

全国钢结构标准技术委员会

钢结构研究论文报告选集

第二册

24
全国钢结构标准技术委员会

全国钢结构标准技术委员会
钢结构研究论文报告选集
第二册



全国钢结构标准技术委员会

CHINA TECHNICAL COMMITTEE FOR
STANDARDS OF STEEL STRUCTURES

**SELECTIONS FROM RESEARCH
PAPERS AND REPORTS ON
STEEL STRUCTURES**

Volume 2

Published by China Technical Committee for
Standards of Steel Structures

本书汇集了近年来在钢结构标准规范科研工作中的重要成果。第二册的内容包括：安全度分析、冷弯型钢的屈服强度、疲劳、梁的整体稳定、梁腹板的超屈曲强度、吊车梁腹板的附加应力、柱脚锚栓等方面的研究成果。

本书可供土建工程结构设计人员、研究人员、施工人员和高等院校师生参考。

* * *

责任编辑：罗邦富

钢结构研究论文报告选集

第一册

全国钢结构标准技术委员会编

*

全国钢结构标准技术委员会出版（北京白广路4号）

中国建筑工业出版社印刷厂印刷

*

开本：787×1092毫米1/16 印张：14 $\frac{3}{8}$ 字数：346千字

1983年12月第一版 1983年12月第一次印刷

印数：1—2500册 定价：3.20元

前 言

经中国工程建设标准化委员会批准,全国钢结构标准技术委员会于1980年4月在苏州成立,并举行第一次学术会议。会上,部分代表作了学术报告。为了促使钢结构科研工作的深入开展,进一步活跃钢结构标准规范学术活动,拟不定期地编辑、出版《钢结构研究论文报告选集》,比较系统地汇集钢结构标准规范(《钢结构设计规范》、《薄壁型钢技术规范》、《钢结构工程施工及验收规范》)中有关的理论研究、试验研究和调查研究成果。

本书第二册的内容包括:安全度分析、冷弯型钢的屈服强度、疲劳设计、梁的整体稳定、梁腹板的超屈曲强度、吊车梁腹板的附加弯曲应力、柱脚锚栓等的研究。本书由北京钢铁设计研究总院罗邦富同志负责汇编并做了统一和局部修改工作,由于编辑、出版《钢结构研究论文报告选集》尚缺乏经验,书中难免有不妥之处,希广大读者提出批评和指正,函寄北京市白广路4号北京钢铁设计研究总院内本技术委员会收。

全国钢结构标准技术委员会

1983年3月

目 录

钢结构安全度的概率分析·····	李继华、夏正中(重庆建筑工程学院)	(1)
钢结构疲劳设计的趋向·····	俞国音(冶金部建筑研究总院)	(25)
单轴对称箱形简支梁的整体稳定性·····	潘有昌(浙江大学)	(40)
钢梁侧扭屈曲的归一化研究·····	张显杰、夏志斌(浙江大学)	(58)
钢梁屈曲试验的计算机模拟·····	张显杰、夏志斌(浙江大学)	(78)
验算钢梁整体稳定的简化方法·····	卢献荣、夏志斌(浙江大学)	(96)
钢梁横向加劲腹板在纯剪作用下超屈曲强度的试验研究 ·····	刘锡良、任兴华(天津大学)	(120)
钢吊车梁在集中扭矩作用下腹板附加弯曲应力的试验研究和计算方法 ·····	林醒山、沈素金、冯秀娟(南京工学院)	(128)
影响吊车梁腹板附加弯曲应力的其他因素·····	林醒山、沈素金、冯秀娟(南京工学院)	(142)
钢柱柱脚锚栓的应力分析和设计·····	李德滋(哈尔滨建筑工程学院)	(148)
缩小钢柱柱脚轮廓尺寸对上部钢框架性能的影响·····	李德滋(哈尔滨建筑工程学院)	(169)
薄钢结构安全度分析·····	牟再明、尹德钰、徐多运(太原工学院) 陈雪庭(湖北工业建筑设计院) 孔次融(机械工业部二汽工厂设计处)	(183)
冷弯型钢屈服强度的研究 ·····	金昌成、郝屏楨、刘韶萍(黑龙江省低温建筑科学研究所)	(205)

Contents

Probability Analysis of Safety for Steel Structures	Li Ji-Hua, Xia Zheng-Zhong	(1)
The Tendency of Fatigue Design for Steel Structures	Yu Guo-Yin	(25)
Lateral Torsional Buckling of Simple Supported Monosymmetric Box Girder	Pan You-Chang	(40)
The Normalization of the Curves of the Lateral Torsional Buckling of Steel Beams.....	Zhang Xian-Jie, Xia Zhi-Bin	(58)
The Computer Simulation of the Lateral Torsional Buckling Tests of Steel I-Beams	Zhang Xian-Jie, Xia Zhi-Bin	(78)
A Simplified Method of the Investigation of the Lateral Torsional Buckling of Steel I-Beams.....	Lu Xian-Rong, Xia Zhi-Bin	(96)
A Testing Research on Postbuckling Strength of Transversely Stiffened Plate Girders Subjected to Pure Shear	Liu Xi-Liang, Ren Xing-Hua	(120)
Experimental Investigation and Calculation Method of Web Additional Bending Stresses under Concentrated Torsional Moment on the Steel Crane Girder	Lin Xing-Shan, Shen Su-Jin, Feng Xiu-Juan	(128)
Other Factors of Influences on Web Additional Bending Stresses of Steel Crane Runway Girder	Lin Xing-Shan, Shen Su-Jin, Feng Xiu-Juan	(142)
Stress Analysis and Design of Anchor Bolts in Steel Column	Li De-Zi	(148)
Influence of the Decrease of Dimension of the Column Base Size upon the Behavior of Upper Steel Frame.....	Li De-Zi	(169)
Safety Analysis of Cold Formed Steel Structures	Mou Zai-Ming, Yin De-Yu, Xu Duo-Yun, Chen Xue-Ting, Kong Ci-Rong	(183)
Yield Strength of Cold Formed Steel Shapes	Jin Chang-Cheng, Hao Ping-Zhen, Liu Shao-Ping	(205)

钢结构安全度的概率分析

李继华 夏正中

(重庆建筑工程学院)

一、钢结构设计方法的发展与评价

我国钢结构设计方法,从现在的观点来看,都是定值法,其发展过程经历了三个阶段:第一阶段是传统的容许应力设计法,这个方法使用的时间较长,从本世纪初一直到50年代都是采用这一方法。第二阶段是三系数设计法,即计算极限状态设计法,这一方法自50年代中期到70年代中期整整使用了30年。第三阶段是新的容许应力设计法,即现行钢结构设计规范(TJ17—74)所采用的方法,这个方法在理论上与传统容许应力法相比有所改进。现对这三个方法分别评述如下。

(一)传统的容许应力法

传统的容许应力设计,其原则是结构构件的实际应力应小于或等于钢结构规范所给定的容许应力。结构构件的应力是按荷载规范规定的工作荷载(标准荷载),以线性弹性理论计算的;容许应力则是用一个大于1.0的安全系数去除某一适当的极限状态所规定的最大应力而求得。

设最大应力为 σ_{max} ,安全系数为 K ,则容许应力为:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{max}}{K}$$

对塑性材料, $\sigma_{max} = \sigma_s$ (屈服极限);对脆性材料, $\sigma_{max} = \sigma_b$ (强度极限)。安全系数 K 可称为安全储备,对塑性材料, $K_s = 1.4 \sim 1.6$;对脆性材料, $K_b = 2.5 \sim 3.0$ 。塑性材料的最大应力也可取强度极限,因为 $(0.5 \sim 0.7) \sigma_b = \sigma_s$,故此时 $K = 2.4 \sim 2.7$ 。

因为线性弹性理论是以构件危险截面某一点或某一局部的应力达到最大应力为其极限状态的,故对于应力分布不均匀的情况,如受弯构件、受扭构件、或静不定结构,其设计是较保守的,即构件的实际安全储备比其所用安全系数所表现的为大。考虑到这一点,本世纪30年代提出了最大荷载设计法,其安全系数由材料强度与容许应力之比改为破坏抗力与容许荷载效应之比。这里的容许荷载即为荷载规范规定的标准荷载。对于线性弹性理论来说,容许应力和最大荷载这两种设计方法是等效的;但如考虑材料的塑性性能,则最大荷载设计法显然优于传统的容许应力法,因为对某些构件的设计结果,尽管其安全系数相同,而前者却比后者经济。最大荷载设计法的名称极不一致,或谓之倒塌(Collapse)设计、破坏荷载(Ultimate Load)设计、极限荷载(Limit Load)设计、极限(Limit)设计、塑性(Plastic)设计等。我们这里是从荷载观点出发而谓之最大荷载(Maximum Load)设计,最大荷载等于标准荷载乘以荷载安全系数。

由于容许应力法是随材料的弹性力学的发展而兴起的,因此我们很习惯地把容许应力

法与弹性设计联系起来,并从而指出这是它在设计理论上不如极限设计之先进所在。但是持此论者却忽视了容许应力法本来就包含了极限设计的内容。如对于轴心拉杆的设计,由于我们认为应力是均匀分布于杆件的横截面的,当均布应力达到屈服应力时,杆件所承受的荷载也达到最大荷载,所以这当然是极限设计。又如压杆设计,在容许应力法中,从来就是极限设计,因为它考虑了杆件工作的弹塑性阶段。

当然,对于受弯构件来说,以截面边缘纤维屈服为其极限状态的容许应力设计是较极限设计保守的,但如适当降低安全系数,或增大容许应力,以考虑材料的塑性性能,则容许应力法同样可应用于梁的塑性设计,这在现行钢结构设计规范中就是如此处理的。设 M_p 为塑性弯矩, W_s 为塑性抵抗矩, W 为弹性抵抗矩,则

$$\frac{M_p}{K} = \frac{\sigma_s W_s}{K} = [\sigma] W_s = [\sigma]_s W$$

公式中 $[\sigma]_s$ 为按塑性计算的容许应力, $[\sigma]$ 为按弹性计算的容许应力,而 $[\sigma]_s > [\sigma]$ 。
 K 为安全系数。

容许应力设计法使用的时间较长,是因为它具有一定的优点。其一是应用简便,设计者对它很熟悉。我们可分别计算各种荷载引起的应力,然后把它加起来,再乘以荷载组合系数,这样就可以设计截面以使应力不要超过容许值。其二是按此方法设计可以满足正常使用的要求,如在标准荷载作用下保持低应力,则挠度、振动等都将难于达到极限状态。

但是,必须指出,此法也存在下列一些缺点:

1. 此法所给定的容许应力不能保证各种结构具有比较一致的安全水平。我们知道,恒载的估算比活载(如楼面活荷载)的估算要准确得多,假如一个结构所受的荷载,其恒载对活载的比值很高,则其破坏的可能性就较小。反之,则较大。

2. 它没有适当考虑到荷载增大的不同比率或具有不同的符号。此法采用隐含的单一安全系数,这是假设所有荷载的增大皆具有相同的比率。这对于出现反应力的情况,即由高变异荷载如风、土压力所引起的力与由相对说来近于常量的荷载,如恒载或预加力所引起的力的符号相反时,就不适用。现用图1来说明这种情况。

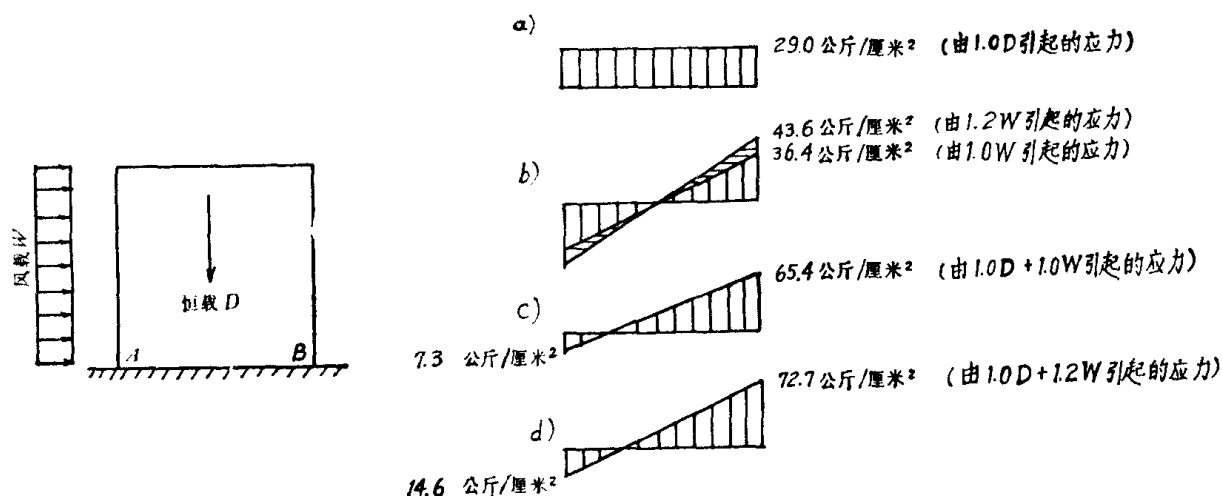


图 1 由于反作用荷载引起的应力变化

图1表示一结构在恒载和风荷载作用下,用容许应力法设计。设抗拉和抗压强度分别为14.6公斤/厘米²和131公斤/厘米²。在标准荷载(1.0D+1.0W)作用下,最大应力是各自强度的50%,如图1c所示。当风仅仅增加20%时,A处应力即从抗拉强度的一半陡增至抗拉强度,如图1d所示。英国Ferrybridge的冷却塔之所以破坏,其原因就在这里。

(二)三系数法

这里所说的三系数法是苏联50年代中期提出的计算极限状态设计法。这个方法的特点有三:

1.明确提出了极限状态的概念。在这以前的各种设计方法虽然也隐含了这一概念,但不明确,从而导致设计方法的定名和分类不甚合理。譬如容许应力设计和最大荷载设计原是以结构受力的分析方法来区分的,弹性分析用容许应力设计,塑性分析则用最大荷载设计。但是,如整体倾覆,既不属于弹性分析,也不属于塑性分析,用以上方法就难以概括,而极限状态的概念则适用。极限状态设计的概念是从极限设计的概念发展而来的,但前者比后者更为广泛,它既包括了不能使用的状态(破坏),也包括了不好使用的状态(妨碍正常使用)。

2.在结构安全度问题上引进了概率概念。这方法用平均值减三倍标准差的小概率原则来定义材料的计算强度,这就使结构安全度得到了一定程度的概率分析,而对基于概率的极限状态设计的研究起到了积极的推动作用。

3.采用了分项安全系数的方法。首先把荷载项和抗力项的系数分开,又把各种荷载的荷载系数分开,这就避免了前述单一安全系数的缺点,而适用于各种荷载(包括互相反号的荷载)的情况。

但此法在理论上也存在一些缺点:

1.材料的标准强度不是概率取值,而是生产上的废品限值,以当前采用的半概率法来衡量,此法尚未达到半概率法水准。

2.以试件的材料强度直接代替构件材料的强度,这是不合适的。

3.匀质系数的概念是重复的。对平均强度来说,取标准强度已考虑了材料均匀性的问题,而又以计算强度与标准强度之比谓之匀质系数,这在概念上显然是不必要的重复。

苏联在70年代初期已对此法进行了改进,标准强度规定按保证率95%或97.7%取值,取消了匀质系数,采用大于1的材料安全系数。这已进入半概率法的水平。

(三)现行钢结构设计规范(TJ17—74)的容许应力法

此法既是容许应力法,其隐含的安全系数当然是单一的。但是,这一安全系数却进行了多系数分析,然后才综合成一个单一的安全系数,这比不分析的单一安全系数对研究问题有利。例如,设计的结构只是在所用材料方面须进行新的考虑,那末,仅仅变动抗力系数就行了,而不必去变动荷载系数。现行钢结构规范的设计分析式如下:

$$K_1 K_2 N \leq \frac{1}{K_3} \phi(\bar{R} - 2\sigma, S)$$

公式中N为标准荷载综合荷载效应, $\bar{R} - 2\sigma$ 为材料平均强度减两倍标准差,即材料强度的标准值,S为几何因素, ϕ 为函数符号,K为安全系数。

根据研究,荷载系数变化范围为1.15~1.3,取其加权平均值为1.23,此即 K_1 之值。这一荷载系数可以照顾到荷载变异的大部范围,当少数情况荷载变异超出此范围时,则乘

以修正系数 K_3 。 K_3 系数还用于考虑其他特殊情况，其值为1.05、1.10和1.15；而对一般结构， $K_3=1$ 。

K_2 为抗力系数，对3号钢为1.142，对16Mn钢为1.176。

因此，对3号钢， $K=K_1K_2=1.23 \times 1.142=1.41$ ；对16Mn钢， $K=K_1K_2=1.23 \times 1.176=1.45$ 。

钢材的标准强度取值，规定其分位数为2.3——百分位数，即平均强度减2倍标准差。某些荷载标准值也以概率取值，如风荷载，定为30年一遇值，或重现期为30年，即96.67——百分位数。

从以上分析可以看出，现行钢结构设计规范的容许应力法，其实质与传统的容许应力法已有所不同，可称为半概率极限状态设计法。但要注意，对于反应力设计，还要另行处理。

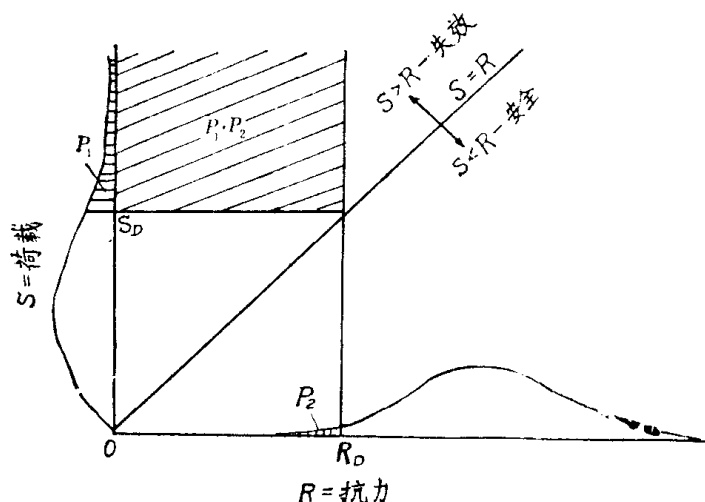


图2 半概率法的失效区

用现在概率法的观点来看半概率法，可以指出，半概率法低估了失效概率，这可用图2来加以说明。

设 S 为荷载， R 为抗力，则 $S>R$ 为失效， $S<R$ 为安全， $S=R$ 为极限状态。如图2，极限状态直线将平面分为失效和安全两个区域，凡在直线左上方的区域皆为失效区域。如果 K_1 反应超荷载的概率为 P_1 ，而 $1/K_2$ 反映低强度的概率为 P_2 ，则半概率法认为一个超荷载作用在一个低强度结构的概率为 $P=P_1 \cdot P_2$ ，这样计算的失效区域很明显 仅为斜线部分，其区域比整个失效区域为小，故低估了失效概率。

一个低强度结构的概率为 $P=P_1 \cdot P_2$ ，这样计算的失效区域很明显 仅为斜线部分，其区域比整个失效区域为小，故低估了失效概率。

二、适用于钢结构设计的一阶概率法

近十多年来发展了结构设计的一阶概率法，这概率法与定值法相反，它把结构功能函数的基本变量都视为随机变量，并将求结构的可靠度转化为求可靠指标。

一阶概率法的全称是一阶二次矩概率法，这是当前研究得比较成熟的建筑结构可靠度的计算方法。此法可分为下列两种情况来研究：

1. 线性极限状态

设功能函数

$$Z=g(X_1, X_2, \dots, X_n)=\sum_{i=1}^n X_i$$

则极限状态方程为：

$$\sum_{i=1}^n X_i=0$$

引入换算变量

$$\hat{X}_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}$$

μ_{X_i} 为 X_i 的均值, σ_{X_i} 为 X_i 的标准差。

极限状态方程变成

$$\sum_{i=1}^n \hat{X}_i \sigma_{X_i} + \sum_{i=1}^n \mu_{X_i} = 0$$

写成法线式

$$\frac{\sum_{i=1}^n \hat{X}_i \sigma_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2}} + \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2}} = 0 \quad (1)$$

公式中第二项为 $\hat{X}_i$ ——空间从坐标原点到极限状态方程的最短距离, 亦即可靠指标 β :

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2}} \quad (2)$$

如 X_i 为正态分布, 则失效概率为:

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (3)$$

若为非正态分布, 则按下式在验算点 X^* 计算 当量正态 的均值和标准差:

$$\mu_{X_i}^N = X_i^* - \Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i^*)] \sigma_{X_i}^N$$

$$\sigma_{X_i}^N = \varphi\{\Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i^*)]\} / f_{X_i}(X_i^*)$$

公式中:

- X^* ——验算点;
- $\mu_{X_i}^N$ ——当量正态均值;
- $\sigma_{X_i}^N$ ——当量正态标准差;
- $\varphi(\cdot)$ ——标准正态密度函数;
- $F(\cdot)$ ——非正态分布函数;
- $f(\cdot)$ ——非正态密度函数。
- $\Phi^{-1}(\cdot)$ ——标准正态的反函数。

从图 3 可知:

$$\hat{X}_1^* = \frac{\sigma_{X_1}}{\sqrt{\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2}} \beta = \alpha_{X_1} \beta$$

$$\hat{X}_2^* = \frac{\sigma_{X_2}}{\sqrt{\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2}} \beta = \alpha_{X_2} \beta$$

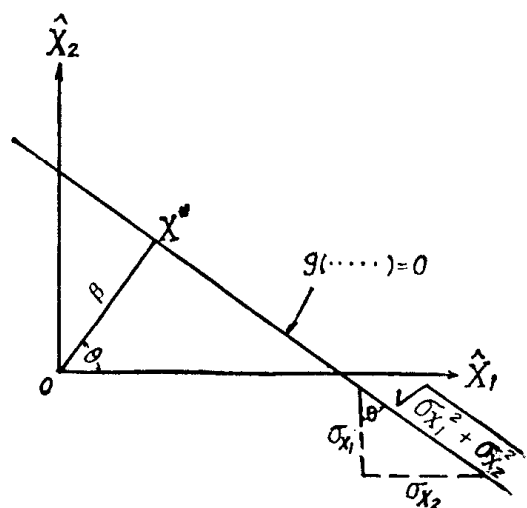


图 3 β 的几何意义

得 X_i 坐标系中验算点的坐标

$$X_1^* = \mu_{X_1} + \alpha_{X_1} \beta \sigma_{X_1}$$

$$X_2^* = \mu_{X_2} + \alpha_{X_2} \beta \sigma_{X_2}$$

写成通式

$$\hat{X}_i^* = \frac{\sigma_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{X_i}^2}} \cdot \beta = \alpha_{X_i} \beta \quad (4)$$

$$X_i^* = \mu_{X_i} + \alpha_{X_i} \beta \sigma_{X_i} \quad (5)$$

设 $X_1=R$, $X_2=S$ 则由公式 (2)

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

由此得:

$$\mu_R = \mu_S + \beta \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} = \mu_S + \beta \frac{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$$

或写成:

$$\mu_R - \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \sigma_R = \mu_S + \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \sigma_S$$

因得验算点座标

$$\left. \begin{aligned} R^* &= \mu_R - \frac{\sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \sigma_R = \mu_R - \alpha_R \beta \sigma_R \\ S^* &= \mu_S + \frac{\sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \beta \sigma_S = \mu_S + \alpha_S \beta \sigma_S \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

此公式与公式 (5) 是一致的。α 称为敏感系数。

2. 非线性极限状态

非线性功能函数一般为:

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

而极限状态方程则是:

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$$

在换算变量 $\hat{X}_i \left(= \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \right)$ 空间中安全区和失效区用二维空间表示如图 4。

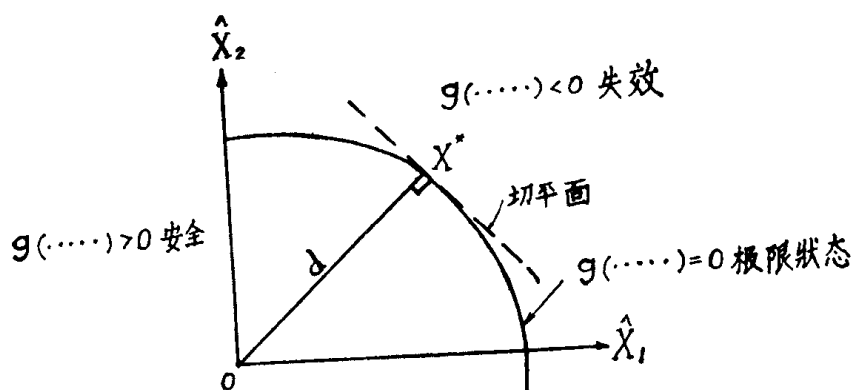


图 4 安全区和失效区

用极限状态面上的切平面来近似非线性极限状态方程。此切平面可由泰勒级数线性项决定：

$$\sum_{i=1}^n (\hat{X}_i - \hat{X}_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i} \right)_{X^*} + g(\sigma_{X_1} \hat{X}_1^* + \mu_{X_1}, \sigma_{X_2} \hat{X}_2^* + \mu_{X_2}, \dots) = 0$$

因切点 X^* 在极限状态面上，故上公式中 $g(\dots) = 0$ ，因得切平面方程

$$\sum_{i=1}^n (\hat{X}_i - \hat{X}_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i} \right)_{X^*} = 0 \quad (7)$$

从切点 $\hat{X}^*$ 到 $\hat{X}_i$ —空间的原点的距离，是可靠性的量度，显然最短距离是我们所感兴趣的。此距离决定于切点，设最短距离的切点为：

$$X^* = (\hat{X}_1^*, \hat{X}_2^*, \dots, \hat{X}_n^*)$$

这一点可用拉格朗日乘数法求得，因为这是一个求条件极值的问题。

设由极限状态面 $g(\dots) = 0$ 上一点 $(\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_n)$ 到 $\hat{X}_i$ —空间的原点的距离为 d ，则：

$$d = \sqrt{\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2 + \dots + \hat{X}_n^2} \quad (8)$$

求 d 在约束条件 $g(\dots) = 0$ 下的极小值。

拉格朗日函数

$$L(\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_n, \lambda) = d + \lambda g(\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_n) \quad (9)$$

公式中 λ 为待定常数。把 L 当作 $n+1$ 个变量 $(\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_n, \lambda)$ 的无约束函数，对这些变量求一阶偏导数得稳定点所要满足的 $n+1$ 个方程：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \hat{X}_i} = 0: \quad \frac{\hat{X}_i}{d} + \lambda \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ g(\hat{X}_1, \hat{X}_2, \dots, \hat{X}_n) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

在两个变量的情况下：

$$\begin{aligned} \frac{\hat{X}_1}{\sqrt{\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2}} + \lambda \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1} &= 0 \\ \frac{\hat{X}_2}{\sqrt{\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2}} + \lambda \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2} &= 0 \end{aligned}$$

由上二公式得：

$$\lambda = - \frac{\hat{X}_1}{\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1} \sqrt{\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2}} = - \frac{\hat{X}_2}{\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2} \sqrt{\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2}}$$

由此，

$$\hat{X}_2 = - \frac{\hat{X}_1}{\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1}} \cdot \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}$$

又知（从换算变量）

$$\hat{X}_1 \sigma_{X_1} + \mu_{X_1} + \hat{X}_2 \sigma_{X_2} + \mu_{X_2} = 0$$

将 $\hat{X}_2$ 之值代入，得：

$$\hat{X}_1 = \frac{-(\mu_{X_1} + \mu_{X_2}) \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1}}{\sigma_{X_1} \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1} + \sigma_{X_2} \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}}$$

$$\hat{X}_2 = \frac{-(\mu_{X_1} + \mu_{X_2}) \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}}{\sigma_{X_1} \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1} + \sigma_{X_2} \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}}$$

由此得:

$$\begin{aligned} d_{min} = \beta &= \sqrt{\hat{X}_1^2 + \hat{X}_2^2} \\ &= -(\mu_{X_1} + \mu_{X_2}) \sqrt{\frac{\left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}\right)^2}{\left(\sigma_{X_1} \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1} + \sigma_{X_2} \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}\right)^2}} \\ &= -(\mu_{X_1} + \mu_{X_2}) \sqrt{\frac{\left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}\right)^2}{\left[\left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}\right)^2\right]^2}} \\ &= \frac{-(\mu_{X_1} + \mu_{X_2})}{\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}\right)^2}} = \frac{\hat{X}_1 \sigma_{X_1} + \hat{X}_2 \sigma_{X_2}}{\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_2}\right)^2}} \end{aligned}$$

写成通式

$$\beta = \frac{\sum \frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i} \hat{X}_i}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i}\right)^2}}$$

将验算点代入, 得:

$$\beta = \frac{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i}\right)_{X^*} \hat{X}_i^*}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i}\right)_{X^*}^2}} = \sum \alpha_{X_i} X_i^* \quad (11)$$

在 X^* 点, 距离 d 正交于切平面, 因此:

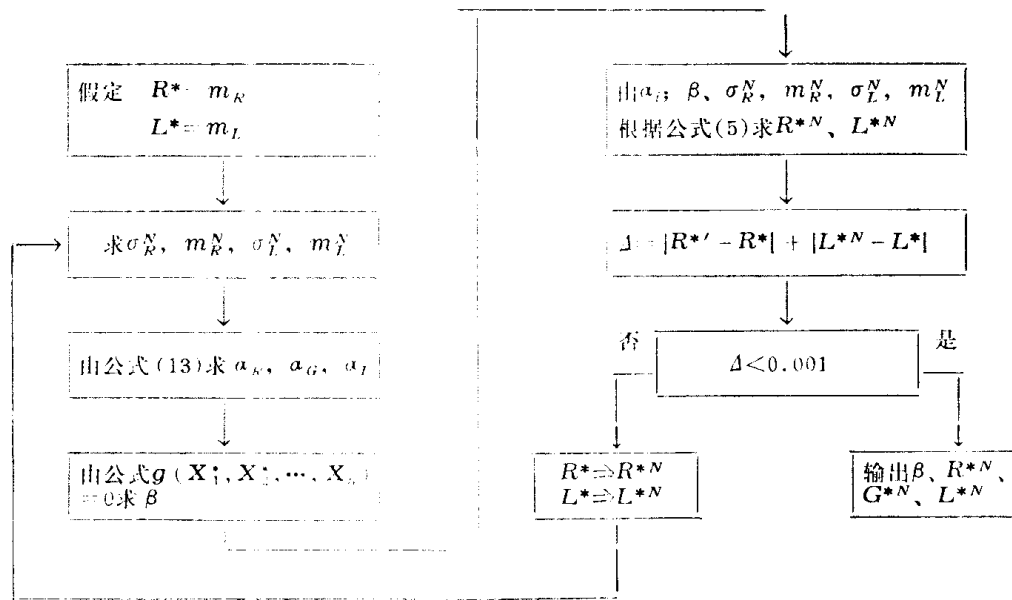
$$\hat{X}_i^* = \alpha_{X_i} \beta \quad (12)$$

公式中 α_{X_i} 为方向余弦,

$$\alpha_{X_i} = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i}\right)_{X^*}}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial g}{\partial \hat{X}_i}\right)_{X^*}^2}} \quad (13)$$

以上计算 β 值的公式是相互制约的, 因为要求出 β 值, 必须先定出设计验算点, 但在 β 求出之前, 设计验算点也是未知数。所以求解 β 只能用迭代法反复渐近地计算, 一般可

采用电算, 现以 $G+L$ 荷载组合为例, 其计算框图如下:



框图中 G 、 L 分别代表恒载和活载效应。

求 β 值的同时, 也求出了 R^* 、 G^* 、 L^* 等, 抗力及荷载系数可按下列各式分别求得:

$$\gamma_R = R^*/R_K = \frac{R^*}{m_R} \cdot \frac{m_R}{R_K} = \frac{R^*}{m_R} \cdot K_R \quad (14)$$

$$\gamma_G = G^*/G_K = \frac{G^*}{m_G} \cdot \frac{m_G}{G_K} = \frac{G^*}{m_G} \cdot K_G \quad (15)$$

$$\gamma_L = L^*/L_K = \frac{L^*}{m_L} \cdot \frac{m_L}{L_K} = \frac{L^*}{m_L} \cdot K_L \quad (16)$$

式中 γ_R 为构件抗力系数; γ_G 、 γ_L 分别为恒载和活载的荷载系数; R_K 、 G_K 、 L_K 分别为 R 、 G 、 L 的标准值。设计表达式为:

$$\gamma_R R_K \geq \gamma_G G_K + \gamma_L L_K \quad (17)$$

由于每一结构构件都有一个目标 β_0 值, 因此, 对每一构件的荷载系数都可能是不相同的。这和传统的设计方法不相符合, 对设计者也是不方便的。为了使所有结构采用统一的荷载系数, 应按优化方法分析求出。

假设有 i 个构件, 并且活载与恒载的比值有 j 种。 γ_G 、 γ_L 的选用, 根据可能出现的情况, 设 γ_G 为 1.1、1.2、1.3 三种, γ_L 为 1.1~1.6 六种, 可组成 18 组 γ_G 、 γ_L , 最后采用的一组 γ_G 、 γ_L (即统一的荷载系数) 应使得:

$$I = \sum_{i=1}^n Q_i \text{ 为最小} \quad (18)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^m \left[\frac{R_{Kij}^* - R_{Kij}}{R_{Kij}^*} \right]^2 \quad (19)$$

式中 R_{Kij}^* 为按目标 β_i 算出的构件抗力的标准值, 亦即由目标 β_i 按照 JC 方法求出 R_{ij}^* , 其平均值按抗力一般为对数正态分布考虑则为:

$$m_{Rij}^* = R_{ij}^* \sqrt{1 + V_R^2} \exp(\alpha_R \beta \sigma_{\ln R}) \quad (20)$$

$$\text{式中 } \sigma_{\ln R} = \sqrt{\ln(1 + V_R^2)} \quad (21)$$

$$\text{因此: } R_{Kij}^* = K_R m_{Rij}^* \quad (22)$$

而 R_{Kij} 系按选定的一组 γ_G 、 γ_L 求得， γ_{Ri} 则由下式算出。

$$\begin{aligned}\gamma_{Ri} R_{Kij} &= \gamma_G G_K + \gamma_L L_K \\ R_{Kij} &= \frac{1}{\gamma_{Ri}} (\gamma_G G_K + \gamma_L L_K)\end{aligned}\tag{23}$$

令 $b_i = \frac{1}{\gamma_{Ri}}$ ； $x_j = \gamma_G G_K + \gamma_L L_K$

故 $R_{Kij} = b_i x_j$ (24)

对每一种构件用优化方法求 b_i ，使：

$Q'_i = \sum_{j=1}^m (R_{Kij}^* - R_{Kij})^2 = \sum_{j=1}^m (R_{Kij}^* - b_i x_j)^2$ 为最小。 $\frac{\partial Q'_i}{\partial b_i} = 0$ 得：

$\sum_{j=1}^m [(R_{Kij}^* - b_i x_j)(-x_j)] = 0$

故 $b_i = \frac{\sum_{j=1}^m x_j R_{Kij}^*}{\sum_{j=1}^m x_j^2}$ (25)

故 $\gamma_{Ri} = \frac{1}{b_i}$

三、基本统计参数

(一) 荷载

有关荷载的统计参数，由建筑结构统一标准编委会荷载组根据调查统计资料进行分析求出。本文采用1981年2月召开的建筑结构统一标准审查会最后决定的数据。现将办公楼活载、风载、雪载、恒载的统计参数列于表1中。

荷 载 统 计 参 数 表 1

荷 载	平均值/标准值	变 异 系 数	分 布 类 型
$L_i + L_{rT}$	0.6981	0.2882	极值 I 型
$L_i + L_{rS}$	0.4943	0.4071	极值 I 型
W_S	0.756	0.255	极值 I 型
W_T	0.998	0.193	极值 I 型
G	1.06	0.07	正 态

注： L_i ——任意时点最大楼面持久性活载；
 L_{rS}, L_{rT} ——10年时段最大及设计基准使用期最大临时性活载；
 W_S, W_T ——10年最大及设计基准使用期最大风载。

$G+L$ 组合时，采用 $G+L_i+L_{rT}$ ； $G+L+W$ 组合时，采用 $G+L_i+L_{rS}+W_T$ 或 $G+L_i+L_{rT}+W_S$ 。结构设计基准使用期定为50年。

(二) 结构构件抗力

结构构件抗力的统计参数由有关的结构设计规范进行的调查统计和试验资料分析求出。

结构构件抗力的随机性是由材料机械性能和几何尺寸的变异以及结构设计计算模式的不定性所引起的。结构构件抗力 R 一般用如下的形式表达：