

超靜定結構分析法

W. F. 凱 西 原著
吳之翰 徐鼎新 合譯

中國科學圖書儀器公司

出版

超靜定結構分析法

W. F. 凱 西 原著

吳之翰 徐鼎新 合譯

江苏工业学院图书馆
藏书章

中國科學圖書儀器公司

出版

超靜定結構分析法

STRUCTURE ANALYSIS

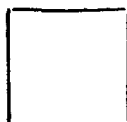
The solution of statically Indeterminate structures

by

W. F. Cassie

Longman Green & Co., London

版權所有



不准翻印

一九五三年三月初版

◀定價人民幣一萬九千八百元▶

譯者 吳之翰 徐鼎新

出版者 中國科學圖書儀器公司
上海(18)延安中路537號

總發行所 中國科技圖書聯合發行所
上海中央路24號304室
電話 19566 電報掛號 21968

分銷處 中國科學圖書儀器公司
南京：太平路32號
廣州：永漢北路204號

序

超靜定結構之分析，比較繁複，而在實際工程上反採用較多。故在校學生以及從業人員，每盼望能將原理之應用與數字例題相結合，以期易於瞭解而便於觀摩。本書編制之方法及內容，雖未臻盡善盡美，但尚能適應此一般之要求。

在校學生或從業人員易於接受理論，而當解決實際問題時，每感手足無所措，或步驟紛亂，或計算龐雜，以致結果錯誤。故本書致力於下列各點：

- (1) 指示各種重要方法之運用，以解超靜定結構問題，
- (2) 用不同方法，解同類之問題，以資比較，
- (3) 採用合理步驟及簡明方式，以利啓發。

本書對於教師，可作為授課之藍本；對於在校學生，可作為練習之指南；對於從業人員更可作為演算之參考。倘能依本書之章次，將所有例題及習題，循指示之途徑，親自演習，則對於掌握原理及處理問題之能力，必有所裨益，而對於解決實際上所可能遭遇更複雜之問題，必能加強信心而有把握。

本書原為凱西⁽¹⁾所著，採用英制，未加更張，並保留其編排格式，以存其真。至於原書中在說理上或演算上偶有之舛誤，則已加以

(1) 原書著者為 W. Fisher Cassie, 由 Longmans, Green and Co. 於 1947 年出版。

訂正。遺漏之處在所難免，尙望讀者指教。

該書原版，係向顧鵬程先生借得，特致謝忱。譯稿之抄寫工作，得徐鼎銘君之協助甚多，並表謝意。

吳之翰 徐鼎新

一九五二年二月上海大同大學

目 錄

序	i
第一章 超靜定結構之定義	
靜定結構	1
超靜定結構	2
靜定與超靜定結構之區別	3
第二章 面矩法	
面矩原理	4
程序	5
符號慣例	5
簡梁	5
三力矩定理	18
第三章 應變能法	
一般原理	37
具有一個贅餘支力之梁及框架	38
具有一次以上贅餘性之梁及框架	48
具有傾斜或彎曲桿件之框架	53
多跨度, 多層, 維氏及圓形框架	58
第四章 二鉸拱及固定拱	
拱形縱斷面之意義	74
二鉸拱	74
弓形拱	77
慣矩為變量	82

拋物線形拱·····	85
推力及剪力·····	91
溫度推力·····	94
因拱肋縮短而產生之副應力·····	95
固定拱·····	99
彈性中心·····	104

第五章 斜度撓曲法

斜度撓曲方程式·····	110
符號慣例·····	112
具有支座沉陷之梁·····	113
門式框架及房屋框架·····	120
具有基礎沉陷之框架·····	140

第六章 力矩分配法

基本假定·····	148
符號慣例·····	149
連續梁·····	149
力矩分配法中之基本步驟·····	149
對於一端自由支承梁之簡化程序·····	152
無側傾之門式框架及房屋框架·····	157
具有側傾之門式框架及房屋框架·····	161
校正力矩·····	161
承受側向載荷之門式框架及房屋框架·····	180
具有傾斜桿件之框架·····	189

第七章 似柱法

對於受彎梁之方程式·····	194
對於受偏心載荷短柱之方程式·····	195
符號慣例·····	196

梁.....	196
門式框架.....	204
不對稱框架.....	213
相似柱橫斷面上任意點之應力.....	214
第八章 對於連續結構之影響線	
馬氏可逆位移定理之應用.....	219
對於超靜定梁之影響線.....	221
對於二鉸門式框架及固定門式框架之影響線.....	241
對於二鉸拱及固定拱之影響線.....	252
第九章 具有贅餘桿件之銲接結構	
程序.....	263
具有一次及兩次贅餘性之框架.....	264
桿件之不完全適合.....	276
贅餘支力及橫斷面積變化之影響.....	278
桁梁.....	284
圖形索引	287
附錄	290
中英名詞對照表	293

第一章

超靜定結構之定義

分析任何結構之目的，為決定其每一部分之直接應力，剪應力及彎應力。若此等應力業已求出，則任一桿件遂可予以適當配合，使能承受載荷。

此類問題每以下列二步驟解答之：

- (1) 將結構視作剛體，而其形狀與大小均為已知，但無需知其構造之詳情。所施之載荷，必須與結構上具有固定方向之支力及“固定”力矩相平衡。
- (2) 因作用於各斷面上之力與彎矩，可利用第一步驟所得之結果得出，故在結構內部所引起之平衡力及力矩，可加以決定，而組成該結構之各桿件亦可配備適當，足以抵抗由此產生之應力。

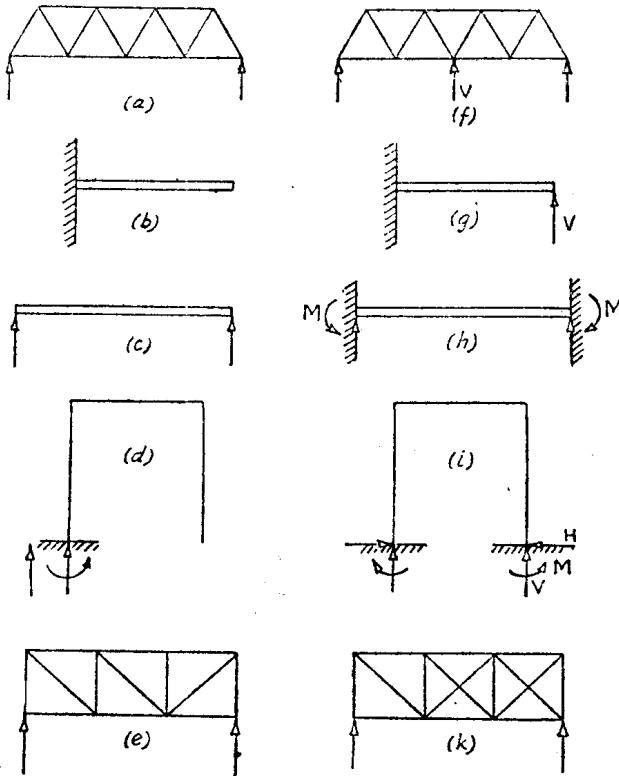
視結構之是否為(甲)靜定或(乙)超靜定，而確定實施上列二步驟之方式。本書祇討論超靜定結構，而在研究分析方法以前，讀者應能明辨(甲)，(乙)兩種結構之區別，並能體會二者之基本差異。

靜定結構

在此類結構中，根據靜力學定律，使已知及未知之力(包括力矩)，列成方程式即能確定步驟(1)中之支力及步驟(2)中之內力。圖 1-0 中(a)至(e)表示若干靜定結構。其支點之支力及力矩與其內

力及內力矩之數目，適足以平衡載荷。例如，倘將圖(a)或(c)中之一支座撤除，或圖(e)中之任何一桿件移去，則此結構勢將坍塌。

望讀者對於此種結構之解求，已十分熟悉。



第 1-0 圖

超靜定結構

若就圖(a)至圖(d)各結構上，外加若干支座，或圖(e)之結構具有超過足夠阻止框架坍塌所需之內部桿件，則此類結構變為超靜定，如圖(f)至(k)所示。

由於此種方式所增加之每一力或每一力矩，必須設法先求出其值，方能應用靜力法將應力全部算出。

在以後各章中所應用之方法，雖各各不同，但莫不利用結構在受載荷後所生之變形或位移。

若欲使一超靜定結構轉變為靜定狀態，而必須解除 n 個力或力矩者，則此結構稱為 n 次超靜定，且由研討結構之變形或位移後，須列出包括 n 個未知數之 n 個方程式。

對於圖(f)及圖(g)之結構，此類方程式，僅需一個；圖(h)則為二次超靜定，因若欲使其達到如圖(c)之狀態，必須移去兩個力矩也；而圖(i)則需要三個方程式以測定 H , V , 及 M 。

靜定與超靜定結構之區別

靜 定

欲求結構之內力時，不必先知梁及框架桿件之橫斷面面積及慣矩。

一支座之些微沉陷，或一框架桿件之稍欠合適，對於內力及內力矩不發生影響。

超 靜 定

梁及框架桿件之橫斷面面積及慣矩，對於內力及內力矩之值，有重大之關係，在研討問題開始之前，必須加以決定。

一支座之些微沉陷或一框架桿件之稍欠合適均為計算內力或內力矩時之重要因數，且此類沉陷或稍欠合適，在研討問題開始之前，必須加以估計。

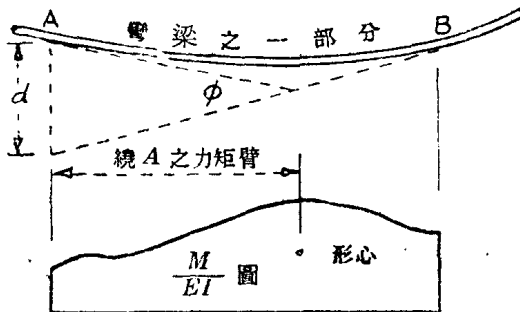
第二章

面矩法

用於分析一低次超靜定彎梁中之應力，以面矩法最為簡單。因此置於卷首而為其他各種方法之先導。

面矩原理(圖 2-01)

- (a) 在一彎梁之任意一部分 AB 中，梁上 A 與 B 兩點切線間所成之角 ϕ ，數值上等於此二點間 M/EI 圖之面積。
- (b) 在一彎梁上任意部分 AB 中， A 點之位移，由 B 點之切線量出，等於在 A 與 B 兩點間 M/EI 圖面積繞 A 之力矩。



縱座標代表 $\frac{\text{彎矩}}{EI}$

第 2-01 圖

因位移 d 之值，與梁之長度相比較，至為微小，故垂直於梁之方向或垂直於切線之方向所量出位移 d 之值，實無甚差別。

下列二點，頗為重要，應加以注意，並須熟識之。(1)當計算某點之位移時，應即以該點作為力矩中心，而求 M/EI 面積之力矩。(2)按上述原理(b)，所求得之數字，不必一定表示梁由其原有位置所量出之撓曲。

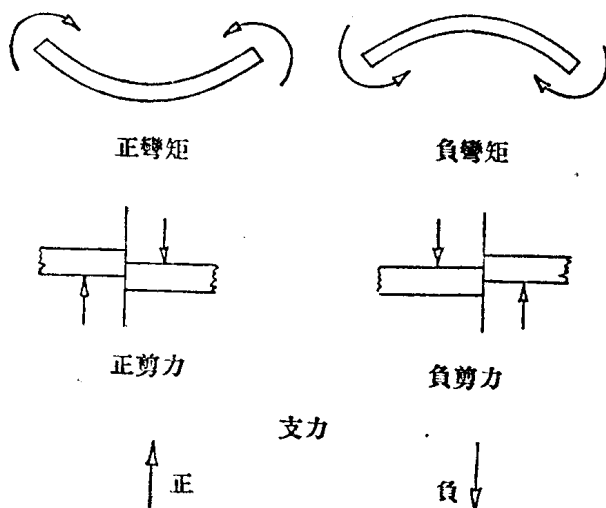
程序

- (1) 撤除所有超靜定之力及力矩，使結構成為靜定(參考圖 1-0)。
- (2) 將已知載荷施於此靜定結構，並畫出彎矩圖。此圖通常稱作“自由”彎矩圖。
- (3) 將彎矩圖之每一縱坐標，以 EI 除之，並畫出 M/EI 圖。
- (4) 撤除已知載荷，而施以超靜定之力及力矩。畫出僅由此而產生之 M/EI 圖。
- (5) 根據支座之情況，在一個或一個以上之斷面處，梁之淨斜度或淨撓曲，通常為已知。由(3)求出在此等斷面處之斜度或撓曲，以已知載荷表示之，而由(4)求出在此等斷面處之斜度或撓曲以未知之支力或力矩表示之，將二者之結果相比較，以決定“未知數”。

符號慣例(圖 2-02)

簡 梁

2-1 在撤除 B 點之支撐後(根據前述之程序)，遂得一懸臂梁， A 點切線為水平。於是由 A 點切線量出之 B 點位移，亦即 B 點由其原有位置所量出之鉛直撓曲。在梁之全部長度上， E 及 I 為常量，有時不必知其數值。



第 2-02 圖

(1) 撤除贅餘支力 R , B 點向下撓曲一距離 d , 即等於 M/EI 圖 (由載荷產生者) 面積繞 B 點所生之力矩。圖(b)

$$\begin{aligned}
 B \text{ 之撓曲} = d &= -\frac{1}{EI} \left(\frac{1}{3} \times 100 \times 10 \right) \times \frac{3}{4} \times 10 \\
 &= -\frac{2500}{EI} \text{ 呎}.
 \end{aligned}$$

(2) 撤除載荷, 而施以 R . B 向上撓曲一距離 d' , 等於 M/EI 圖 (由 R 產生者) 面積繞 B 點所生之力矩。圖(c)

$$\begin{aligned}
 B \text{ 之撓曲} = d' &= +\frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times 10R \times 10 \right) \times \frac{2}{3} \times 10 \\
 &= +\frac{1000}{3EI} R \text{ 呎}.
 \end{aligned}$$

(3) 因 B 點由於支座之剛堅而不移陷實際上並無撓曲, 故 d 與 d' 在數值上必然相等。

$$-\frac{2500}{EI} + \frac{1000}{3EI}R = 0,$$

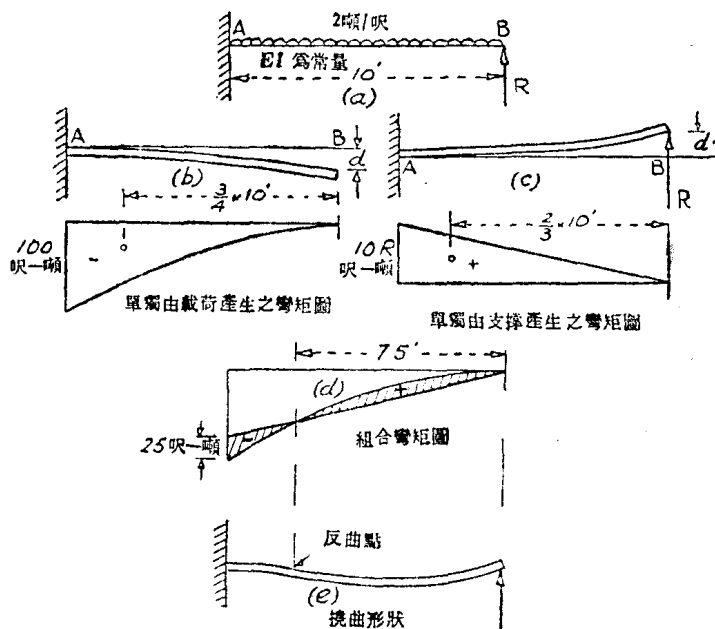
由是, $R = 7.5$ 噸。

支撐沉陷之作用。若支撐 R 因受載荷後而變形或沉陷, 設其值為 $\frac{1}{48}$ 吋, 則 B 點之淨撓曲不等於零, 而為 $-\frac{1}{48}$ 吋, 於是最後之方程式變為

$$-\frac{2500}{EI} + \frac{1000}{3EI}R = -\frac{1}{48}.$$

欲解此方程式, 顯然必須先知 EI 之值。讀者務須留意, 在此類之演算中, 所用單位, 必須一致。

若梁為一英國標準梁, $12'' \times 8''$, $E = 13,000$ 噸/平方吋, $I =$



第 2-1 圖

437 吋⁴。

$$EI = (13,000 \times 144) \left(437 \times \frac{1}{144} \times \frac{1}{144} \right) \\ = 39,400 \text{ 噸-呎}^2.$$

因此 $-\frac{2.5}{39.4} + \frac{R}{118.2} = -\frac{1}{48} \quad R = 5.1 \text{ 噸}.$

以 R 之值代入圖(c)，並將圖(b)及圖(c)二彎矩圖疊置，即可畫出組合圖(d)。二圖共同之部分，適正負相消。

一框架經撓曲後之形狀，在較為複雜之房屋框架中，其關係極為重大，而對於任何問題，應畫出如圖(e)所示之草圖。

習 題

以面矩法解題 3-1。

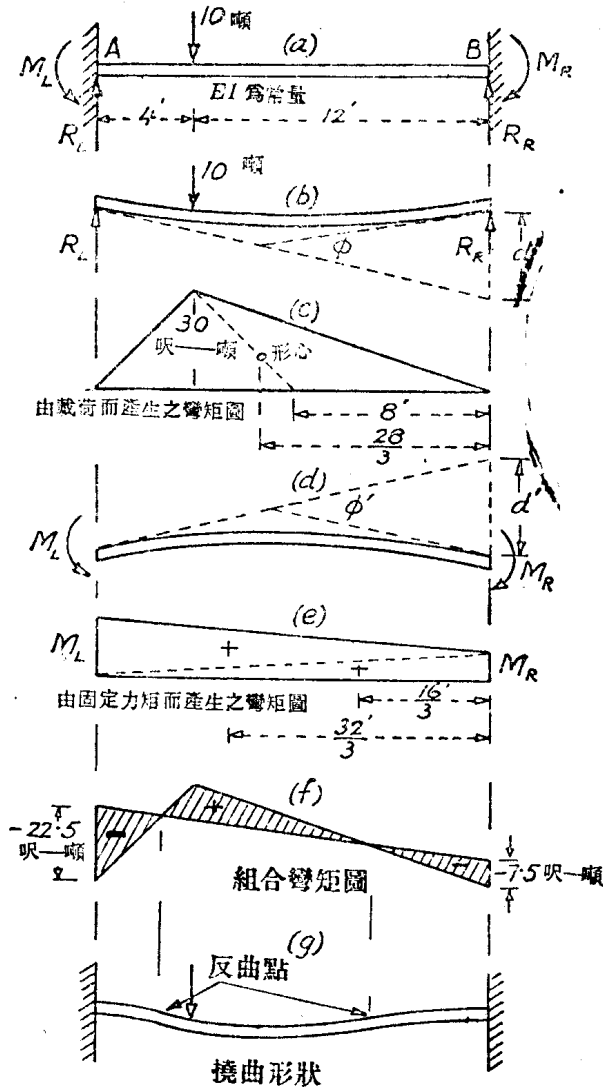
2-2 本題之梁，其兩端支於水平方向中。在受載荷之前後， A ， B 兩點之切線始終為水平，故二切線間之角為零； A ， B 兩支點均無任何位移。此為解本題所根據之兩個條件。 EI 為常量。

(1) 撤除二超靜定力矩 M_L 及 M_R ，任梁撓曲。 A ， B 兩點切線間之角，等於 A ， B 兩點間 M/EI 圖之面積。圖(b)及圖(c)

$$\phi = + \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \times 30 \times 16 \right) = + \frac{240}{EI} \text{ 弧度}.$$

由 A 點切線所量出之 B 點位移，乃上述面積繞 B 點所生之力矩。圖(b)及圖(c)

$$d = + \frac{240}{EI} \times \frac{28}{3} = + \frac{2240}{EI} \text{ 呎}.$$



第 2-2 圖