经济管理数学

Jingji Guanli Shuxue

主　编　王孝成
副主编　朱玉珍
　　　　诸炜鑫

东南大学出版社

经济管理数学

经济管理数学

主　编　王孝成

副主编　朱玉珍　诸炜鑫

东南大学出版社
·南　京·

内容简介

本书内容包括函数、极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、多元函数微积分、无穷级数、微分方程初步等9章。每章附有习题。书末附有习题参考答案。

本书结构严谨，逻辑清晰，通俗浅显，例题较多。注重应用，特别是在经济、管理方面的应用，在保证教学基本要求的前提下，扩大了知识面。

本书可供经济、管理、财会、商业等相关专业作为教材或教学参考书，可作为相关专业的考研复习用书，也可供工科院校、师范院校等有关专业使用。

图书在版编目(CIP)数据

经济管理数学/王孝成主编；朱玉珍，诸炜鑫编．
—南京：东南大学出版社，2002.8
ISBN 7-81050-957-8

Ⅰ．经… Ⅱ．①王…②朱…③诸… Ⅲ．经济管理—经济数学 Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第060893号

东南大学出版社出版
(南京四牌楼2号 邮编210096)
出版人：宋增民
江苏省新华书店经销 大丰市科星印刷有限责任公司印刷
开本：850 mm×1168 mm 1/32 印张：14.75 字数：440千字
2002年8月第1版 2002年8月第1次印刷
印数：6000册 定价：22.00元

前　言

本书内容包括一元函数微积分、多元函数微积分、无穷级数及常微分方程。各章配有习题。书末附有习题答案。

本教材注重对学生基本概念、基本理论与基本方法的训练，重点突出，叙述详略得当。

本教材注重对学生解题技巧与演算能力的培养，在教材中选配了不少难易程度不同的例题与习题。习题分为 A、B、C 三组。A 组主要是基本方法的训练，B 组主要是基本概念的掌握，A、B 组是学生必须掌握的基本内容；C 组题有较高要求，它与各章最后一节的综合例题相呼应，但对有志于攻读硕士研究生的读者是有所裨益的。

本教材注重应用，特别是在经济、管理中的应用。书中选配了许多有关应用的例题，目的是介绍如何运用数学知识去解决实际问题，相信这部分内容对以后继续学习及今后的工作会有所帮助。

书中用“*”标出的内容（综合例题和 C 组习题）供教师选用或留给学生课外阅读。

使用本教材时，可根据不同对象对教材内容进行适当的取舍。

南京大学罗亚平教授审阅了全稿，提出了不少改进意见，对此我们表示衷心感谢。

南京人口管理干部学院领导及教务处对本书的出版给予了极大关心及支持，编者在此一并表示衷心的感谢。

限于编者水平，同时编写时间也比较仓促，因而教材中难免会存在不妥之处，敬请广大读者批评和指正。

编　者

2002 年 5 月

目 录

1　函　数

函数是微积分的基本概念和主要研究对象。本章将在中学关于函数知识的基础上进一步讨论函数的概念及其基本性质。

1.1　实数

1.1.1　实数与数轴

实数由**有理数**与**无理数**两部分组成。

有理数是形如 p/q 一类的数,其中 p、q 为整数且 $q \neq 0$。有理数包括整数与分数,而无理数不能写成 p/q 的形式。有理数还可以表示为有限小数或无限循环小数,而无理数只能表示成无限不循环小数。

在平面解析几何中,已经在实数与数轴上的点之间建立了一一对应的关系,即数轴上的每一点表示某一个实数,而每一个实数也对应着数轴上的某个点。

数轴上表示有理数的点称为**有理点**,表示无理数的点称为**无理点**。数轴上任意两个不同的有理点之间总存在一个有理点,即有理点具有**稠密性**。类似地,无理点也具有稠密性。有理点与无理点充满整个实轴。

1.1.2　绝对值

在今后某些问题的讨论中,经常要用到实数绝对值的概念。下面介绍绝对值的定义及性质。

定义 1.1　一个实数 x 的绝对值,记为 $|x|$,定义为:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

由此可知，$|x|\geqslant 0$，　$|x|=\sqrt{x^2}$，　$|-x|=|x|$。

$|x|$的几何意义是：$|x|$表示数轴上点 x 与原点之间的距离。

绝对值还有下列性质。

性质 1.1　任何实数 x 均有关系式：

$$-|x|\leqslant x\leqslant|x|$$

因为

$$\begin{array}{ll} -|x|<x=|x| & x>0 \\ -|x|=x<|x| & x<0 \\ -|x|=x=|x| & x=0 \end{array}$$

所以

$$-|x|\leqslant x\leqslant|x|$$

性质 1.2　如果 $k\geqslant 0$,下面两个不等式等价(用$\Leftrightarrow$表示)：

$$|x|\leqslant k \Leftrightarrow -k\leqslant x\leqslant k$$

根据绝对值的定义,关系式$|x|\leqslant k$ 表示点x 与原点之间的距离不超过k,因此有 $-k\leqslant x\leqslant k$;反之, $-k\leqslant x\leqslant k$ 表示点 x 在 $-k$ 与 k 之间。当然点 x 与原点之间的距离也不超过k,因此$|x|\leqslant k$。

类似地,关系式$|x|<k$ 与 $-k<x<k$ 等价。关系式$|x|\geqslant k$ 与 $x\leqslant -k$ 或 $x\geqslant k$ 等价。

性质 1.3　$|x+y|\leqslant|x|+|y|$。

证　由性质1.1有：

$$-|x|\leqslant x\leqslant|x|$$

$$-|y|\leqslant y\leqslant|y|$$

两式相加,得：

$$-(|x|+|y|)\leqslant x+y\leqslant|x|+|y|$$

由性质 1.2 得：

$$|x+y|\leqslant|x|+|y|$$

此关系式可以推广到任意有限项的和：

$$|x_1+x_2+\cdots+x_n|\leqslant|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_n|$$

性质 1.4　$|x-y|\geqslant|x|-|y|$。

证　由于$|x|=|(x-y)+y|\leqslant|x-y|+|y|$,所以,

$$|x-y| \geqslant |x| - |y|$$

性质 1.5 $|x-y| \geqslant ||x| - |y||$。

证 利用性质 1.4 及性质 1.2 即得。

性质 1.6 $|xy| = |x| \cdot |y|$。

性质 1.7 $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0$。

根据绝对值的定义,性质 1.6 与 1.7 显然成立。

1.1.3 区间

设 a、b 为实数,且 $a < b$,则:

(1) 满足不等式 $a < x < b$ 的所有实数 x 的全体,称为以 a、b 为端点的**开区间**,记作(a,b)。

(2) 满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的所有实数 x 的全体,称为以 a、b 为端点的**闭区间**,记作$[a,b]$。

(3) 满足不等式 $a < x \leqslant b$ 或 $a \leqslant x < b$ 的所有实数 x 的全体,称为以 a、b 为端点的**半开区间**,记作$(a,b]$或$[a,b)$。

(4) 满足不等式:$a < x < +\infty$ 或 $a \leqslant x < +\infty$ 的所有实数 x 的全体,记作$(a,+\infty)$或$[a,+\infty)$。

(5) 满足不等式 $-\infty < x < b$ 或 $-\infty < x \leqslant b$ 的所有实数 x 的全体,记作$(-\infty,b)$或$(-\infty,b]$。

(6) 满足不等式 $-\infty < x < +\infty$ 的所有实数 x 的全体,记作$(-\infty,+\infty)$。

以上(1)~(3)的区间为**有限区间**。有限区间右端点 b 与左端点 a 的差称为**区间的长度**。以上区间的长度都是 $b-a$。(4)~(6)的区间为**无限区间**。

无穷区间的长度规定为$+\infty$。$-\infty$、$+\infty$不能当作数来对待。

1.1.4 邻域

定义 1.2 设 x_0 与 $\delta > 0$ 是两个实数,称开区间$(x_0-\delta, x_0+\delta)$为点 x_0 的 δ **邻域**,x_0 为该邻域的中心,δ 为该邻域的半径。如图

1.1 所示。

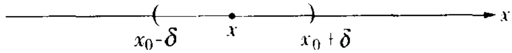

图 1.1

点 x_0 的 δ 邻域又可表示为不等式 $x_0-\delta<x<x_0+\delta$ 或 $|x-x_0|<\delta$。例如，$|x-1|<1/2$，即为以点 1 为中心、以 1/2 为半径的邻域，也就是开区间 $(1/2,3/2)$。

$(x_0-\delta,x_0)\cup(x_0,x_0+\delta)$ 称为点 x_0 的**去心邻域**。开区间 $(x_0-\delta,x_0)$ 与 $(x_0,x_0+\delta)$ 分别称为 x_0 的**左邻域与右邻域**。

点 x_0 的去心邻域又可表示为不等式 $0<|x-x_0|<\delta$。

例如，$0<|x-1|<1/2$，即为以点 1 为中心、以 1/2 为半径的去心邻域，即 $(1/2,1)\cup(1,3/2)$。

x_0 的去心邻域与 x_0 的邻域区别在于去心邻域不含点 x_0，如图 1.2 所示。

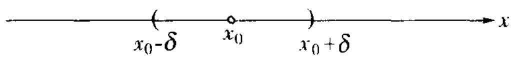

图 1.2

1.2 函数的概念

1.2.1 常量与变量

在观察某种自然现象或技术过程时，会遇到很多量，其中有的量在事物的运动或变化过程中保持固定的数值，这种量称为常量。但另外一些量，在事物的运动或变化过程中可以取不同的数值，这种量称为变量。例如，在讨论一个企业某产品的总成本时，可以把它分解成两部分：一部分是固定成本，它是由借入资金的利息、租用厂房和设备的租金及折旧费等组成，这些费用不随产量增减而变化，因此相对于产量，它是常量；另一部分是变动成本，包括原材料费用、工资及

水电费等，这些费用随产品产量的增减而变化，因此它是一个变量。

必须注意到，上述常量与变量的概念依赖于研究这个现象所在的场合。同一个量，在某种情况下可以认为是常量，而在另外的情况下就可能是变量。例如，某商品的价格，在某一段时间内可以看成是常量，但在较长的时期内就是一个变量。

数学中讨论的量，无论是常量还是变量，都只注意它们的数值，而不顾及它们的具体意义或单位。通常用字母 $a,b,c,\cdots$ 表示常量，用字母 $x,y,z,\cdots$ 表示变量。常量在数轴上则表示为一个定点，变量在数轴上表示为一个动点。

1.2.2 函数的定义

在同一个自然现象或技术过程中，往往同时有几个变量共同变化着。但这几个量并不是孤立地在变化，而是相互有联系地、遵循一定的规律变化着。现在就两个变量的简单情形，先观察几个例子。

例 1.1 观察圆的面积 A 与它的半径 r 之间的关系。大家知道，它们之间的关系由公式

$$A=\pi r^2$$

给定，当半径 r 给定一个确定的值时，面积 A 随之确定一个值。

例 1.2 考察某商品的销售收入 R 与销售量 x 之间的关系。假设商品的单位售价 P 不变，显然它们之间的关系由公式

$$R=Px$$

给定。当销售量 x 取定一个值时，由上式就可确定 R 的一个值。

例 1.3 中电公司产品乙1997年全年的销售量如表1.1所示。

表 1.1

t(月份)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x(销售量)	70	64	80	66	48	51	45	38	65	68	55	70

当 t 取定某个月份时，销售量 x 都有一个确定的值与之对应。

抽去上面几个例子中所考虑的实际意义，可以看到它们都是表达了两个变量之间共同变化的相依关系，这种相依关系给出了一种