科學圖書大庫

質點和系統的
古典動力學

（增訂本）

譯者 冉長壽

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

質點和系統的

古典動力學

(增訂本)

譯者 冉長壽

徐氏基金會出版

徐氏基金會科學圖書編譯委員會
監修人　徐銘信　發行人　王洪鎧

科學圖書大庫

中華民國六十七年十二月三十日三版

質點和系統的古典動力學

（增 訂 本）

基本定價　4.20

譯者　冉長壽　國立成功大學物理系教授

(67)局版臺業字第1810號

出版者　財團法人 臺北市徐氏基金會　臺北市郵政信箱53-2號　電話7813686 7815250號
發行者　財團法人 臺北市徐氏基金會　郵政劃撥賬戶第15795號
承印者　大興圖書印製有限公司　三重市三和路四段一五一號　電話9719739

我們的工作目標

文明的進步，因素很多，而科學居其首。科學知識與技術的傳播，是提高工業生產、改善生活環境的主動力。在整個社會長期發展上，乃對人類未來世代的投資。從事科學研究與科學教育者，自應各就專長，竭智盡力，發揮偉大功能，共使科學飛躍進展，同將人類的生活，帶進更幸福、更完善之境界。

近三十年來，科學急遽發展之收穫，已超越以往多年累積之成果。昔之認為若幻想者，今多已成為事實。人類一再親履月球，是各種科學綜合建樹與科學家精誠合作的貢獻，誠令人無限興奮！時代日新又新，如何推動科學教育，有效造就科學人才，促進科學研究與發展，允為社會、國家的基本使命。培養人才，起自中學階段，此時學生對基礎科學，如物理、數學、生物、化學，已有接觸。及至大專院校專科教育開始後，則有賴於師資與圖書的指導啓發，始能為蔚為大器。而從事科學研究與科學教育的學者，志在貢獻研究成果與啓導後學，旨趣崇高，彌足欽佩！

本基金會係由徐銘信氏捐資創辦；旨在協助國家發展科學知識與技術，促進民生樂利，民國四十五年四月成立於美國紐約。初由旅美學人胡適博士、程其保博士等，甄選國內大學理工科優秀畢業生出國深造，前後達四十人，惜學成返國服務者十不得一。另曾贈送國內數所大學儀器設備，輔助教學，尚有微效；然審情度理，仍嫌未能普及，遂再邀請國內外權威學者，設置科學圖書編譯委員會，主持「科學圖書大庫」編譯事宜。以主任委員徐銘信氏為監修人，編譯委員王洪鎧氏為編輯人，各編譯委員擔任分組審查及校閱工作。「科學圖書大庫」首期擬定二千種，凡四億言。門分類別，細大不捐；分為叢書，合則大庫。為欲達成此一目標，除編譯委員外，本會另聘從事

翻譯之學者五百餘位，於英、德、法、日文出版物中精選最近出版之基本或實用科技名著，譯成中文，供給各級學校在校學生及社會大衆閱讀，內容嚴求深入淺出，圖文並茂。幸賴各學科之專家學者，於公私兩忙中，慨然撥冗贊助，譯著圖書，感人至深。其旅居國外者，亦有感於爲國人譯著，助益青年求知，遠勝於短期返國講學，遂不計稿酬多寡，費時又多，迢迢乎千萬里，書稿郵航交遞，其報國熱忱，思源固本，至足欽仰！

今科學圖書大庫已出版一千餘種，都二億八千餘萬言；尙在排印中者，約數百種，本會自當依照原訂目標，賡續進行，以達成科學報國之宏願。

本會出版之書籍，除質量並重外，並致力於時效之爭取，舉凡國外科學名著，初版發行半年之內，本會即擬參酌國內需要，選擇一部份譯成中文本發行，惟欲實現此目標，端賴各方面之大力贊助，始克有濟。

玆特掬誠呼籲：

自由中國大專院校之教授，研究機構之專家、學者，與從事工業建設之工程師；

旅居海外從事教育與研究之學人、留學生；

大專院校及研究機構退休之教授、專家、學者

主動地精選最新、最佳外文科學名著，或個別參與譯校，或就多年研究成果，分科撰著成書，公之於世。本基金會自當運用基金，並藉優良出版系統，善任傳播科學種子之媒介。尙祈各界專家學人，共襄盛舉是禱！

徐氏基金會　敬啓

中華民國六十四年九月

第二版序

本書再版的發行，得有機會增添一些材料，並採納建議作了部份的改進。一些錯誤已經更正，多餘各節也予刪除。某些材料並加以重新安排，俾使書內章節行文之發展更能流暢有序。鑒於振動現象在近代工程學和物理學中之重要性幾乎遍及各個部份，故已編入更多的資料（例如，拉普拉斯法以及對電振動更廣泛的應用等）。向量法的討論已予濃縮，現只包括直接對本書有用的一些技巧。牛頓力學（包含位論）概括於一章之中。相對論排在本書較後部份，並包含其對力學的所有應用，這在初版是散見於書中各章的。另並增加一些新的習題，尤其是有關振動各章，而某些太難的題目則予略去。

第一版序

本書針對質點，質點系統和剛體的古典力學，爲大學物理系高年級學生提供近代，而相當完整的論述。其編排內容爲一學年，三小時力學的課程。不過，慎審計劃和適度省略* 的話，重要章節可於一學期，四小時課程中授完。像非線性振動，劉維耶定理，三體問題，和相對論碰撞，以及其他等論題，若課程時間不足容納，無妨省略，但大體說來，希望不要偏廢這些材料，因爲這些正是古典物理學中主要的〃有趣〃論題。本書也可用作數學物理或理論物理課中的力學部份。修習這些課程的學生們應已完成物理學初等課程以及微積分的數學。

本書目的有三：(a)對古典力學系統提供一近代的論述，俾能以儘可能最少的困難過渡到物理學的量子理論。爲達此目的，全書均應用近代的符號和名詞。並以近代物理學中重要的觀念作成特別註解。(b)儘可能使學生熟習新的數學技巧，並予其以足夠的解題練習，以期他能運用裕如，精通熟練。(c)在學生的學習生涯中，介於〃初等〃和〃高深〃物理間的艱辛階段，傳授給他在處理理論的形成和解題的運算技巧兩方面以某種程度的訣竅。

應論述的需要，書中隨時發展新的數學方法。不過，學生於採用本書修習課程時亦望另選高深數學課程。物理系的學生必須學習而且重視數學的嚴謹，但在強調完全的普遍性和數學的嚴謹而致擾亂了物理的連貫性時，物理學是優先的。

向量法發展於第一章，並用之於全書。原假定學生已經洞悉向量的〃方向線段〃法。故這裡採用一種更基本的觀點，考慮坐標變換的性質以發展出向量分析。其優點在爲以後轉變到張量法時（第十二章，和第十三章）建立一個鞏固的基礎。複數的使用，普通微分方程式的解答，以及其他數學技巧，均備列於附錄，以便背景稍差的學生參考，和高年級學生的複習。

本書材料的發展，自首至尾，均穿插迭次的學例。讀者將在這些例中，

*可以删略而不損連貫性的各節均標以：■

和推導中，發現其極為詳盡，至於″可以證明那是″已經減到最少。可是，某些較冗長乏味的代數運算，必要時已予刪減，以確保學生不致看不清正在進行中的發展。習題也構成本教科書主要的一部份，學生如果想充分貫通本書內容，就應該作出大部份的習題。

著者特感欣慰於本書的一點是歷史性註脚的編配。物理的歷史差不多已為時下課程所忽略，結果使學生常不知一特別論題的背景，甚至不悉奮力發展這題目的數學和物理大師姓氏名誰。所以納入這些註脚以刺激胃口，並鼓舞學生探究他那一行的歷史。就大體而言，原始文章等參考資料已予省略，除非比較近代的文章（英文的！），這些或許是學生想要使用的。

″建議參考的資料″列於每章末尾。依據主題資料和難易程度加以分類。所列內容廣泛；當然不期望學生每種均能參閱，但列舉足夠的數量，俾有合理的機率以使他們至少能夠找到間接資料的某些來源。比較新近的教科書，較易為學生所找到，也易引起學生的興趣，因而佔了這些資料的大半。

著者願對馬里蘭大學計算機科學中心表示謝忱，由於其惠允使用IBM 7090/1401計算機以計算本書中所出現的許多曲線。

目　　錄

第二版序

第一版序

第一章　矩陣、向量、和向量微積分

第二章　牛頓力學

第三章 線性振動

第四章 驅策振動

第五章 非線性振動

第六章 變分學中的一些方法

第七章 哈密爾頓原理—拉格朗日和哈密爾頓動力學

第八章 中心力運動

第九章 二體碰撞的運動學

第十章　狹義相對論

第十一章　非慣性參考坐標系中的運動

第十二章　剛體動力學

第十三章　耦合振動

第十四章　振動的弦

第十五章　一維空間中的波方程式

附錄A　泰勒定理 487

附錄B　複數

附錄C　普通二次微分方程式

附錄D　有用的公式

附錄E　有用的積分

附錄F　不同坐標系中的微分關係式

第一章　矩陣、向量、和向量微積分
(Matrices, Vectors, and Vector Calculus)

1.1 引　　言

物理現象的討論可利用向量法* 以最簡明而高雅的方式完成。在應用物理"定律"於特殊情況時，顯然其結果必須與我們選用一直角坐標系或一雙極柱坐標系無關，並且也與坐標原點的確切選擇無涉。向量的應用賦與我們這項與要使用的坐標系特別性質無關的獨立自由。因此，我們可以被保證，一個指定的物理定律，不拘我們爲了方便敍述一個特定問題而選用那一種特別坐標系，將仍被正確地表示出來。此外，向量符號的應用對於非常複雜結果的表示，亦提供一種極端簡潔的方法。

在向量的初步論述中，討論可由"一個向量是一個可用方向線段代表的量"之陳述開始。的確，這種型式的發展會產生正確的結果，且對傳授一個向量物理性質的某些感覺更爲有益。我們將假定讀者熟習於這種型式的發展，但我們在這裡將放棄這種方法，因爲我們希望强調一個向量與坐標變換間的關係。爲了這個目的，宜介紹矩陣和矩陣符號，不但用以敍述變換並也敍述向量。我們在這裡也將介紹和使用一種易於適應張量運用的符號，雖然直至課程內容到了需要使用張量時（第十二章）我們是不會碰上這些對象的。

這裡不欲對向量法作一完整的說明；相反地，我們只將考慮研究力學系統所需的那些論題。因此，本章論述矩陣和向量代數，以及向量微積分的基本法則。站在對物理情況應用的觀點所作向量分析之更爲完整的討論，可參閱馬瑞昂的**向量分析原理**（Marion, *Principles of Vector Analysis*）（Ma 65a）。許多細節的問題，以及較複雜的幾項證明，本章已予刪除。讀者亦可參閱 Ma 65a 以獲致這些資料。

* 向量分析的發展應歸功於吉布斯（Josiah Willard Gibbs）(1839–1903），大部份工作完成於1880–1882期間。現今向量符號則源自海維塞（Oliver Heaviside）（1850–1925），一位英國工程師，約始於1893。

1.2 純量的觀念 (The Concept of a Scalar)

考慮圖 1－1a 中所示的質點排陣。排陣的每一質點按其質量，比如克，，來標誌。圖示的坐標軸使個別的質點可由一對數字 (x, y) 來標定。在 (x, y) 處質點的質量 M 可用 $M(x, y)$ 來表示；因此在 $x=2$，$y=3$ 處的質點可寫作 $M(x=2，y=3)=4$。現在，考慮各軸轉動而位移如圖 1－1b。顯然 4-克質量現在是位於 $x'=4$，$y'=3.5$；即，質量爲 $M(x'=4，y'=3.5)=4$ 所標定。一般而論，

$$M(x, y)=M(x', y') \tag{1.1}$$

因爲任何質點的質量不爲坐標軸的變更所影響。具有**在坐標變換時保持不變**的性質，即，遵守 (1.1)式的量稱爲**純量** (*scalars*)。

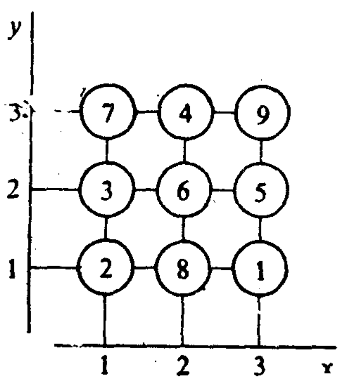

圖 1－1a

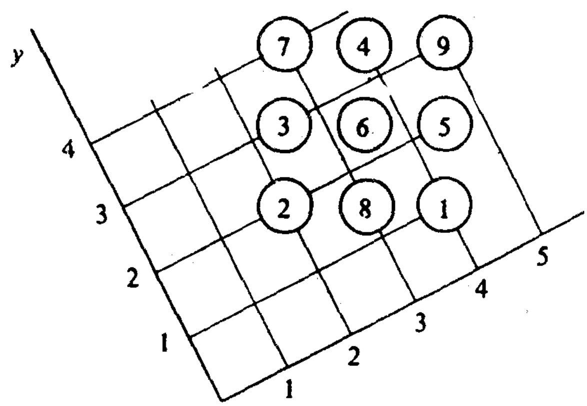

圖 1－1b

雖然對任何坐標系都能用相同的數目給予一質點的質量（或溫度，或速率等），顯然有些關聯於質點的物理性質（像質點運動的方向，或可能作用於質點的力的方向）則不能用這樣簡單的方式來標定。敍述這些較爲複雜的量，需要用**向量** (*Vectors*)。適如一個純量的定義爲在坐標變換下保持不變的量，一個向量也可用變換性質來下定義。我們將考慮當坐標系繞其原點轉動時一點坐標的改變情形。

1.3 坐標變換 (Coordinate Transformations)

考慮一點 P，其對某一坐標系的坐標* 爲 (x_1, x_2, x_3)。次考慮可由原

坐標系經過一簡單的轉動而生成的另一坐標系；令P點對新坐標系的坐標爲(x_1', x_2', x_3')*。二維空間的這種情形說明如圖1—2。

新坐標x_1'爲x_1在x_1'-軸上的投影（$\overline{Oa}$線）加上x_2在x_1'-軸上的投影（$\overline{ab}+\overline{bc}$線）。即

$$
\begin{aligned}
x_1' &= x_1\cos\theta + x_2\sin\theta \\
&= x_1\cos\theta + x_2\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) \qquad (1.2\text{a})
\end{aligned}
$$

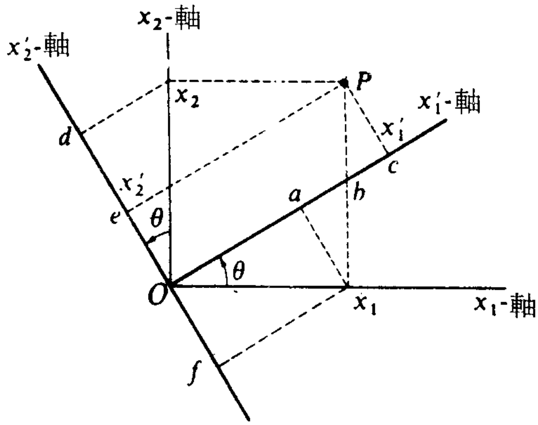

圖 1-2

坐標x_2'爲類似的投影之和：$x_2'=\overline{Od}-\overline{de}$，但$\overline{de}$線恰好等於$\overline{Of}$線。故

$$
\begin{aligned}
x_2' &= -x_1\sin\theta + x_2\cos\theta \\
&= x_1\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) + x_2\cos\theta \qquad (1.2\text{b})
\end{aligned}
$$

我們來介紹下列的符號：我們把x_1'-軸和x_1-軸間的夾角寫爲(x_1', x_1)，一般說來，x_i'-軸和x_j-軸間的角度將用(x_i', x_j)來表示。此外，我們把(x_i', x_j)的餘弦下定義爲λ_{ij}：

$$\lambda_{ij} \equiv \cos(x_i', x_j) \qquad (1.3)$$

因此，對於圖1—2的情形我們有

＊各軸的標名用x_1, x_2, x_3而不用x, y, z以期在算總和時簡化符號。討論暫限於笛卡兒（或直角）坐標系。