

直綫透視學

在攝影測量問題上的應用

H. C. 格拉西莫夫著

測繪出版社

直綫透視學

在攝影測量問題上的應用

H. C. 格拉西莫夫 著

潘 琨 譯

測繪出版社

1956·北京

Н. С. Герасимов

Линейная перспектива

применительно к вопросам фотограмметрии

Москва 1939

本書系根据 1939 年出版的 Н.С. 格拉西莫夫的“直綫透視学在攝影測量問題上的应用”一書譯出。作者綜合了在莫斯科測繪学院及其他工程學院講授該課程的多年丰富經驗，全面地闡述了正射投影与中心投影在以圖解法解決攝影測量問題上的关系。此外，作者在書中还应用了大量淺顯易懂的圖形以助理解，因此，本書又是中等專業学校学生學習攝影測量的一本良好教材。

本書由潘琍同志翻譯，周承恭、陳賢鏗同志校訂。

直綫透視学在攝影測量問題上的应用

著 者 Н. С. 格 拉 西 莫 夫

譯 者 潘 琍

出 版 者 測 繪 出 版 社

北京宣武門外永光寺西街 3 号

北京市書刊出版業營業許可証出字第 081 号

發 行 者 新 華 書 店

印 刷 者 地 質 印 刷 厂

北京廣安門內教子胡同甲 32 号

編輯：張宝山 技術編輯：李嘉如 校對：白叔鈞

印數(京)1—4,180册 1956年11月北京第1版

開本 $31'' \times 43'' \frac{1}{25}$ 1956年11月第1次印刷

字數 85,000字 印張 $3\frac{4}{8}$ 插頁 1

定價 (10) 0.60元

目 錄

緒論.....	5
一、中心投影的基本概念.....	7
二、中心投影和正射投影的关系.....	13
三、根据直綫在基面上的已知位置求作直綫的影像.....	15
四、垂直于基面的直綫綫段的影像.....	21
五、对基面为任意位置的直綫的影像作圖法.....	25
六、在像面上作直綫影像的基本法則的例題.....	26
七、根据像面上已知直綫的影像作其在基面上的投影.....	31
八、基面上投影作圖的例題.....	36
九、像面在空間的各种特殊位置以及影像与投影的一般特点.....	41
十、投影中心的重合位置（投影对应）.....	47
十一、用平面重合法根据点的影像作其投影的基本方法.....	53
十二、直綫透視用于攝影測量問題上的主要例題.....	61
本書引用文献索引.....	95

緒 論

平行投影法(正射投影、斜射投影等)是假設:物体在平面上的影像是由空間彼此平行的投影光綫与該平面相交而得的。而中心投影法則假設:通过投影物体各个点的投影光綫是由一个公共的点投射出來的。

射出投影光綫的这个点叫做投影中心。不难确定,任何一种平行投影法都可看成是投影中心位于无穷远条件下的中心投影特例。

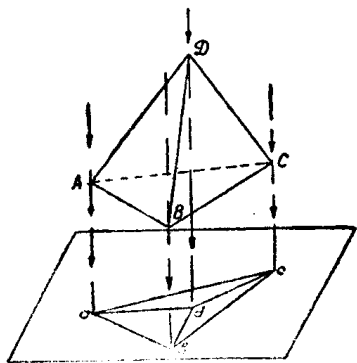


圖 1

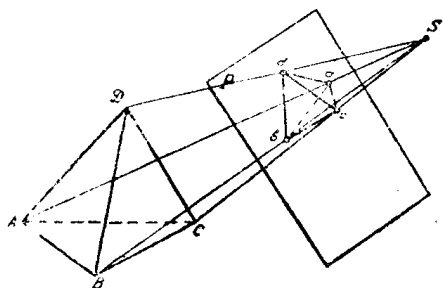


圖 2

圖 1 所示是按平行投影法所獲得之物体 $ABCD$ 的像, 而圖 2 所示是按中心投影法所獲得之同一物体 $ABCD$ 的像。

比較圖 1 和圖 2, 可以立刻得出如下的結論: 所得的兩個影像彼此一定不相同。在平行投影法中物体与投影面的距离是完全沒有任何作用的, 但是, 在中心投影法中就不能这样說。并且, 在中心投影法中投影中心与投影物体的距离, 以及投影面和投影中心的相互位置都有着重要的关系。

不必研究所有的特点, 即可做出这样的結論: 研究用中心投影法所得之影像的性質是很複雜的, 因为在中心投影法中除了平行投影法所具的規律性以外, 还可以發現許多具有另外一些特性的新因素, 而它們对所得影像的性質又有所影响。

根据中心投影法所能达到的目的和任务, 可以把中心投影分成几

类：直綫透視、全景透視、圓錐透視、条件透視等等。

中心投影的这种分类是根据投影物体的影像所在表面的特征（直綫透視、圓錐透視等），或根据各种利用中心投影的方法而定的。

在攝影測量学上有着重要意义的，主要是一些与直綫透視（也就是与平面上獲得影像）有关的問題，因为每一攝影影像都是直綫透視的特例。全景透視在攝影測量学中对于所謂全景攝影測量，也就是攝影影像不在平面上而在圓柱面上的情况，是很有意义的。

此課程的首要任务，是研究用中心投影法在平面上所獲得之影像的性質，其次就是研究在全景透視情况下影像的性質。

此課程所研究的直綫透視問題与一般情况下所研究的直綫透視理論法則有許多地方是不相同的。

一般对直綫透視的理解是：像面在空間的位置是完全垂直的。而用于攝影測量中像面的这种位置只是一种特例，因为对于攝影測量來說，無論像面在空間位于任何位置都能獲得某一物体的攝影影像。

为了說明这一点，可以列举如下的例子。用地面攝影法可以攝得某一物体的影像。此时，可使像面处于嚴格鉛垂位置，从而攝得符合于一般直綫透視法則的物体影像。

但是，若由空中（由飛機或飛艇等上）攝取这一物体，这时由于像面不再处于鉛垂位置，故所得的影像虽然仍服从于直綫透視法則，但其形狀与第一种情况所得的影像已有很大的差別。

一、中心投影的基本概念

如上所述，所有投影光綫的交点叫做投影中心，通常以 S 点表示該点在攝影上相当于鏡頭的前節点（概略地說，即鏡頭中心）。在一般的直綫透視理論中，这个 S 点叫做視点。物体的投影面叫做圖面或像面，并以 P 表示之。

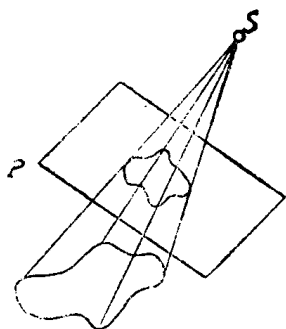


圖 3

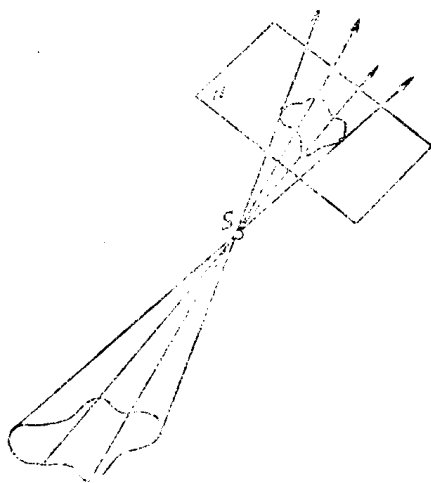


圖 4

此平面在攝影上就是構像平面或像框平面。此外，对于攝影來說还有所謂陽像和陰像之分。

如果投影光綫在会聚于投影中心以前与像面相交（圖 3），則在像面上得陽像（正像）。

如果投影光綫在会聚于投影中心以后与像面相交（圖 4），則在像面上得陰像（倒像）。

換言之，若像面和物体位于投影中心的同一边，則在像面上得物体的陽像。而若像面和物体分別在投影中心的兩边，則在像面上得物体的陰像。顯然，同一物体的影像可以为陽，也可以为陰，但像面对投影中心的位置應該是嚴格对称的。利用平行投影法只能得到陽像。

像面与投影中心的相互位置,决定于投影中心 S 到像面 P 所作的垂綫。投影中心与像面的这个距离在直綫透視理論中叫做主距,而在攝影上叫做攝影机的焦距。該值以 f 表示。

此垂足叫做主点,以 o 表示之。在攝影測量学中焦距 f 以及主点 o 的位置通常都是已知的,因而像面与投影中心的相互位置也是已知的。

設(圖5)在三度空間中有像面 P 、像面 P 的距离为 $So=f$ 的投影中心 S 和任意一点 A 。

A 点的空間位置可按空間坐标系①内确定点位的某一方法求得。

坐标原点和坐标軸的方向可任意选择,或根据某些实际情况来选择。这种三度空間在直綫透視理論中叫做实物空間。

A 点在像面上的像僅有一点(即 a 点)此 a 点是由过已知点 A 和投影中心 S 的投影光綫与像面相交而得的。

同样,若在空間取任意一条直綫 DE ,則它在像面上的像就是唯一的一条直綫 de 。像面上的每一根直綫的像,都可被看成是通过投影中心和空間已知直綫的平面与像面的交綫。

但是有一个例外的情况,即若空間直綫的延長綫通过投影中心,也就是此直綫兩端点的光綫彼此相合并通过直綫本身(如圖5的直綫 BC)的时候,則所得之直綫影像为一个 b, c 点。顯然,在这种情况下直綫的影像就是此直綫在像面上的跡点。

空間的任一平面在像面上的影像可以为平面(二度測量元素),

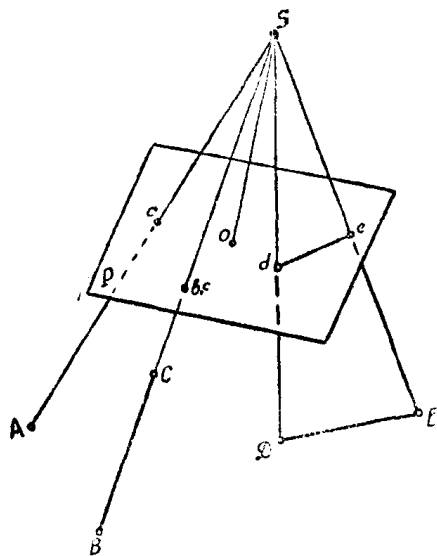


圖 5

①顯然,像面与投影中心 S 的相互位置在空間坐标系中可以是已知的。

也可以为直线。如果在空间某一平面 E 内（圖6）有一三角形 ABC ，那么，它在像面上的像就是三角形 abc ，这是边 AB ， BC 和 CA 投影的结果。

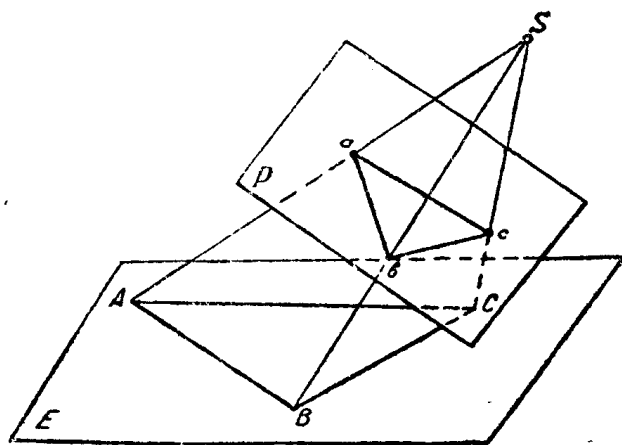


圖 6

如果空间的平面通过投影中心，则此平面就变成了投射面，而它在像面上的影像就是一条直线。此像即为该平面的迹线。

任何一条平面曲线在像面上的像，根据空间曲线本身所在的平面对投影中心的位置，可为曲线也可为直线。

像面上影像的大小（除独立点之外）取决于：（1）物体本身离投影中心的远近，（2）像面到投影中心的距离。换言之，影像的大小取决于两投影光线长度的比值（即从投影中心到物体与从投影中心到物体在像面上影像的光线长度之比）。

各个投影光线的这种比值可以保持不变，也可不断地改变。比值保持不变就表示物体与影像保持相似，而比值不断地改变则说明物体的影像具有变形。

以上所述的是关于点、直线、平面在像面上之影像的基本概念。现在来研究点、直线等的投影情况，也就是根据已有的影像来确定相应物体在空间位置的基本概念。

若在像面上已有某一点的像 u ，那么，显然根据此像即可确定投影光线的位置，而在像面上构像的空间点应位于此投影光线上。但是

根据点的一个像尚不能确定空间的这一点，因为在此投影光线上可取无数的空间点，而它们的影像都可以是 a 点。为了确定空间某一点，必须有一个只能获得一个空间点的补充条件。此补充条件可以假设：空间点 A 所在的平面位置为已知；或者在另一像面上亦有此点的像。在第一种情况下，所求点 A 的位置就是投影光线 S_1a 与平面 E 的交点（图 6a）。

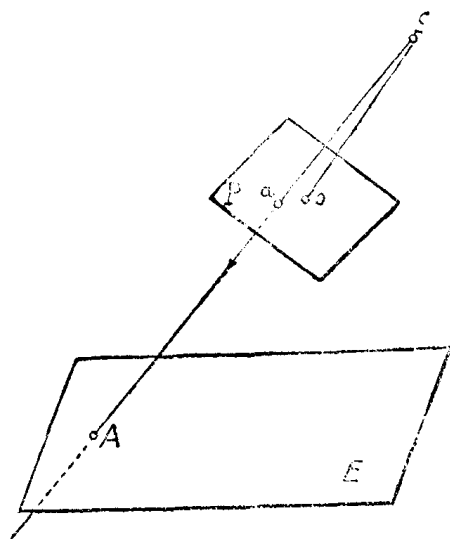


圖 6 a

在第二种情况下，像面 P_1 的投影光线 S_1a_1 与像面 P_2 的投影光线 S_2a_2 相交，即得空间点 A （图 7）。当然，必须在像面相对位置配置得很正确的条件下方可。

此外像面上每一点均可相应于空间的某一条直线。因而，在这种情况下如果只在一个像面上有直线的像，即令已知此直线所在的平面，要想确定空间这一直线仍然是不可能的。而在这种情况下唯一的办法

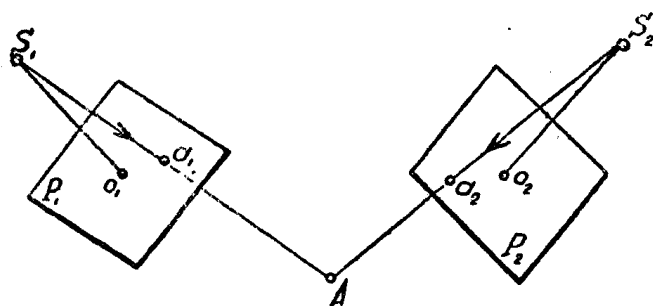


圖 7

是在二个像面上皆有此直线的像，即使直线在一个像面上的影像是点，而另一像面上的影像是线段，也能确定空间的直线（图 8）。

在相反的情况下，也就是如果另一共轭面上没有此直线的影像，

那么，只有在已知某一空間平面的位置和已知直綫对此平面的位置的情况下，才能按已知像來确定空間的直綫。例如，已知空間直綫与某一平面重合或垂直，同时知道此平面对投射面的位置。

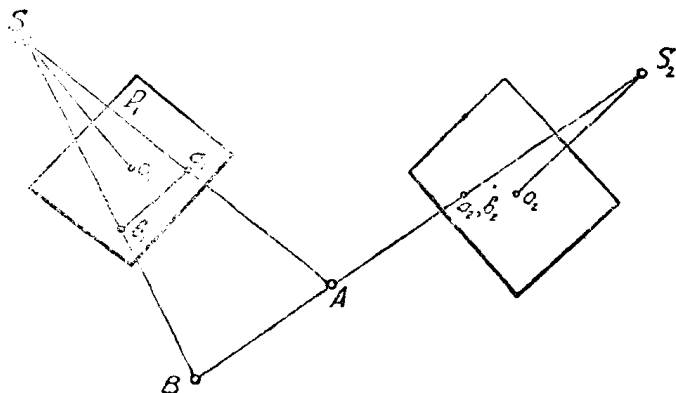


圖 8

为了根据点和直綫在一个像面上的像來确定其空間位置，必須知道此直綫和点所在平面的空間位置。

此平面在空間的位置一般來說可以是任意的，但是在直綫透視問題中一般都將此平面看成是水平位置。

此平面在直綫透視學上叫做物面，而用于攝影測量問題上則可以將此面看作是地平面或一定比例尺的地圖面。据些，某些元素的投影就可以看成是“由实地”獲得的（第一种情况），或“按一定比例尺”獲得的（第二种情况）。

下面我們以 T 表示平面，而以 B 表示某一比例尺的地圖面（圖 9）。

像面与物面的相互位置可由該二面間的二面角确定之；我們以 α 表示像面对物面的这个傾斜角。除像面的傾斜角 α 外，还必須知道物面离投影中心 S 的距离。这个距离在直綫透視學上是沿物面的垂綫量得的，叫做視点高或投影中心高。此距离用于攝影測量問題上叫做航高，通常以 H 表示它。顯然，航高 H 的实际数值是从地面 T 起算的。如果把某一比例尺的地圖面当作投影平面，那么，就可以根据相应的綫段來确定投影中心 S 至地圖面的距离，此相应的綫段就是用已知比例尺

表示的航高 H 。

在这种情况下，我們用 $\frac{H}{t}$ 來表示航高， t 就是平面圖數字比例尺的分母。

我們以 S_0 点表示物面上航高的底点。顯然，此 S_0 点就是投影中心 S 在物面上的正射投影。

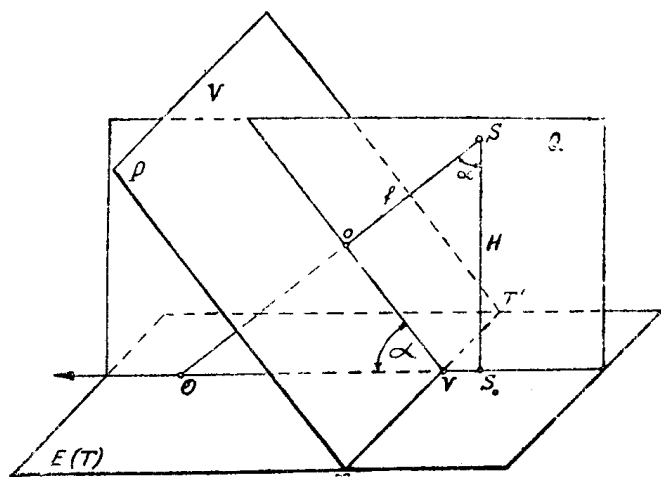


圖 9

最后，由圖 9 中不难看出，像面的傾斜角 α 等于投影中心处光軸 S_0 和航高 H 二方向所組成的角，所以在攝影測量問題上通常就把 α 角看成是光軸与鉛垂綫的夾角。根据光軸对鉛垂綫偏差的角度，可以立刻判定出像面对物面的傾斜角。

像面与物面的交綫叫做像跡綫或透視軸，以后將以 TT 表示此像跡綫。

此綫在直綫透視学的許多实际問題中都具有很大的意义，因为此綫上的点既屬於像面，又屬於物面。其次，必須注意，每一种比例尺的平面圖，其在像面中的像跡綫都是已完全确定了。

換言之，在已知傾斜角 α 值的条件下，像面上像跡綫的位置可确定空間物面的位置，这样就代替了上述原素（即航高 H ）。

若設一平面通过投影中心 S ，并垂直于像面（ P ）和物面（ T 或 E ），則此平面叫做主垂面，以后我們以 V 來表示它。

顯然，主垂面中既包含有光軸 S_0 的方向，又包含有航高 H 的方向，因此，如果這兩個要素為已知，則不難得出主垂面對像面和物面的位置。

主垂面和像面的交綫始終在過主點 o 的直綫上。此直綫叫做主垂面的跡綫，或簡稱主縱綫，以後我們以 VV 來表示它。而主垂面與物面的交綫叫做基本方向綫，此方向綫常常通過 S_0 點（地底點）。

光軸方向綫與物面的交點也常在此基本方向綫上。此交點叫做主點的中心投影。以下以 O 表示之。

還必須指出，主縱綫、基本方向綫和像跡綫彼此相交於一點。此交點將以 V 表示之。像跡綫恆與基本方向綫或主縱綫成直角相交，而主縱綫與基本方向綫常構成一傾斜角 α 。

二、中心投影和正射投影的關係

上面我們已經談到，像面上點的影像可以視為投影光綫的跡點，而空間某一直綫的像可以視為投射面在此像面上的跡綫，這就說明了中心投影與正射投影間的關係是非常密切的。進一步公析基本概念，亦不難得出一系列中心投影與正投影相類似的地方。

顯然，物面完全可以被視為一種水平投影面。

若設投影中心 S 屬於投射面 H 和 V 的系統，已知其坐標為 x, y, z ，且 $y=0$ ，則不難判定，主垂面相當於縱面 V ，而坐標 z 相當於航高 H 或 $\frac{H}{t}$ 。

在這種條件下像面變為對縱面垂直的投射面，而當 $\alpha=90^\circ$ 時，則為側面。因此，主縱綫就是縱面中像面的跡綫，而像跡綫則是橫面中像面的跡綫。最後，可把基本方向綫看成是縱面和橫面的交綫。

採用正射投影的方法，可以將像面和投影中心的任意位置導至上述位置。例如，如果已知投影中心 S 在投影平面系統中與縱面是不一致的，那麼，採用變更投影面的方法，在 $y=0$ 時很容易得出投影中心的位置。

同樣，此時若用旋轉法，亦可將投影平面系統中像面的任意位置

導至為對縱面垂直的投射面的位置。

總結以上所述，即可解決已知某物體在橫面與縱面上的正射投影而在像面上制作此物體影像的問題。

為了說明這一點，我們來研究一下下面的問題（圖10）。

設已知一空間三角錐在橫面 H 與縱面 V 的投影，同時已知像面 P 的投影中心 S 的投影，以及像面 P 的垂直跡綫 P_V 和水平跡綫 P_H 。要求在像面 P 上作三角錐 $ABCD$ 的透視像。顯然，由投影中心 S 向三角錐 $ABCD$ 引投影光綫與像面 P 相交，就可以獲得它的透視像。

因此，得出三角錐各頂點的像，依次將所得各點彼此聯結起來，就得整個三角錐的像。這一問題可以採用幾種不同的方法來解決，但在这里我們僅就其中最簡單的一種來加以分析。

假設我們由投影中心 S 向其底面 ABC 之各頂點引畫投影光綫，則在空間得到底面仍為 ABC 而頂點為 S 的新三角錐。此三角錐與已知像面 P 相交，顯而易見，其截面圖形不是別的，而正是三角錐底面在像面 P 上的像。用平面確定三角錐的截面圖形，是画法幾何中的一般問題。如把 S 點（投影中心的水平投影）和 a, b, c （三角錐底的水平投影）各點聯結起來，則得投影中心向三角錐底面各頂點之投影光綫的水平投影。在縱面內仿此作法，則得投影光綫在縱面上的投影。

作三角錐頂點 D 的影像的問題也很簡單。 D 點的投影光綫可視為直綫。求出此直綫與像面 P 的交點，即得三角錐頂點的像 d_0 點。

用直綫將 d_0 點與前面所得錐底的像聯結起來，就得此三角錐在像面 P 上的透視像。

在以上所研究的問題中我們是取陽像面，而在陰像面上的作圖也完全一樣。為了說明這一問題，圖11上列舉了在陰像面 N 上平行六面體 $ABCDMLPQ$ 的透視像的作圖。

这里我們不談作圖問題，而僅指出：在圖11上，圖形 $a_1b_1c_1d_1m_1p_1l_1q_1$ 是此平行六面體的透視像在橫面 H 上的正射投影，而 $a_1'b_1'c_1'd_1'm_1'p_1'l_1'q_1'$ 則是此透視像在縱面 V 上的正射投影^①。圖形 $a_0b_0c_0d_0m_0p_0$

①在圖法幾何教程中有类似于此的作圖法，例如，巴爾沙烏的圖法幾何教程中的 §187—§189，格拉哥列夫的圖法幾何教程中的 §9 和 §10。

l_0q_0 是平行六面体在 N 面上的像，此像是將陰像面 N 叠合于縱面 V 的方法作成的。最后，我們還要注意到檢查作圖的一些原則。关于这些原則在本書以下各章中將要加以說明。

1. 若角錐体的底面（如前面的例子）系与橫面平行，或与其重合，同时底面的各边成对平行，并与像面的水平跡綫構成某一角度，那么，底面各边在此像面上所得的像彼此不平行，但像面平行于橫面的情况例外。

2. 如果將其底面的平行对边的像延長，使其彼此相交，那么，交点將位于像面与过投影中心之橫面的交綫上。若底面与橫面不平行，則上述平行边的像的交点將位于像面与平行于底面并过投影中心 S 的平面交綫上（地平綫）。

3. 如果角錐体底面的某些边平行于像面的水平跡綫 P_h ，則其像亦应平行于水平跡綫。

4. 平行于像面的角錐体的側面影像沒有变形。

5. 若角錐体的某一稜垂直于橫面 H ，則該稜的影像方向將通过航高方向（投影中心坐标 z ）与像面 P 的交点。

三、根据直綫在基面上 的已知位置求作直綫的影像

假設已知像面 P 在空間对基面 E 的关系位置、像面的傾斜角、投影中心 S 的位置以及投影中心至像面和基面的距离。根据这些資料，我們可得出像跡綫 TT 、基本方向綫 S_0O 以及主縱綫 VV 。此外，在基面 E 上有彼此平行且平行于基本方向綫（圖12）的直綫 AA_1 与 BB_1 。

現在要在像面上作此二直綫的像。

換言之，也就是要得出由投影中心 S 到此二直綫端点的投影光綫 SA 、 SA_1 和 SB 、 SB_1 与像面的交点。

即使我們引画这些投影光綫，在圖上仍然不能得到光綫与像面的交点。这个問題我們可以用下面的方法來解决。

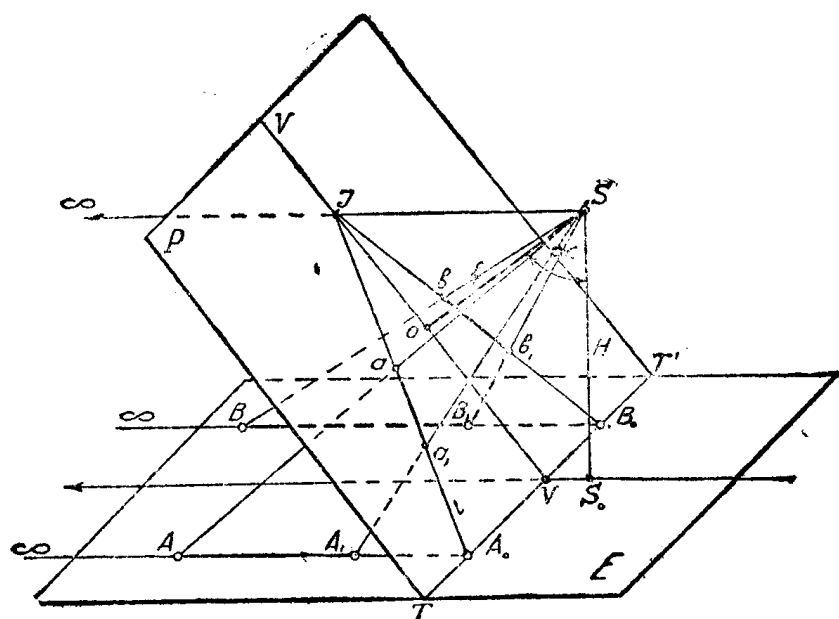


圖 12

將直線 AA_1 和 BB_1 延長與像面 P 相交。顯然，這些交點在像跡綫 TT' 的 A_0 點和 B_0 點上。這二點既屬於基面又屬於像面，也就是說， A_0 和 B_0 點就是像面上的像。

同時，所求直線在像面上的影像延長綫應通過 A_0 和 B_0 點。

其次，假設 A_1 和 B_1 點沿 A_1A 和 B_1B 的延長綫向背着像面的方向逐漸移至無窮遠。若我們要想獲得這些移動點在像面上的像，而由投影中心向這些點引投影光綫的話，那麼可以看出：投影光綫與每一直綫的傾角，將隨點與像面間距離的增大而逐漸地減小，最後，當點位於無窮遠時投影光綫即與直綫平行。此外，亦不難確定：因為已知直綫 AA_1 和 BB_1 平行，故二直綫上無窮遠點的投影光綫必互相重合。據此，由投影中心 S 作一平行於這些直綫的光綫與像面相交，即不難得出位於已知直綫上無窮遠點的像。

因為已知直綫 AA_1 和 BB_1 平行於基本方向綫，所以，平行於此二直綫的光綫同時也應平行於基本方向綫，也就是說，此光綫位於主垂面內。既然光綫位於主垂面內，所以此光綫與投影面的交點也就必然