



化工企业管理干部培训教材

化工管理数学

任福生 马月才 主编

8

化 学 工 业 出 版 社

化工企业管理干部培训教材

化工管理数学

任福生 马月才 主编

化学工业出版社

(京)新登字039号

内 容 提 要

全书共分十章。前几章主要介绍管理中所用数学的基础知识,例如微积分、线性代数、概率论等。后几章着重介绍应用数学的知识,例如财务数学、线性规划、图与网络、决策理论等。

本书的主要特点是论述的手法直观,通过大量例题,列表及图解说明数学在管理中的应用,因此比较通俗易懂,适于作为化工企业领导干部和化工经济管理干部培训教材,也可供化工管理院校师生及初学管理数学者学习参考。

化工企业管理干部培训教材

化 工 管 理 数 学

任福生 马月才 主编

责任编辑:王永美

封面设计:季玉芳

化学工业出版社出版发行

(北京和平里七区十六号楼)

北京京辉印刷厂印刷

通达装订厂装订

新华书店北京发行所经销

*

开本850×1168¹/₃₂印张15字数411千字

1986年7月第1版 1992年7月北京第2次印刷

印 数 5671-7670

ISBN 7-5025-1042-7/TQ·609

定价 12.85 元

序

在经济体制改革的新形势下，进一步贯彻执行对内搞活经济、对外实行开放的方针，化工企业都面临着新的问题和新的考验。

要把企业办好，就要按建设具有中国特色的社会主义的总要求，用经济办法管理企业，使企业经受得住价值规律和经济杠杆的作用，有活力，有竞争能力，能在不断变化的生产经营条件下存在和发展。这里，起决定的因素是各级管理干部。编写《化工企业管理干部培训教材》的目的，就是想使我们的管理干部，特别是领导干部，通过学习，懂得社会主义商品生产规律，掌握企业现代化科学管理的必要知识，在实践中摸索经验，把化工企业管好。

这套《教材》是为培训化工经济管理干部编写的，可作为干部培训教材和高等学校化工干部专修科教材，也可供具有高中以上文化程度的管理干部自学。《教材》由基础管理知识和专业管理知识两部分组成，共有二十多个分册，分别由北京化工学院、北京化工管理干部学院、部各有关司局和一些化工企业的学者、专家和管理行家担任主编和编纂工作。

《教材》各分册从现在起将陆续出版。由于企业的现代化科学管理对我们比较陌生，编写工作又缺乏经验，书中一定会有许多不妥之处，希望广大读者提出宝贵意见，使《教材》不断完善。

《化工企业管理干部培训教材》编委会

1986年1月

编者说明

为了使化工企业管理干部更好地学习和掌握现代企业管理的基本理论和基础知识，为进一步学习化工企业管理、工业经济、化工技术经济、管理会计中的定量分析部分打下数学基础，在化学工业部干部司和化学工业出版社的组织下我院部分同志，编写了本书。

本书共分十章。前几章着重介绍管理中所用的数学基础知识，例如微积分、线性代数及概率论等。后几章着重介绍应用数学的知识，例如财务数学部分，线性规划，图与网络和决策论等。

本书初稿完成后，曾在我院举办的化工企业厂长培训班和企业管理人员班试用，学员认为本书有别于一般应用数学教材，它通俗地把数学这门科学同管理科学有机地结合起来，对一般管理人员及领导干部学习现代化管理知识和提高现代化管理水平很有益处。

这次出版前我们根据一年多的试用情况和学员意见，作了较大修改，使其更符合化工管理工作的实际。

本书由任福生、马月才同志主编，由荆彪、陈明、任继荣、任福生、马月才等同志分头执笔。

由于管理数学在化工企业中应用是个新课题，缺乏经验加之时间短促，作者水平有限，书中谬误之处恐当不少，恳切希望读者批评指正。

《化工企业管理干部培训教材》编委会

主任委员：陶 涛

副主任委员：王明慧、张勤汉、刘景岐

委 员：陶 涛、王明慧、张勤汉、刘景岐、
洪国栋、杨馨洁、成思危、付 茂、
任福生、任景文、蔡建新

目 录

第一章 预备知识	1
第一节 实数	1
第二节 不等式 绝对值	3
第三节 比 比例	7
第四节 和式	9
第五节 排列与组合	16
第六节 直角坐标系 函数及其图象	19
习题一	37
第二章 微积分	40
第一节 函数的极限	40
第二节 导数与微分	52
第三节 导数的应用	62
第四节 不定积分与定积分	71
习题二	79
第三章 线性代数	81
第一节 行列式	81
第二节 矩阵	97
第三节 线性方程组	117
第四节 投入产出模型	132
习题三	143
第四章 复利	148
第一节 利息	148
第二节 利息计算公式	150
第三节 年金	161
第四节 复利的应用	166
习题四	169
第五章 概率数理统计及其应用	171

第一节	随机事件与概率	171
第二节	随机变量与概率分布	184
第三节	随机变量的数字特征	199
第四节	参数估计	209
第五节	回归预测	219
第六节	概率与数理统计应用举例	227
习题五	237
第六章	线性规划	239
第一节	线性规划的标准型	239
第二节	线性规划的图解法	242
第三节	单纯形方法	245
第四节	对偶问题	255
第五节	敏感性分析	262
习题六	277
第七章	图与网络技术	278
第一节	图的基本概念	280
第二节	树的生成(生成图的一棵树)	286
第三节	特殊网络模型的应用	290
第四节	最短路和最小费用流	303
第五节	网络最大流	317
第六节	计划网络	322
习题七	332
第八章	保本分析	335
第一节	直线的斜率	335
第二节	线性成本方程	337
第三节	边际分析	341
第四节	保本分析	347
第五节	优化	352
习题八	357
第九章	决策理论	360
第一节	简单决策	360
第二节	非确定情况下的决策	366
第三节	动态多阶段决策	370

第四节	多目标决策	379
第五节	竞争性决策	383
	习题九	389
第十章	化工企业管理数学模型	391
第一节	企业管理数学模型的三要素	391
第二节	模型的分类	394
第三节	如何建立模型	410
	习题十	418
习题答案	420
附表	426
I	复利系数表	426
II	正态分布密度函数表	438
III	正态分布表	440
IV	泊松 (<i>Poisson</i>) 分布表	444
V	χ^2 ——分布的上侧临界值表	455
VI	t ——分布的双侧临界值表	457
VII	F 检验的临界值(F_α)表	459
VIII	检验相关系数 $\rho=0$ 的临界值(r_α)表	469

第一章 预备知识

该章的主要内容是介绍管理数学上将要涉及到的一些初等数学知识。其目的是为了读者学习以后各章打下一定的数学基础。

第一节 实数

在日常生活与生产活动中，经常会遇到许多与计数有关的现象。如在市场上买东西、丈量土地、统计产量，等等。将这些现象的共同点抽象出来，就是通常所说的数字。我们用0、1、2、3、4、5、6、7、8、9这十个基本符号表示数字。

一、正数和负数

上面十个基本数字组成的除零外的正整数都称为自然数。任意两个相邻的自然数之间还有许多的数，叫做小数。所有这些自然数和小数统称为正数。在它们前面添上“-”号的数是负数。正数中又分为正整数（即自然数）和正小数，负数中分为负整数和负小数。

二、数轴

数轴是形象地表示数的概念的形式，其方法是：画一条直线，在上面取一点O作为计算的起点，表示数0。这一点叫做原点，见图1-1。取一个长度单位作为直线的刻度。原点的左边表示负数，原点的右边表示正数。箭头方向为数字增大的方向。

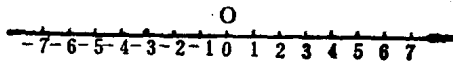


图 1-1

三、有理数与无理数

在数轴上，任意两数之间还有无穷多个数，如图1-2。我们把

能写成 $\frac{1}{2}$ 形式的数叫做分数。如 $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{5}{31}$, $\frac{46}{721}$, ……。

所有正整数和正分数、负整数和负分数以及零, 统称为有理数。有理数的一般表达形式是 $\frac{n}{m}$ 。其中 m 、 n 是整数, $m \neq 0$ 。

不能写成 $\frac{n}{m}$ (其中 m 、 n 是整数, $m \neq 0$) 形式的数称为无理数, 无理数也就是无限不循环小数。如 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $-\frac{\sqrt{5}}{2}$, π 等。

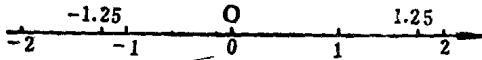
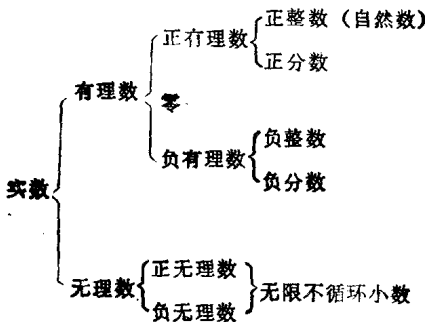


图 1-2

四、实数

有理数和无理数的总称为实数。任何实数都可以用数轴上的一个点表示, 数轴上任意一点都代表一个实数。就是说, 实数的全体与数轴上的所有点是一一对应的。因此, 数轴又叫实数轴。

综上所述, 实数的构成如下:



五、管理中常用的数制

除了人们熟知的“十进制”外, 在管理中常碰到的数制还有

“二进制”、“八进制”、“十六进制”和“六十进制”等。我们知道十进制有十个基本数字，而二进制只有0、1两个基本数字，八进制有八个基本数字，十六进制有十六个基本数字，六十进制有六十个基本数字。

第二节 不等式 绝对值

一、不等式

区分实数大小的表达式叫不等式。不等式使用的符号是 $>$ “大于”， $<$ “小于”。

任何两个实数 a 和 b 都可以相互比较，它们间的相互关系不外下面三种情况之一。

$$a > b; a = b; a < b.$$

如果 $b = 0$ 。则上面三种情况变为

$$a > 0 \text{ (说明 } a \text{ 是正数);}$$

$$a = 0 \text{ (说明 } a \text{ 是零);}$$

$$a < 0 \text{ (说明 } a \text{ 是负数).}$$

符号 $a \geq b$ 表示 a 只能取大于或等于 b 的值； $a \leq b$ 表示 a 只能取小于或等于 b 的值； $a < x < b$ 表示 x 取值在 a 、 b 两数之间，但不包括 a 、 b ； $a \leq x \leq b$ 表示 x 取值在 a 、 b 两数之间且包括 a 、 b 两数值，所以前一个区间符号又称为开区间，还可以表示成 (a, b) ；后一个区间符号又称为闭区间，记为 $[a, b]$ 。

二、不等式的性质

1. 如果 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则 $a + b > 0$ ；

2. 如果 $a > 0$ ， $b > 0$ ，则 $ab > 0$ ；

3. 如果 $a < 0$ ， $b < 0$ ，则 $a + b < 0$ ；

4. 如果 $a < 0$ ， $b < 0$ ，则 $ab > 0$ ；

5. 如果 $a < b$ ， $b < c$ ，则 $a < c$ ；

反之成立。

6. 如果 $a < b$ ，则对任何实数 c 恒有

$$a + c < b + c;$$

7. 如果 $a < b$, 而 $c > 0$, 则 $ac < bc$; 如果 $c < 0$, 则有 $ac > bc$ 。

三、不等式在数轴上的表示方法

$x > b$ 即图1-3。

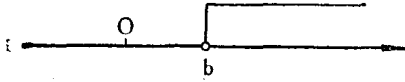


图 1-3

表示 x 可取大于 b 的所有实数, 不包括 b 点, 所以在数轴上, b 点是一个圆圈。

$x \geq b$ 即图1-4。

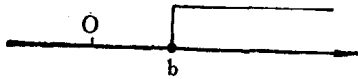


图 1-4

表示 x 可取 b 点或大于 b 的所有实数, 因此 b 点在数轴上是一个实点。

$x < a$ 即图1-5。

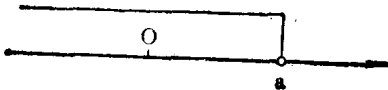


图 1-5

$x \leq a$ 即图1-6。

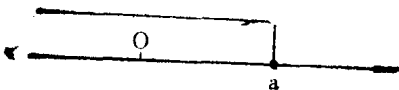


图 1-6

$a < x < b$ 可以图1-7表示。

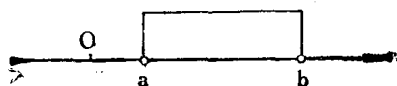


图 1-7

$a \leq x \leq b$ 可以图1-8表示。

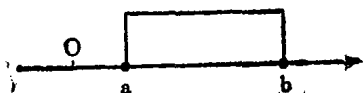


图 1-8

$a < x \leq b$ 可以图1-9表示。

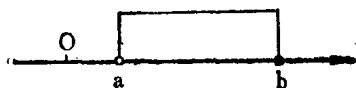


图 1-9

四、绝对值

数轴上代表一个数的点到原点的距离，叫做这个数的绝对值，用“|”表示。

若 $a > 0$ ，则 $|a| = a$ ；

若 $a = 0$ ，则 $|a| = 0$ ；

若 $a < 0$ ，则 $|a| = -a$ 。

由此可见，除了零的绝对值仍然是零之外，任何实数的绝对值永远是正数。

为了更好地理解绝对值，我们再利用图加以说明。如图1-10。

$$|-5| = 5, |5| = 5$$

从图可知，A和B与原点的距离相等，我们把这两点所表示的数叫相反数。

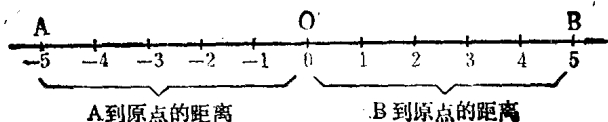


图 1-10

绝对值有下列性质:

1. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$, 即两数积的绝对值等于两数绝对值的积;

2. $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$, 即两数商的绝对值等于两数绝对值的商

(这里 $b \neq 0$);

3. 若 a 与 b 同号, 则 $|a + b| = |a| + |b|$ 。即如两数同号, 则两数和的绝对值等于两数绝对值的和;

4. 若 a 与 b 异号, 则 $|a + b| < |a| + |b|$ 。即两数异号, 则两数和的绝对值小于两数绝对值的和;

5. $||a| - |b|| \leq |a - b|$ 。即两数绝对值的差的绝对值小于或等于两数差的绝对值。

五、邻域

设 a 与 δ 是两个实数, 且 $\delta > 0$, 则满足不等式

$$|x - a| < \delta$$

的一切实数 x 称为点 a 的 δ 邻域。点 a 称为该邻域的中心, δ 称为这个邻域的半径。上式与不等式

$$a - \delta < x < a + \delta$$

是等价的。因此, a 的 δ 邻域又可表示成开区间

$$(a - \delta, a + \delta)$$

所以点 a 的 δ 邻域也就是以点 a 为中心, 长度为 2δ 的开区间。见图 1-11。

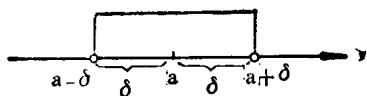


图 1-11

第三节 比 比例

在管理实践中，人们常用到比和比例的概念。

比的定义：两个数的商 $a \div b$ 称做 a 对 b 的比，记作 $a:b$ 。
 a 和 b 分别叫做比的前项和后项。

通常把比写成分数的形式，即

$$a:b = \frac{a}{b} = a \div b$$

两个量之比的数字形式叫做比率。例如 0.5 是 1:2 的比率；0.3 是 3:10 的比率。比率可以用分数、小数、百分比……形式表示。

例1 某化工厂 1980~1982 年的产值分别为 2500, 2750, 3000 (万元)，求它们的定比，环比和连比。

解 (1) 求定比。设 1980 年为基期，2500 为基数，则 1981 年、1982 年的定比分别为

$$2750:2500, 3000:2500$$

(2) 求环比。1981 年与 1980 年产值之比等于 2750:2500；1982 年与 1981 年产值之比等于 3000:2750。

(3) 作连比。1980~1982 年，三年的连比是

$$2500:2750:3000$$

比例的定义：两个比值相等的比组成的等式，叫做比例。例如

$$a:b = c:d$$

或

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

一般地，如果 $a:b = c:d$ ，就称 a, b, c, d 四个量成比

例。 a 和 d 叫做外项， b 和 c 叫做内项。

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 交叉相乘，得

$$ad = bc$$

即比例的外项之积等于内项之积。如果一个比例的两个内项相等，即

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$$

则 b 叫做 a 和 d 的比例中项。显然

$$b = \pm \sqrt{ad}$$

例2 求 5 和 20 的比例中项。

解 设 5 和 20 的比例中项为 b ，则

$$\frac{5}{b} = \frac{b}{20}$$

交叉相乘得

$$b^2 = 100$$

所以

$$b = \pm \sqrt{100} = \pm 10$$

比例是企业管理中常用的数学概念。管理实践中涉及成比例的量很多。例如下面的 y 与 x 是成正比例的量（当 K 不变时）。

y （销售额）= K （价格）· x （数量）；

y （总产值）= K （全员劳动生产率）· x （人数）；

y （税金）= K （税率）· x （纳税金额）；

.....。

下面的 y 与 x 是成反比例的量（ K 不变）。

y （允许产量）= K （原材料总量）÷ x （单耗）；

y （生产工人数）= K （工作总量）÷ x （生产工人劳动生产率）；

.....。

例3 某化工厂去年生产 A 产品 5000 吨，生产 B 产品 3000 吨，