阐述，广泛吸收了土动力学领域内近年来的最新科研成果，对各有关问题上的新思路和新成就作了简要的分析介绍。

本书共分十一章，内容包括：绪论；动荷在土中引起的振动与波动及其运动规律；土的动强度、动变形与动孔隙水压力；饱和砂土及轻亚粘土的振动液化；土动力特性测试设备与方法；土的动应力-动应变关系；土工抗震概论；土体的动力反应分析；土体动力稳定性的拟静力分析法；土体动力稳定性的强度-变形分析法；土与结构物的相互作用。

本书可以作为岩土工程学科的研究生和土建类专业大学本科生的教材，也可以作为科研和生产单位从事土动力学方面研究、试验和设计工作人员的参考书。

### 土 动 力 学

谢定义 编 著

责任编辑 林 全

西安交通大学出版社出版

(西安市咸宁路28号)

西安前进印刷厂印装

陕西省新华书店发行 各地新华书店经售

开本787×1092 1/16 印张 25.125 字数：460千字

1988年9月第1版

1988年9月第1次印刷

印数：1—3000

ISBN7—5605—0028—5/TU·1

定价：4.90元

## 前 言

土动力学 (Soil dynamics) 是土力学的一个分支, 是研究各种 (由地震、爆炸、海浪、动力机械等所引起的) 动荷作用下土的变形强度特性及土体变形强度稳定性的一门学科。它在现代工程建设中占据着重要的地位, 是设计具有良好抗震、抗爆性能的地基、基础和结构物的一种有力工具。为了系统地介绍土动力学这门新兴学科, 推动我国土动力学研究工作的进一步发展, 我们参考了国内外有关文献和专著, 结合自己的学习、教学和科学研究的体会, 编成本书。全书共包括十一章, 第一章绪论, 介绍了动荷载的类型、作用特点及其对工程建设的影响, 提出了土动力学的作用、内容、发展与研究方法。第二章~第六章介绍了土的动力特性, 包括动荷在土中引起的振动与波动及其运动规律、土的动强度、动变形与动孔隙水压力、饱和砂土及轻亚粘土的振动液化、土动力特性的测试设备与方法及土的动应力-动应变关系。第七章~第十章介绍了土工抗震概论、土体的动力反应分析、土体动力稳定性拟静力分析法, 土体动力稳定性的强度-变形分析法。最后, 第十一章介绍动荷载下土和建筑物相互作用问题的基本理论和方法。在以上问题的介绍中, 由于编者水平有限, 资料不足, 定会有挂一漏万, 甚至错误之处, 希能得到有关专家和读者的批评指正。

在本书编写过程中, 编者从中国科学院水利电力部北京水利水电科学研究院、国家地震局哈尔滨工程力学研究所、冶金部北京冶金建筑科学研究总院、南京水利科学研究院、清华大学、河海大学、同济大学及西安冶金建筑学院等单位的专家、教授汪闻韶、刘颖、张克绪、王余庆、王志良、沈珠江、陈仲颐、徐志英、郑大同和钱鸿缙等人的有关著作和提供的资料中得到了较多的教益和帮助。陕西机械学院的刘祖典教授和巫志辉、段云秦、张建民、郭耀堂等同志也为本书提出了宝贵的意见, 并做了大量的工作, 在此对他们深表谢意。

编 者      1987年4月于西安

7X 503108

# 目 录

<b>第一章 绪论</b> .....	(1)
第一节 动荷载的类型及其对土体的作用特点.....	(1)
第二节 动荷载作用对工程建筑的影响.....	(2)
第三节 土动力学的任务、内容与研究途径.....	(3)
第四节 土动力学的发展历史与趋势.....	(4)
<b>第二章 动荷在土中引起的振动与波动及其传播规律</b> .....	(6)
第一节 振动与波动.....	(6)
第二节 振动的类型、规律与计算.....	(7)
第三节 振波在弹性介质中传播的特点与规律.....	(21)
第四节 振波在土介质中的传播规律及其应用.....	(36)
第五节 隔振与土体的隔振措施.....	(44)
<b>第三章 土的动力强度、动变形与动孔隙水压力</b> .....	(46)
第一节 土的动力失稳特性.....	(46)
第二节 土的动力强度及其变化规律.....	(47)
第三节 土的动力强度曲线与动力强度指标.....	(51)
第四节 土的振动压密与振陷.....	(54)
第五节 土的动力蠕变特性.....	(56)
第六节 饱和砂土的振动孔隙水压力及其估算.....	(58)
<b>第四章 饱和砂土及轻亚粘土的振动液化</b> .....	(77)
第一节 振动液化的机理.....	(77)
第二节 影响饱和土振动液化的主要因素.....	(79)
第三节 饱和砂土液化可能性的估计.....	(89)
第四节 饱和轻亚粘土液化可能性的估计.....	(115)
第五节 液化危害性分析.....	(116)
第六节 增强土抗液化稳定性的基本途径和方法.....	(119)
<b>第五章 土动力特性的测试设备与测试方法</b> .....	(126)
第一节 土动力特性试验研究的基本测试设备.....	(126)
第二节 室内测试的设备与方法.....	(140)
第三节 现场测试的设备与方法.....	(162)
<b>第六章 土的动力-动应变关系</b> .....	(172)
第一节 应力应变关系力学模型的简析.....	(172)

第二节	土动应力-应变关系的特点	(176)
第三节	双线性模型	(182)
第四节	等效线性模型	(183)
第五节	Iwan模型	(195)
第六节	Martin—Finn—Seed模型	(199)
第七节	弹塑性模型	(203)
第八节	内时模型	(224)
第九节	瞬态模量场模型	(232)
<b>第七章</b>	<b>土工抗震概论</b>	(234)
第一节	强地震运动的特性	(234)
第二节	地震反应与反应谱	(241)
第三节	地震反应分析的理论基础与途径	(248)
<b>第八章</b>	<b>土体的动力反应分析</b>	(251)
第一节	剪切层法	(251)
第二节	集中质量法	(263)
第三节	有限单元法	(283)
第四节	振型叠加法	(289)
<b>第九章</b>	<b>土体动力稳定性的拟静力分析法</b>	(300)
第一节	概述	(300)
第二节	地基的动承载力	(301)
第三节	挡墙上的动土压力	(310)
第四节	土坡的动力稳定性	(319)
<b>第十章</b>	<b>土体动力稳定性的强度-变形分析法</b>	(336)
第一节	土体动力稳定性的强度分析法	(336)
第二节	土体动力稳定性的变形分析法	(351)
<b>第十一章</b>	<b>土与结构物的相互作用</b>	(363)
第一节	动力机器基础与地基土层的相互作用	(363)
第二节	地基与上部结构在地震时的相互作用	(383)
第三节	土体与其中结构物的相互作用	(386)
第四节	结构物地下部分周围的土体与整体结构之间的相互作用	(393)



# 第一章 绪 论

为了对土动力学有一个总体的了解，在这一章里我们先从讨论工程建设中常遇到的动荷载及其对建筑物的影响出发，进而提出土动力学研究的课题、途径与方法，最后再简要介绍土动力学问题的发展简况与前景。

## 第一节 动荷载的类型及其对土体的作用特点

建筑物的地基、基础和上部结构是一个共同工作的系统。来自地基运动的动荷载可以通过基础传到上部结构，来自上部结构的动荷载，也可以通过基础传到地基，这样传来的动荷载，还可以再次往返传递，而且每次传动时，若动荷作用下地基及上部结构物的变形强度特性发生变化，则实际所引起的动荷载也不断变化。为了估计动荷作用下地基土体和上部结构稳定性的发展和趋向，一方面要了解材料性质的变化规律，另一方面要了解动荷往返传递的规律，动荷载的类型和特点则是研究问题的基础。

动荷可以由机器运动部分的惯性力产生，可以由坠落重物所引起的冲击力产生，可以由地震或大能量的爆破作用产生，也可以由移动荷载（火车、汽车等）的作用产生，还可以由流体在管腔内流动所引起的脉冲力，高耸建筑物上作用的风力，海洋建筑上的浪压力以及各种爆炸引起的气浪压力等产生。这些由不同原因引起的动荷载具有不同的作用特点(图1-1)，从动荷载作用的基本要素，即振幅、频率、持续时间和波型的变化来分析，动力机器运行时引起的动荷，视机器的不同类型，振幅和频率的变化范围较大，且有随时间变化的多样性和

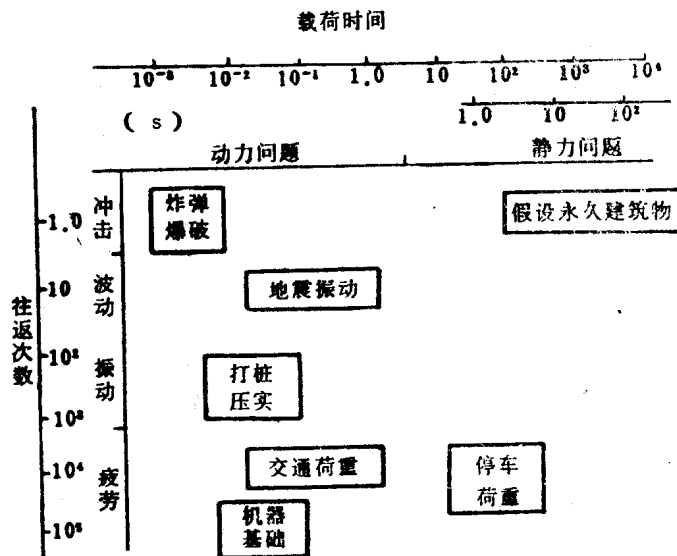


图 1-1

作用的长期性；坠落重量所引起的动荷为冲击型，其大小取决于传递结构的弹性和惯性，作用时间较短；地震所引起的动荷，振动复杂，缺乏规律性，幅值大，频率低（1~5Hz），历时短（通常只有几十秒），变化大；车辆移动荷载的动荷作用，其特性视道路的不平整度，有时很大，有时很小；海浪的动荷作用；周期长（5~20s），持时久（3~9h），循环次数大（几千次）；流体运动的动荷作用，其特性视抽、压力机械的性质和管腔的几何形状而定；风载的动荷作用，频幅的变化都很大，时增时减，不够稳定；气浪的动荷作用为多次连续的冲击，持续时间不等；爆炸引起的动荷主要为大压力幅的单脉冲，持续时间很短，压力上升很快（几或几十毫秒）。对于这些复杂多变的动荷作用，在研究其对土性的影响时，自然应该区别对待。因此，在土动力学研究中，常根据主要的动荷作用特点，基本上可以分为如下三类问题：

- (1) 单一的、大脉冲荷载问题，如爆破引起的动力作用；
- (2) 多次重复的微幅振动问题，如机器基础引起的振动作用；
- (3) 有限次数的、无规律的振动问题，如地震引起的振动作用。

上述三类动荷载，有其共同的地方（即荷载随时间而在变化），因此在理论分析方法上也大体相同。但是由于它们在变化规律上及应力量级上的不同，在土中所产生的应变及发展规律均有很大的差别。例如，在核爆炸作用下，土中产生的应力波所引起的应变级（在考虑防护的范围内，可以大到 $10^{-2}$ ，而在一个合理设计的动力机器基础下，土的应变级约为 $10^{-5}$ 或更小。地震引起的应变级则介于二者之间。在这些不同应变级范围内，土的性质具有不同的应力应变规律，如机器基础下的土主要在弹性范围内工作，爆炸作用下的土视爆炸能量及传递距离可能处于弹性，弹塑性或塑性范围内工作；地震作用下的土视震级也可能处于弹性，弹塑性或塑性范围内工作。因此，对爆炸作用下的土动力学问题，动力机器基础振动作用下的土动力学问题以及地震作用下的土动力学问题，常分别研究。对于其它原因引起的动荷作用，如海洋土动力学问题等，也应该在尽可能模拟其动荷要素的条件下进行研究。

既然，各种动荷作用的共同特点是它的大小随时间而发生变化，那末对动荷在随时间变化过程中的两种效应就必须注意：一是，速率效应，即荷载在很短的时间内以很高的速率施加于土体所引起的效应；二是，循环效应，即荷载的增减，多次往复循环地施加于土体所引起的效应。对于第一类动荷，主要表现出速率效应的影响，对于第二类动荷，则主要表现出循环效应的影响，对于第三类动荷，其速率效应与循环效应的影响视地震的震级大小和距震中的远近而不同，表现出两种效应共同影响的结果。由于循环效应的影响，即使应变级远小于某一应变范围（如 $10^{-3}$ 的应变）（静荷载情况下才予以注意的范围）仍会对材料特性甚至结构稳定性造成巨大的影响。通常，在小应变范围主要研究土的弹性参数，动模量、动泊松比和阻尼比问题；在大应变范围主要研究土的动强度，动变形问题，液化问题以及土体动力稳定性问题。

## 第二节 动荷载作用对工程建筑的影响

任何建筑物最终必将固定在地基岩土中。由岩土传播而来的动荷载作用，一方面将引起



地基振动，当地基土的强度或变形能力经受不住地基振动产生的内力或变形时，地基就被破坏；另一方面会引起结构物的振动，当结构物的强度或变形能力经受不住振动所产生的内力或变形时，结构物就被破坏。地基的破坏同样导致上部结构的损坏。因此，不同程度的破坏，可以由各种动荷作用所引起，如动力机器运转引起基础过大的振幅（甚至共振）、运动车辆引起道路两旁建筑物的附加沉降或裂缝，爆破引起的地裂以及喷砂冒水等，由于地震作用引起的破坏对建筑物的威胁更大，因此，它成了目前土动力学、土工抗震、结构动力学等研究的主要对象。

影响震害程度的主要因素有地震的震级、震中距离、震动持续时间、频率特性、地基条件、建筑结构型式和施工质量等。在相同的地基条件和建筑结构型式的情况下，震害将主要取决于地面运动的震动强度（如地面运动最大加速度等），地面运动的频率特性及震动的持续时间。加速度愈高，持时愈长，频率越低，则破坏愈烈，反之加速度愈低，持时愈短，频率愈高，则破坏愈小。例如1966年6月27日美国帕克菲尔德地震（5.3级），虽然记录到的最大加速度达0.5g，但因频率高、持续时间短（1.5s），并无破坏产生。而1957年7月28日墨西哥城地震时，虽然最大加速度仅为0.05~0.10g，但由于频率低、持续时间长（几秒），故破坏严重。其次，在震级、震中距离、频率特性和震动持续时间等相同的条件下，地基愈松软，地基土对震幅的放大和不均匀沉降愈大，一般震害也愈严重。如果考虑到建筑物的不同刚度，则柔性愈大，在软基上共振的影响愈大；刚性愈大，在硬基上共振的影响愈大，相应的震害也愈显著。因此，高层楼房（20~30层）在软基上容易损坏，而低层楼房（5~6层）却在硬基上比较容易损坏。地基失效是一个必须引起足够重视的问题。此外，在国内外遭受地震的地区内也常看到一些工程建筑物未遭破坏或受轻微破坏。它们为我们进行工程抗震提供了宝贵经验。

### 第三节 土动力学的任务、内容与研究途径

土动力学的任务在于探求动荷载作用下土变形强度特性变化的规律性，应用近代力学的原理，分析研究土工建筑物及建筑物土质地基在各种动力影响下的变形稳定性和强度稳定性。土动力学研究的内容应该包括土的动力特性，土体的动力稳定性（包括土与结构物相互作用）两大部分。由于动荷具体作用的特性不同，土可能在不同应力水平和动应变幅下工作，显示出不同的应力-应变特性规律。故上述两个部分的分析研究，必须尽量模拟实际动荷作用的特点，面向动荷作用下工程建设中的实际问题，建立起自己的理论体系和分析解决问题的基本方法。

一般来说，土动力学研究的问题可以包括：（1）工程建筑中的各种动荷作用及其特点问题；（2）动荷所引起的振动和波动及其在土中运动的规律问题；（3）土的动应力-应变关系问题；（4）土的动强度和变形问题；（5）土的振动液化问题；（6）土动力特性测试设备与测试技术问题；（7）动荷条件下的地基承载力，土坡稳定及挡土墙上土压力问题；（8）土与结构物的相互作用问题（包括动力机器基础问题）。

土动力学问题的研究，必须建立在土力学、地震工程学、结构动力学、土工抗震学等一系列学科的基础上，并且充分运用现有室内外试验量测技术，广泛积累原型观测和工程实录

资料,作出理论联系实际的分析,建立科学的理论方法。当前,解决问题的途径:一是,建立起一定理论下的计算方法,引入一些表征动力作用和土动力特性的相应指标,作为动力设计的基础,并在不断的实践中加以检验和修正;二是,直接用模型试验的方法作为基础,并根据运用相似律模拟的精确程度和量测手段的完善程度,为设计提供出定性或定量的依据。由于问题的复杂性,现阶段土动力学研究的主要工作还是沿着第一条途径进行的,其着重点仍在理论依据和指标的合理确定方面,同时注重理论的实际验证和增稳工程措施。第二条途径的研究工作在过去结构模型试验的基础上探索着相似条件及测试新方法。土动力学的研究,与其它学科相类似,需要进一步将理论分析、室内试验、现场试验、原型观测和模型试验紧密结合起来,各取所长,互相促进,作出多途径长时期的系统探索。

#### 第四节 土动力学的发展历史与趋势

20世纪30年代,随着机器制造业和交通运输业的蓬勃发展,人们开始研究动力机器,运动车辆等振动作用下地基土的动力特性(以德国的E. Reissner和苏联的D. D. Barkan为代表),形成了当今土动力学的第一个重要部分。第二次世界大战以后,随着原子能工业的发展,人们开始深入研究爆炸作用下的土动力学问题,形成了当今土动力学的第二个重要部分。由于地震活动频繁,地震引起的断层错动、地裂、地滑、山崩、地陷、饱和松散地基液化或塑流失稳以及漏水、管涌等现象,造成了上部结构的裂缝、断裂、倒塌、滑动、沉陷等现象,因此60年代以来人们加强了对地震的研究,1964年美国的阿拉斯加地震和日本的新泻地震,进一步推动了人们对地基失效危害性的认识,加速了对土动力学第三个重要部分的深入研究。由于土和动力都是比较复杂的,它们和不同建筑物的结合,使问题更加复杂化,因此,多年来研究进展迟缓。近10多年来,计算技术和量测技术的发展,将土动力学的研究推向了一个崭新的阶段。土动力学的研究领域也得到进一步的扩展。

当前土动力学的发展有如下几个明显的趋向:

(1) 以往,土动力特性的研究着重于阐明一系列单一因素的变化对动变形或动强度的影响,从而探求主要因素,解释动荷作用下的一些现象。目前的研究则更注意失稳机理的探讨。抓住这个关键,就可以为理论分析或增稳措施提供重要的依据。

(2) 以往,土动力特性的试验研究主要以土单元体为对象,即纯粹的土性试验,着重测定土的动力特性指标。目前,已经进一步研究土连续体的变形强度特性,即考虑土体中不同单元的互相影响,将有限单元法应用于土体的动力分析,因而更加重视土的动本构定律,发展了一系列表征土动应力-应变关系的模型。

(3) 以往,对于土动特性研究的对象大多集中饱和砂土液化特性,现在除了这方面的研究外,还包括对于轻亚粘土、甚至砂砾土液化问题的研究,而且试验条件逐渐由不排水条件发展到部分排水条件。

(4) 以往,土的动特性和土体的动稳定性研究主要是以总应力法为基础。现在,已经开始采用有效应力法。因此,对孔隙水压力的发生及扩散问题的研究引起了人们很大的兴趣,建立了一系列计算孔隙水压力的模式,并在计算中考虑了孔压一边产生,一边消散、扩散的情况和孔压上升引起土软化的特性。一些新的研究已开始突破仅研究平均孔压,注意到孔压

的瞬态变化规律及由此而引起的一系列变化。

(5) 以往,地基土动力特性的研究往往以考虑土在单独受动荷下的特性为主。现在,已经注意到土和上部结构的相互作用,不仅动应力随受荷过程而变化,而且土特性也随受荷特性而不断变化,把土看作为一个整体动力系统中的一部分,从而使研究结果更加切合实际。

(6) 以往,土动力特性的研究主要以往返循环荷载为主,采用了等幅谐波低频条件为对象。现在,对于随机波的研究已经取得了一定的成果,而且研究当中看到了高频作用的效应,使研究频率范围大大扩大了。

(7) 以往,由于条件的限制,室内的试验研究不仅是低应力水平,而且是简单应力状态。现在,不仅应力水平逐渐得到提高,发现了一些新的规律,而且开始在更复杂的应力状态下,包括平面应变以及真三轴条件下进行研究。

(8) 以往,多注重室内试验研究。现在,现场试验,实录分析,以及模型试验逐渐引起了更多的注意。测试设备和量测技术的进步以及计算技术的发展,为在复杂条件下的试验分析提供了有利的条件。

#### 参 考 文 献

- [1] 地震工程概论编写组:《地震工程概论》,北京,科学出版社,1977。
- [2] 大崎顺彦;地基与震害,《冶金建筑情报》第7、8期,1981。

## 第二章 动荷在土中引起的振动与波动及其传播规律

动荷载作用在土中某处时，一方面该处的土要发生位移或应变，另一方面，这种位移又向四面八方传播，并在传播过程中逐渐衰减，使其影响只能达到一定的范围。研究土在运动时的作用力系、运动特点、传播规律以及与之有关的土性参数，是土动力学的一个重要任务，本章将对此进行讨论。

### 第一节 振动与波动

如果某一个质点在随时间变化的力系作用下能够在它的平衡位置附近沿直线作往复运动，则这个质点的运动叫做振动。对于连续介质来说，当它的任一个质点发生振动时，这个振动质点的能量就会传递给周围的质点，从而引起周围质点的振动。这种振动在介质内的传播过程叫做波动。波动过程中，振动的质点并不随振动的传播产生移动，而是仍然在自己的平衡位置附近进行振动。因此在研究土工抗震问题时，既要研究地震运动在土体内任一质点上所引起的振动的大小及其对该质点强度变形特性的影响，又要研究震源的能量向四周岩土内各点传播的基本特点和变化规律。同样，在研究地面上某一振源对附近建筑物地基稳定性的影响时，也需要先研究振源振动及其传播规律，从而了解附近建筑物地基内各点处的振动特性，然后才能根据各点在相应振动作用下的强度变形特性，评价其对稳定的可能影响。我们在室内进行的土工试验常模拟某一点的振动特性，而某一点振动特性的正确估计有赖于对土体内地震波动特性的正确分析。从这里，我们既看到了振动与波动的差别，又看到了振动与波动的联系。只有掌握了这种既有差别又互相联系的观点，才能正确解决土工抗震中的各种问题。例如，对于一个建筑物的地基，如果由于地震的震动作用，在任一时刻，每一个质点都要产生一个振动的话，那末由于地震的波动作用，在任一时刻，各个质点的振动都各不相同，而且随着时间的增长又各有变化。这就需要先根据波动规律对地基中的各个点（一般简化为某些代表性的点），得出某种振动强度幅值随时间的变化关系，然后分别对某一定时刻研究各个点的动力特性，从而了解地震作用全过程中的地基内各个点的动力稳定趋向。这种方法是当前解决土工抗震问题所普遍采用的方法。

由物理学可知，当振动由振动中心向各个方向传播时，经过某一时刻 $\tau$ 振动所达到各点的轨迹，称为波前。振动相位相同的各点的轨迹称为波面，振动传播的方向称为波线，单位时间内振动传播的距离为波速 $v$ ，振动在一个周期（ $T$ ）内传播的距离，即振动相位相同的两点间的最小距离，称为波长（ $\lambda$ ）。如果用 $x = a \cos \omega t$ 表示振动中心 $O$ 点处的振动（ $x$ 为位移， $a$ 为振幅， $\omega$ 为圆频率， $t$ 为时间），且振动传至离振动中心为 $r$ 处的一点 $A$ 时经过的时间为 $\tau$ （图2-1），则

$$\tau = \frac{r}{v} \quad (2-1)$$

当  $\tau = T$  (周期) 时,  $r = \lambda$  (波长), 因此

$$\left. \begin{aligned} & T = \lambda / v \\ & \lambda = v \cdot T \\ & \lambda = v \cdot \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (2-2)$$

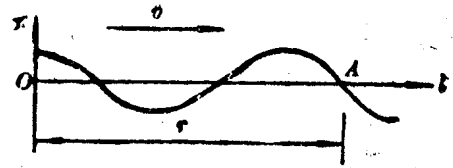


图 2-1

考虑到上述关系, 若振动传播过程中并不产生衰减, 则当波到达 A 点时, 因 A 点开始振动的的时间要比 O 点晚一个时间  $\tau$ , 故 A 的振动为

$$\left. \begin{aligned} & x = a \cos \omega (t - \tau) \\ & \text{或写为} \\ & x = a \cos \omega \left( t - \frac{r}{v} \right) \\ & x = a \cos \left( \omega t - \frac{\omega}{v} r \right) \\ & x = a \cos \left( \omega t - 2\pi \frac{r}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2-3)$$

上列诸式就是用不同方式所表示的波动的基本方程式。

十分明显, 波动过程中任一点的振动特性将取决于波的类型、波的传播速度或波长以及波在传播过程中能量损失的可能和大小, 而这些因素从根本上来讲, 都将取决于介质本身的特性。因此为了解这个问题, 必须区别波的不同类型, 研究它的传播速度和发生、发展的变化规律。对于振动在弹性介质中的传播和衰减问题, 不少学者曾进行了理论研究, 但对于土这样非弹性介质中的波动问题虽曾假定土为粘弹性后效体进行了研究, 但仍然存在不少问题。解决这类问题时经常采用弹性波理论定性和土波动试验定量相结合的方法, 即用振动在理想的连续介质中传播的理论定性来解释土中的某些波动现象, 而且在此基础上, 再通过土体本身的波动试验定量地确定某些相应的参数, 达到解决实际问题的目的。我们对问题的分析也同样将依据这样的方法。

## 第二节 振动的类型、规律与计算

### 1. 基本概念

振动常用位移与时间关系曲线示出 (图2-2)。如果随着时间的增长, 运动规律会重复出现, 那末这种运动称为周期振动。运动规律会重复出现的最短时段称为周期 ( $T$ ), 单位时间内的周数, 称为频率 ( $f$ ), 最大变幅的一半称为振幅 ( $a$ )。由此得:

$$\left. \begin{aligned} & f = \frac{1}{T} \quad (\text{Hz}) \\ & \text{或} \\ & T = \frac{1}{f} \quad (\text{s}) \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

可以看出(图 2-3), 当一个点 A 沿半径为  $a$  的圆周运动时, 它在  $y$  轴上的投影正好在圆心位置的两边作往复运动。因此, 振动的规律也可以表示为

$$y(t) = a \cos(\omega t + \varepsilon) \quad (2-5)$$

式中  $\omega$  称为圆频率,  $\varepsilon$  称为初相角。圆频率 ( $\omega$ ) 与周期 ( $T$ ) 和频率 ( $f$ ) 的关系为

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \\ \text{或} \quad f &= \frac{\omega}{2\pi} \\ T &= \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

初相角表示运动开始时的位置。振幅、频率和相角是振动作用的几个主要参数, 它们的变化将给出各种不同的振动形式。

在工程实践中遇到的振动, 固然有比较规则的周期振动, 甚至为式 (2-5) 所表示的简谐振动 (如旋转式机械引起的振动), 也有不规则的任意振动或瞬时振动 (如地震、风和爆破等作用引起的振动(图 2-2 (b)))。但是简谐运动是研究任何型式振动的基础。任何周期振动都可以分解成为一系列不同频幅的谐振(图 2-4)。因为周期函数都可以通过分解为富里哀级数的方法来分析组成它的各个谐振分量。至于象地震那样不属于周期振动的情况, 它就应该表示为富里哀积分的形式。地震反应分析时所谓富里哀谱就是采用这种方法研究的。实用上, 对于一个不规则的振动, 也往往在一定的等效条件下简化为等效的谐振来研究。因此, 本章将以谐振动作为讨论对象。

现在从 (2-5) 式出发, 即  $y(t) = a \cos(\omega t + \varepsilon)$

则速度  $\dot{y}(t) = \frac{dy}{dt}$  和加速度  $\ddot{y}(t) = \frac{d^2y}{dt^2}$  分别可写为

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}(t) &= -a\omega \sin(\omega t + \varepsilon) = a\omega \cos\left(\omega t + \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right) \\ \ddot{y}(t) &= -a\omega^2 \cos(\omega t + \varepsilon) = a\omega^2 \cos(\omega t + \varepsilon + \pi) \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

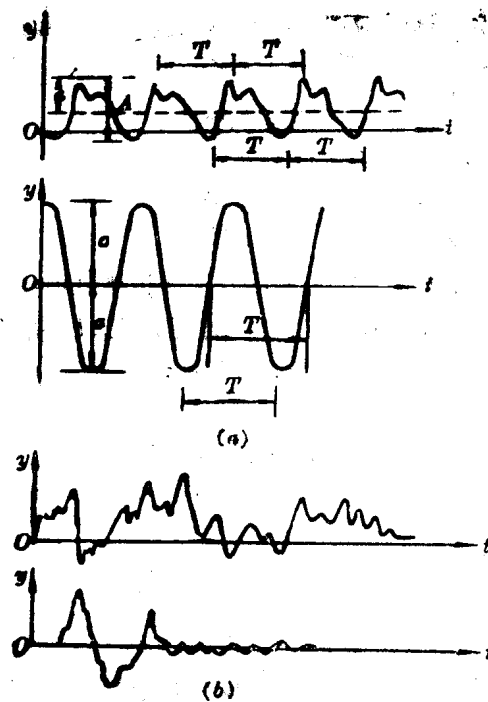


图 2-2

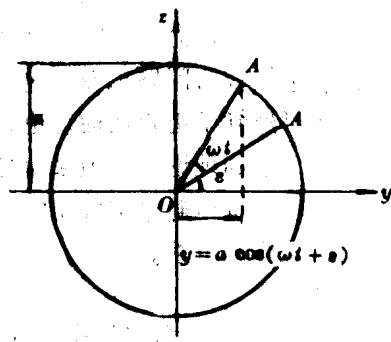


图 2-3

故得最大加速度为

$$\ddot{y}_{\max}(t) = a\omega^2 \quad (2-8)$$

$$\text{或写成 } \ddot{y}_{\max}(t) = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot a = 4\pi^2 a f^2$$

由此，当已知振动的振幅 $a$ 和频率 $f$ 时，即可计算出振动的最大加速度 $\ddot{y}_{\max}(t)$ ，再由牛顿定律计算振动所产生的作用力，即 $F = m \cdot \ddot{y}_{\max}(t)$ 。惯性力激振式振动三轴试验时的动应力就是根据对振动台所测定的振幅和频率，按上述步骤进行计算的。

振动产生的能量 $W$ 可以按其动能 $W_k$ 和位能 $W_p$ 之和求得。由于振动点在不同位置有不同的速度，故动能随时间变化，位能也随时间变化。位能的大小通常用外力使质点发生一定位移所作的功来量度。因弹性力等于 $ky$  ( $k$ 为弹性系数)，故

$$W_p = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}k[a\cos(\omega t + \varepsilon)]^2$$

$$W_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\dot{y}(t)^2$$

$$= \frac{1}{2}m[-a\omega\sin(\omega t + \varepsilon)]^2$$

因此

$$W = W_p + W_k = \frac{1}{2}ka^2\cos^2(\omega t + \varepsilon) + \frac{1}{2}ma^2\omega^2\sin^2(\omega t + \varepsilon)$$

因

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \text{ 即 } m\omega^2 = k \text{ 故上式可写成为}$$

$$W = \frac{1}{2}ka^2[\cos^2(\omega t + \varepsilon) + \sin^2(\omega t + \varepsilon)]$$

$$= \frac{1}{2}ka^2 \quad (2-9)$$

即总能量与振幅的平方 $a^2$ 和弹性系数 $k$ 成正比。考虑到

$$k = m\omega^2 = m\frac{4\pi^2}{T^2}, \text{ 上式可写为}$$

$$W = \frac{1}{2}m\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot a^2 \quad (2-10)$$

$$\text{或 } W = 2m\frac{\pi^2}{T^2} \cdot a^2 = 2m\pi^2 a^2 f^2$$

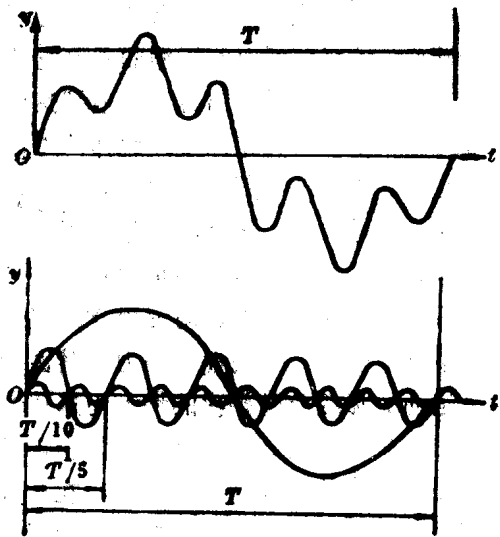


图 2-4



这个关系将在以后的讨论中用到。

## 2. 自由振动与强迫振动

一般来讲，一个振动的体系上可能作用有惯性力 $m\ddot{y}(t)$ ，弹性力 $k \cdot y(t)$ ，阻尼力 $c \cdot \dot{y}(t)$ 和干扰力 $P(t)$ ，其动力平衡方程式可以写为

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = P(t) \quad (2-11)$$

式中  $m$  为振动体系的质量； $c$  为阻尼系数； $k$  为弹性系数。

符合上式的振动称之为有阻尼的干扰振动（或强迫振动）。如果阻尼为零，则称为无阻尼的强迫振动；如果干扰力为零，通常称之为自由振动。自由振动也可视有无阻尼力而区分为有阻尼的自由振动和无阻尼的自由振动。由此可见，自由振动就是质点在不受任何外来干扰时的振动。例如，弹簧受到力的压缩而离开它的平衡位置后突然将力移去时，弹簧就会在其弹性力的作用下向平衡位置方向运动，但到达原来的平衡位置时，又因惯性力的作用而产生相反方向的位移，引起新的弹性力，此弹性力使弹簧又向相反方向运动，这样，在弹性力和惯性力的作用下，如果没有其它任何阻力，弹簧将一直振动下去。实际上，自由振动时，开始向外界得到的能量，其一部分必将损耗于克服各种不可避免的阻力，如由材料不均匀性引起的非弹性阻力，如各种连接的摩擦力以及空气的动阻力等。这些阻力所引起的阻尼力作用，必将引起振动随时间的衰减。阻尼愈高，衰减愈快。这是一个非常重要的特性。在强迫振动时，如果干扰力也是一个周期作用力，其圆频率为 $\omega_1$ ，则当其与振动体系的自由振动频率 $\omega$ 相同时，运动的振幅将随振次的增大而迅速增大，出现所谓共振现象。在无阻尼的理想条件下，共振的振幅可以增到无穷大。实际上，阻尼的存在使共振的振幅大大削减，但它仍然会造成对体系很不利的工作状态。但是，在一般频率条件下作有阻尼强迫振动时，由于阻尼的作用仅影响振动初期一个很短的时间，此后的影响很小，从而使振动出现一种所谓的稳态振动。在土动力学的研究中，这是除共振运动以外的另一种常见的运动形态。

## 3. 振动的计算

为了讨论方便，下面先对线性振动情况依次讨论它的自由振动和强迫振动，然后再将其结果扩展到扭转振动情况。这些讨论均以单自由度体系为对象，最后将简要论述多自由度体系时计算处理的一些基本原则。

(1) 对于无阻尼自由振动，其动力平衡条件为弹性恢复力等于惯性力，由式(2-11)得

$$m\ddot{y}(t) = -ky(t)$$

或写为 
$$\ddot{y}(t) + \frac{k}{m}y(t) = 0$$

令 
$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

则 
$$\ddot{y}(t) + \omega^2 \cdot y(t) = 0 \quad (2-12)$$

很明显  $y(t) = a\cos(\omega t + \varepsilon)$  或  $y(t) = a\sin(\omega t + \varepsilon)$

均能满足上列方程式，故自由振动是一种谐振，相应的频率和周期为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$
(2-13)

如果写出式(2-12)的通解，则

$$y(t) = A\sin\omega t + B\cos\omega t$$

或

$$y(t) = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\omega t + \beta)$$

$$\beta = \text{tg}^{-1} \frac{B}{A}$$
(2-14)

式中， $A$ ， $B$ 可根据运动的起始条件定出，即

当  $t = 0$  时， $y(t) = y_0$

当  $t = 0$  时， $y(t) = v_0$

代入(2-14)解得

$$A = \frac{v_0}{\omega}, \quad B = y_0$$

因此，自由振动方程(2-12)的解即可写为

$$y(t) = y_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

或

$$y(t) = \sqrt{y_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \cdot \sin(\omega t + \beta)$$

$$\beta = \text{tg}^{-1} \omega \frac{y_0}{v_0}$$
(2-15)

上式通常被用于锻锤基础的设计。如锤头质量  $m_0$ ，以速度  $v_0$  打击质量为  $m_1$  的锤基础(包括锤架质量)，则质量  $m_1$  的初始速度为

$$v_1 = \frac{m_0 v_0 (1 + e)}{m_1 + m_0}$$

式中， $e$ 为锤头  $m_0$  的回弹系数，与锤头和锻件的材料有关。由于质量  $m_1$  在碰撞瞬间保持静止，它的初位移为零，即  $y_0 = 0$  和  $\beta = 0$ ，故锻锤基础的振动形式为

$$y(t) = \frac{m_0 v_0 (1 + e)}{(m_1 + m_0) \omega} \cdot \sin(\omega t)$$

锻锤基础的振幅为