厂房承重結构的动力計算

E·C·索罗肯著
秦大雄译
錢培风校

中国工业出版社

厂房承重結构的动力計算

E·C·索罗肯著
秦大雄译
錢培风校

中国工业出版社

本书叙述厂房承重結构动力計算的实用方法，凡楼板上安有带动力荷載的設备的厂房均可适用。书中对于“房屋承重結构受机器动力荷載作用时的設計計算規程（И200-54）”一书的主要条例，作了詳尽的論証与說明。

本书可供工业厂房設計人員和結构专业的科学工作者参考。

Е·С·Сорокин

ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ НЕСУЩИХ КОНСТРУКЦИИ ЗДАНИЙ

Госстройиздат

Москва—1956

* * *

厂房承重結构的动力計算

秦大雄译

錢培风校

*

建筑工程部編輯部編輯（北京西郊百万庄）

中国工业出版社出版（北京佟麟閣路丙10号）

（北京市书刊出版事业許可証出字第110号）

中国工业出版社第一印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·各地新华书店經售

*

开本850×1168 1/32·印張10 15/16·字数285,000

1963年6月北京第一版·1963年6月北京第一次印刷

印数0,001—1,700·定价（10-7）1.85元

*

統一书号：15165·2087（建工-282）

前　　言

技术发展的现代化水平，以生产过程的普遍机械化自动化、工业企业装备有最新的机器設备以及工艺过程由准确的計器来控制等条件为标志。所有这些条件都使动力計算的意义有所提高，使它成为考虑建筑結构抗振措施的根据。

在机器工作时减少結构发生振动之所以往往成为必要，其原因非但在于保証結构本身的寿命，并且还为了要消除振动对生产人員和高度精确的工艺过程所造成的有害影响。現时，房屋承重結构动力計算的目的主要在于：早在結构物兴建之前就估計出預期的振动强度，并从对于生产人員、生产过程和建筑結构的影响出发，审核这样的振动在建筑物建成后是否容許。如果从上述这些观点出发，認为預期的振动是容許的，动力計算的任务就算完成了。反之，就必須根据已知的具体条件，选擇最經济合理的方法来减小振动。此时，对于那些可以从中找出振动过大的原因的动力計算結果，都要加以分析研究，作为选擇的根据。减小振动的措施，效果是否良好，应以动力計算来审核。

在本書中，叙述了一些房屋承重結构动力計算的实用方法，用以計算受到楼板上的机器所发生的动力荷載作用的房屋。著者十分注意动力計算实用方法（本書第二部分）的基本知識（本書第一部分）的实驗与理論分析。

С·А·别尔許捷恩（Бернштейн）教授和Б·Г·柯列涅夫（Коренев）教授在审稿过程中提出了不少宝貴意見，著者特此致謝。

目　　录

第三篇　建筑材料和建筑結构的动力特性

第二部分　动　力　計　算

第四篇　結构动力学的几个实用方法

第五篇　楼板和房屋的动力計算

緒　論

1. 結构物振动理論的基本概念与定义

在討論彈性体系振动問題的各种文献中，不同的作者对于同一概念往往采用不同的术語，而有时恰恰相反，不同的作者对于不同的东西却采用同样的术語。因此，我們認为：在論述之前，先把本書中采用的、在振动理論方面比較常用的一些术語說明一下，是比較妥当的。

振动运动或振动　彈性体系❶的振动，就是該体系的一些質点(或这些質点在相应平面上的投影)，在隨时間而改变的力的作用下，于該体系平衡位置(相应于无动力作用时的位置)的附近，在同一或相反方向所作的直綫往复运动。此时，質点对其平衡位置的最大偏移，与該体系的最小尺寸相比，为数甚微。在图1中，示出了彈性体系某一质点的一种振动情形，曲綫表示該質点的位移 z 与时間 t 的关系。

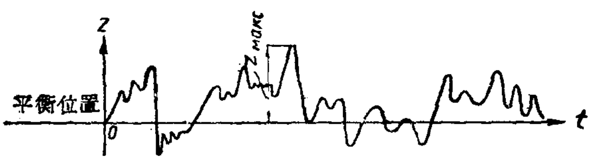

图 1　某一質点的振动

常常也采用《震动》这一术語来代替《振动》。有些作者还企图在这些术語的概念之間去寻找它們的差異[154]。但是在經典的文献中，这些术語的解釋是完全相同的。以后我們将經常地采用《振动》这一术語。

❶ 彈性体系指的是整个結构(房屋、桥梁等)或結构构件(梁、柱、剛架、板等)。

周期性振动 根据位移随时間而改变的規律，振动可以分为周期性的和非周期性的两种。如果在一段时間內观察到的某种振动运动，可以划分成若干相等的間隔，而每一間隔中的运动規律又是一样的，换言之，就是位移图形相同，这种振动就叫做周期性振动。图2所示的就是周期性振动的例子。运动規律开始重复的最小时間間隔T叫做振动的周期。在周期时間T內所作的整段运动叫做振周。在單位时間內的振周次数$n=\frac{1}{T}$，叫做振动的頻率。有时人們也把它叫作振动次数，但我們在这本書里仍旧采用頻率这一术語。

一秒鐘作一次振动（一振周）的頻率（或者說周期等于一秒鐘的振动頻率）作为衡量頻率的單位。这一單位叫做“赫芝”，它的符号是гц（或Hz）。

質点在相反方向內与其平衡位置的最大偏移之和$A=a'+a''$（图2）叫做振动距离。振动距离的一半叫做振幅$a=\frac{A}{2}$[41]。按照这一定义，振幅就是質点在振动时与其中間位置的最大偏移；所謂中間位置，就是指質点在振动运动过程中的某一假定平衡位置。

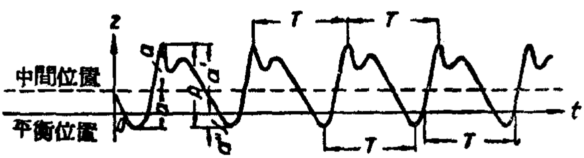

图 2 周期性振动

我們可以看到：在某些有关发电設备的振动和材料疲劳度[108]的文章中，有人把A的数値（即振动距离）称为振幅，这是与一般的說法相抵触的。

图1所示的振动运动，就是非周期性振动的一例。

簡諧振动 在很多可能遇到的周期性振动中，簡諧振动占着

很重要的地位。在实际观察到的許多振动过程中，大部分屬于純粹的簡諧振动或接近于簡諧振动。而最大的特点是：任何的周期性振动，实际上都可以被認为是若干簡諧振动的总和。簡諧振动的規律可以用下列方程表示：

$$z = a\cos(\omega t + \varepsilon) \qquad (1)$$

式（1）所示簡諧振动的图形如图3所示。

ω 称为簡諧振动的圓頻率或振周頻率；它与周期 T 或頻率 n 的关系如式（2）所示：

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n \qquad (2)$$

如果 n 是指1秒鐘內的振周数，那末 ω 就是 $2\pi = 6.283$……秒鐘內的振周数。

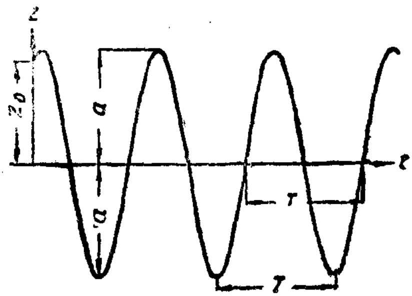

图 3 簡諧振动

某些作者把 ω 簡称为振动"頻率"，把 n 称作振动次数，但是我們把 ω 叫做"圓頻率"。

ε 称为初相角（有时叫做"相角差"、"相变位角"或簡称"相角"）。初相角就是質点在振动开始时（即 $t = 0$ 时）所在的相角；由此得振动質点最初的位移（見图3）为：

$$z_0 = a\cos\varepsilon$$

簡諧振动的另一特征是：質点的速度 v 和加速度 w 也按簡諧規律变化：

$$v = \frac{dz}{dt} = -a\omega\sin(\omega t + \varepsilon) = a\omega\cos\left(\omega t + \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$w = \frac{d^2z}{dt^2} = -a\omega^2\cos(\omega t + \varepsilon) = a\omega^2\cos(\omega t + \varepsilon + \pi)$$

速度的振幅是 $v_0 = a\omega$，加速度的振幅是 $w_0 = a\omega^2$；对位移来說，速度所移动的相角为 $\frac{\pi}{2}$，而加速度所移动的相角为 π。

阻尼振动 在振动理論中，当进行材料和結构的动力特性試驗时，有規律的阻尼振动与簡諧振动同样重要。图 4 所示是这种振动的典型例子。就前面采取的分类来說，这种振动幷不屬于周期性振动的一类，虽然它大体上具有周期性振动的形状，而且还有簡諧振动的形式。其实，这种振动在时間方面的确可以划分为若干相等的間隔 T，幷且这些間隔內的运动图形接近于簡諧振动。因此阻尼振动可以被認为是振幅不断减小的簡諧振动，其方程为：

$$z=a_0f(t)\cos(\omega t+\varepsilon) \tag{3}$$

式中： a_0——初振幅；

$f(t)$——时間的單調递减函数；

$a=a_0f(t)$——变振幅。

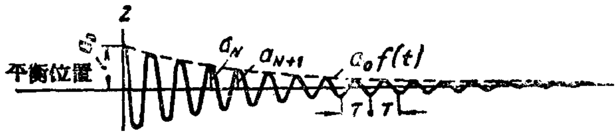

图 4 阻尼振动

图 4 所示的，振幅是按几何級数逐次递减（即 $\frac{a_N}{a_{N+1}}$ 的比值永远保持为常数）的阻尼振动。設 $\delta=\ln\frac{a_N}{a_{N+1}}$，称为阻尼的对数递减量❶。在这种情况下，函数 $f(t)$ 即成下式：

$$f(t)=e^{-\frac{\delta}{T}t} \tag{4}$$

---

❶ 这一定义系 А·Н·克雷洛夫（Крылов）、Л·И·曼杰利許坦（Мандельштам）和其他的許多作者所采用，即对数递减量表示每振动一周期后振幅减小的程度。有些作者，如列里（Релей）把减小一半的数值 δ' 称为对数递减量：$\delta'=\ln\frac{a_N}{a_{N+\frac{1}{2}}}$，即是用相邻的、相差半周期的、符号相反的振幅之比值的自然对数表示每振动半周期后振幅减小的程度。对数递减量有不同的定义，往往是造成誤解的原因。

$\frac{\delta}{T}$的值表征出振动的阻尼速度。当 $\delta\to 0$ 时，振动就变成无阻尼的簡諧振动。

动力荷載 动力荷載或变力❶是一种随时間的变化而变得相当快的外力（如机器設备运轉部分的慣性力、冲击压力、冲击性的风荷載等等）。因此与經常保持不变的外力（如設备重量）或变化得很慢的外力（如雪荷載等）不同。

安装在厂房楼板上的設备产生的动力荷載，在极大多数的情况下是周期性的。前面講过的有关周期性振动的那些部分，包括技术名詞在內，都适用于周期性力。所不同的地方，仅在于前面講到的周期性位移 z 要改成周期性力 P；振幅 a 要改成周期性力的幅度 P_0；振动的周期或頻率要改成周期性力的周期或頻率而已。

最重要并且最常見的一种动力荷載是簡諧力，它是按下列方程变化的：

$$P=P_0\cos(\omega t+\varepsilon)$$

任何一种周期性力 $P(t)$ 都可以准确地等于或接近于若干簡諧力的总和；这些簡諧力具有不同的圓頻率 ω_i、不同的幅度 P_{0i} 和不同的初相角 ε_i。因此可以用下面的方程来表示：

$$P(t)=\sum_{i=1}^{N}P_{0i}\cos(\omega_i t+\varepsilon_i)$$

彈性体系的自由度 振动仅在彈性体系內具有質量（等于重量除以重力加速度）的情况下才能发生。所有真实的彈性体系都是具有質量的（固有的或系連的）。为了强調出这一情况，我們把彈性体系称为是物质的体系。

如果某一彈性体系在振动时的位置只由一个参变数来确定，我們就称它为單个自由度的体系。在一个平面內振动的、跨中系

❶ 有时叫做强迫力、扰动力或干扰力。

有一个集中質量 m（重量 $Q=mg$）的"无重"梁❶可以作为这种彈性体系的一个例子。这样的梁，在振动时，其質量的位置完全由其重心离开平衡位置的位移值来确定。

如果某一彈性体系在振动时的位置要由 N 个独立参变数来确定，那末这样的体系就具有 N 个自由度。我們仍旧可以用这样的"无重"梁来做例子，仅有的差别是在其跨中系有 N 个集中質量 m_1、m_2、……m_N。梁振动时，这些質量的位置由 N 个参变数来确定；这 N 个参变数就是这 N 个物体离开其平衡位置的位移值。

系有密布質量的梁可以作为无限多自由度彈性体系的例子。因为，当这样的梁振动时，質量的位置（梁軸彈性曲綫的形式）由梁的軸綫上每点單元質量的位移值来确定，而單元質量的点数显然等于无穷大。

因为彈性体系事实上往往密布有固有的（本身的）質量，所以严格說来，所有的彈性体系都有无数个自由度。虽然在实际中，按照自由度把彈性体系分类相当重要，但大家都知道这种分类只是近似的。

然而，这种分类在振动理論上也有相当重要的意义，特别是在于可以利用單自由度彈性体系的簡單例子来解釋彈性系中发生的一些基本动力現象的特征。

不考虑能量損耗的单自由度彈性体系的固有振动 如果某一單自由度彈性体系离开了它的平衡位置，然后又自己使自己恢复原状，那末我們就說这一体系在振动。由于体系有彈性，在振动时有一恢复力 S 作用在它的質量 m 上。这一个恢复力与質量离开其平衡位置的位移 z 成正比，但符号相反。根据力学的基本定律，恢复力等于質量和其加速度的积：

$$-S=-kz=m\frac{d^2z}{dt^2} \tag{5}$$

❶ "无重"梁这一名称是假設的，其假設的条件是：梁的自重与所系的物体的重量相比，小得可以略而不計。

力$S=kz$是彈性力。比例系数k叫做彈性体系的彈性常数，在数量上，等于靜止地（即很慢地）加在質量上使之产生單位位移的力。彈性体系自己使自己发生的振动，也就是說彈性体系在外力去除之后发生的振动，叫做固有振动或自由振动。我們在这本書內采用固有振动的叫法。根据方程（5）可以立出固有振动的微分方程如下：

$$m\frac{d^2z}{dt^2}+kz=0 \qquad (6)$$

解这一方程，得：

$$z=a\cos(p_1t+\varepsilon_1) \qquad (7)$$

式中：
$$p_1=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

这种簡諧振动的頻率为：

$$n_1=\frac{p_1}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (8)$$

叫做彈性体系的固有振动頻率❶。振幅a和初相角ε_1根据彈性系运动的起始条件来确定。例如，如果在运动开始时（即$t=0$时），$z=a_1$，$v=\frac{dz}{dt}=0$，則

$$a=a_1,\quad \varepsilon_1=0$$

考虑能量損耗的单自由度彈性体系的固有振动 前面已經研究过的理想彈性体系，在运动开始时从外界得到的能量在振动过程中始終保持不变，并且在每一周期內于势能与动能之間交替变换。这样，式（7）确定的振动是无限制的繼續着的无阻尼振动。

在实际的彈性体系中，每振动一个周期总有一部分能量消耗于克服該体系中的一些不可避免的內部和外部的阻力。

內部的阻力，主要是体系中的非彈性阻力。在自然界中并不存在理想的彈性材料。当“彈性”体系振动时，由于其材料不可避免

---

❶ 这里和后面都用p表示彈性体系固有振动的圓頻率，使它与受迫振动的圓頻率ω相区別。

地有某些不均匀性，即使在比較小的应力之下，也会发生微小的塑性变形，損耗掉一部分能量。这些損耗的能量不能被材料吸收回去，变成了热扩散于大气中。这样損耗的一部分能量，有的材料（如鋼）是很少的，有的材料（如木材、混凝土）相当多，有的材料（如橡胶、土壤）就很多。

外部的阻力，如彈性体系联結点中的干摩阻力、空气阻力等，都可以成为振动时能量附加損耗的原因。在整体楼板結构內，外部阻力与內部阻力相比，前者一般仅占次要的地位。

当有內部阻力时，在一个完全的周期內（在力的变化周期內），外力与彈性体系內位移的关系（应力与变形的关系）成为图5所示的工作图的形式。該图上的迴綫叫做滞后迴綫。迴綫包括的面积表示变形一周期內不能收回的能量。

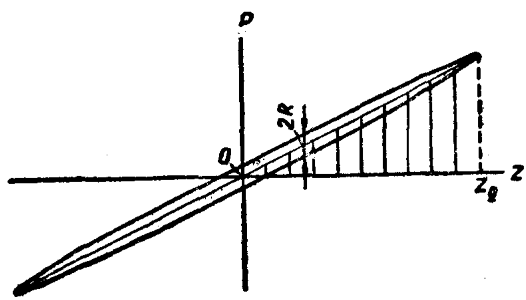

图 5　滞后迴綫

用于克服內部非彈性阻力的能量損耗，或簡言之为能量內損耗，以下列比值来表示：

$$\psi=\frac{\Delta W}{W} \tag{9}$$

式中：W——与位移幅度相适应的、彈性体系的彈性力所做的功。在图5中，以三角形（細綫构成者）包括的面积計量；

ΔW——在同一周期內損耗的功，在图5中，以迴綫包括的面积計量。

ψ 的数值叫做振动的耗能系数，一般說来，与彈性体系材料內的应力值有关，但与頻率或振动速度无关。

非彈性阻力 R 可以視为与彈性力成正比的一种力，但其相位落后于彈性力四分之一周期。因此，如以 $S(t)$ 表示彈性力，則

$$R(t)=\gamma S\left(t-\frac{T}{4}\right)^{❶} \tag{10}$$

式中：T——振动的周期；

γ——非彈性阻力系数，$\gamma=\dfrac{\psi}{2\pi}$。

考慮到非彈性阻力，彈性体系固有振动的微分方程可以列出如下：

$$m\frac{d^2z(t)}{dt^2}+kz(t)-\gamma kz\left(t-\frac{T}{4}\right)=0 \tag{11}$$

这一方程是根据式（5）在力 S 上加一非彈性阻力 R 而得到的。

求上式的积分，可利用下式代入：

$$z(t)=ae^{i(pt+\varepsilon)}$$

式中：$p=\dfrac{2\pi}{T}$；

i——虛数單位。

我們得出适当的实解❷为：

$$z(t)=a_1e^{-\frac{\psi}{2T_1}t}\cos(p_1t+\varepsilon_1) \tag{12}$$

这一有阻尼固有振动的图形与图 4 所示者相同，其頻率为：

$$n_1=\frac{p_1}{2\pi}=\frac{1}{T_1}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13}$$

其阻尼的对数递減量为：

---

❶ 形成一个封閉的滞后迴綫，恰好經过一个周期，由图 5 可見：在迴綫两端位移最大，故彈性力最大；但迴綫与其長軸的距离为零，故阻尼力应为零；在迴綫中部則相反：彈性力为零，阻尼力最大。所以，可以認为阻尼力落后于彈性力四分之一周期。——譯者注

❷ 在这一解中，比1小得多的数均略去不計。因此在这一解答中并未考慮到阻尼对頻率的极微影响。解时应注意：$e^{-i\pi/2}=-i$（見§21）。