

803278

大学物理函授教材

8812

1144.1

量子力学

张林芝 高振金 王曙光 编

东北师范大学出版社

12
44.1

3312
1144-1

803278

大学物理函授教材

量 子 力 学

张林芝 高振金 王曙光 编

东北师范大学出版社

量 子 力 学
liàng zǐ lì xué

张林芝

高振金 编

王曙光

*

东北师范大学出版社出版
(吉林省长春市斯大林大街自由广场)
吉林省新华书店发行
长春市第九印刷厂印刷

*

开本: 850×1168毫米1/32 印张: 14.25 字数: 300,000

1986年12月第1版 1986年12月第1次印刷

印数 1—2,500

统一书号: 13334·15 定价: 2.60元

序 言

量子力学是研究微观粒子运动规律的科学。从量子力学的研究对象便可清楚地看到，人们要想深入地认识物质世界，除了学好物理学的经典理论，还要很好地学习量子理论。

量子力学建立在经典物理学的基础上，它虽然只有六十余年的历史，但它取得的成就是巨大的。现代物理学的许多分支，如高能物理、核物理和固体物理等，无不以它为理论基础。量子力学的影响也越出了传统的物理学领域，它渗透到化学和生物学等之中，形成了量子化学和量子生物学等边缘学科。在现代应用科学和现代技术中，量子力学也显示出其强大的生命力，如半导体材料和器件、原子能技术、激光技术等，都用到量子力学的知识。因此，对于参加物理系函授学习的同志和自修物理学的同志，量子力学是一门重要的必修基础课。

量子力学的理论框架主要是由它的基本概念和表示理论的数学形式所构成。由于这两个方面的特点，使量子力学成了一门比较难学的学科。一个普遍的困难是觉得物理概念抽象，物理图象不清晰。譬如，量子力学所用的语言是算符和波函数；经典力学中轨道概念在量子力学中不复存在；不确定关系完全破坏了传统的决定论观念。诸如此类的新观念，使初学者感到难于接受。由于我们已有的物理图象基本上是经典的，对于量子力学研究的微观粒子来说，这种图象一般是不存在的。为了掌握好量子力学的基本概念和原理，首

先需要自觉地破除经典观念的束缚。不应试图按经典的模式去认识、解释量子现象。为此，在编写本书时，我们一般从实验事实出发，引出量子力学的基本概念和原理，并且在不失准确性的前提下，尽可能以更宜于接受的方式阐述基本概念和原理。

量子力学新概念与经典物理学不相容的特点，决定了量子力学在数学表达上的新特点。譬如，用算符表示力学量，借助于算符的本征值来确定力学量的取值，量子力学中的运动方程也有别于经典的运动方程(牛顿方程)。此外，除了高等数学，量子力学经常是与数理方程和特殊函数等比较繁难的数学工具打交道，这给初学量子力学者可能带来一定的困难。为了帮助初学者排除数学上的困难，书中对一些数学问题，都尽可能详细地推导和计算。某些专门数学知识，书中还编有附录，以资查阅。

本书是为高等师范院校物理专业的函授生作为理论物理课之一的教材编写的。考虑到函授和自学的特点，我们在编写中力图体现少而精、突出重点和便于自学的原则。全书重点讲述量子力学的基本概念和原理，对量子力学的应用也做了适当介绍。书中抓住能够严格求解的几个典型问题，作为例子反复强化，以加深对概念的理解；对于难以掌握的重点内容，在叙述上采用了直观对比的方法，深入浅出，通俗易懂，便于自学；为了便于读者掌握各章的主要内容，本书在每章的开头给出了内容提要，章末还给出了小结；为了帮助读者巩固和检查所学内容，本书各章配置了一定数量的思考题、习题和自测题，并在本书后给出了习题和自测题答案。

本书由张林芝同志任主编。第一章至第四章由张林芝执笔，第五章至第八章由高振金执笔，附录由王曙光执笔。

刘秉正副教授审查了全书，并提出了许多宝贵的意见和建议。毕振有同志绘制了书中全部插图。编者对他们表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中一定还有不少不妥之处，敬请使用本书的同志批评指正。

编 者

一九八五年四月于东北师范大学

BA040/1.0

目 录

第一章 量子力学发展简况

§ 1.1 经典物理学遇到的困难	1
§ 1.2 普朗克——爱因斯坦光量子论	8
§ 1.3 玻尔理论	14
本章小结	18
思考题	19
习题	20

第二章 波函数和薛定谔方程

§ 2.1 德布洛意假设及其实验验证	21
§ 2.2 德布洛意波的实质	27
§ 2.3 态和态的叠加原理	38
§ 2.4 动量的几率和以动量为自变量的波函数	41
§ 2.5 不确定关系	45
§ 2.6 薛定谔方程	51
§ 2.7 几率流密度和几率守恒定律	54
§ 2.8 定态薛定谔方程	58
§ 2.9 在一维无限深势阱中运动的粒子	63
§ 2.10 线性谐振子	72
§ 2.11 势垒贯穿	85
本章小结	96
思考题	100
习题	102
自测题	105

第三章 力学量的算符表示

§ 3.1 算符的一般性质和运算规则	107
§ 3.2 力学量对应的算符	115
§ 3.3 本征值和本征函数	122
§ 3.4 本征函数的性质	130
§ 3.5 δ 函数和连续谱	137
§ 3.6 力学量取各种可能值的几率	144
§ 3.7 不同力学量同时具有确定值的条件	149
§ 3.8 表象理论简介	162
§ 3.9 力学量随时间变化问题和守恒量	182
本章小结	188
思考题	194
习题	197
自测题	199

第四章 氢原子

§ 4.1 角动量算符	201
§ 4.2 $\hat{L}_z$ 和 $\hat{L}^2$ 的本征值和本征函数	208
§ 4.3 氢原子	226
§ 4.4 氢原子核外电子的几率分布	235
§ 4.5 氢原子的磁矩	244
本章小结	247
思考题	250
习题	251
自测题	253

第五章 微扰理论

§ 5.1 概述	256
§ 5.2 无简并情况下的定态微扰理论	258

§ 5.3 氢原子的基态能量	271
§ 5.4 简并情况下的定态微扰理论	276
§ 5.5 斯塔克效应	284
§ 5.6 钠原子光谱线在外磁场中的分裂	288
§ 5.7 含时间的微扰理论	293
§ 5.8 光的发射和吸收 选择定则	302
本章小结	313
思考题	315
习题	316
自测题	317

第六章 散射理论初步

§ 6.1 经典力学中的势散射	320
§ 6.2 量子力学中的散射问题	324
§ 6.3 玻恩近似法	327
本章小结	335
思考题	336
习题	337
自测题	337

第七章 电子自旋

§ 7.1 电子自旋的实验证明	340
§ 7.2 电子自旋的矩阵表示	344
§ 7.3 电子自旋波函数及其矩阵表示	349
§ 7.4 电子自旋和轨道相互作用的简单描述	352
§ 7.5 电子态和原子态	357
§ 7.6 氢原子的塞曼效应	361
本章小结	364
思考题	366
习题	366

自测题	367
-----------	-----

第八章 多体理论简介

§ 8.1 全同粒子体系 全同性原理	369
§ 8.2 泡里原理	376
§ 8.3 氢原子的能级结构	381
本章小结	391
思考题	393
习题	394
自测题	394
附录 I 一般物理常数	396
附录 II δ —函数	398
附录 III 厄米多项式	400
附录 IV $\hat{L}^2$ 的本征函数——球谐函数 $Y_{lm}(\theta, \varphi)$	406
附录 V 氢原子的能量和径向波函数	414
附录 VI 氢原子基态能量的计算	419
附录 VII 电磁场中荷电粒子的哈密顿算符	422
习题和自测题答案	427

第一章 量子力学发展简况

内 容 提 要

本章着重介绍经典物理学在解释黑体辐射、光电效应和氢原子光谱时遇到的困难和为了解决这个困难而建立起的旧量子论，并用这个理论讨论了氢原子的能级和光谱。

§ 1.1 经典物理学遇到的困难

1. 黑体辐射

到了十九世纪末，人们已经认识了热辐射与光波都是电磁波。所有物体不论温度高低都能发出热辐射，也能吸收和反射外来的热辐射。如果一个物体能够完全吸收射在它上面的辐射而毫无反射，则称此物体为绝对黑体。实际上这种绝对黑体是不存在的，任何实际物体只能在一定条件下，近似地看成是绝对黑体。例如，一个开有小孔的空腔就是一个近似的绝对黑体，如图 1—1 所示。空腔外面的辐射能够

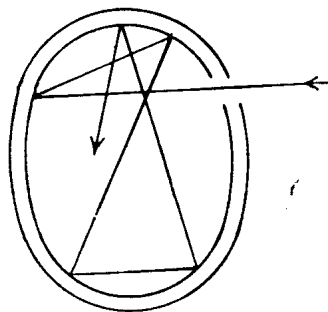


图 1—1

通过小孔进入空腔内，在空腔内多次反射，每反射一次，空腔的内壁将吸收一部分辐射能。这样，经过多次的相继的反射，进入空腔的辐射能几乎完全被腔壁吸收。由于小孔的面积远比腔壁的面积小，所以由小孔反射出的辐射能可以略去不计。因此，这开有小孔的空腔把射入小孔内的全部辐射能吸收了。所以在实验室里把用不透明材料制成的开有小孔的空腔看成绝对黑体（以后简称为黑体）。实验结果表明，当腔壁与腔内部的辐射在某一绝对温度下达到热平衡（腔壁发射的辐射能和吸收的辐射能相等）时，辐射能量密度 E_ν （单位体积内，频率为 ν 的辐射能）随频率 ν 的变化曲线如图1—2所示。 $E_\nu d\nu$ 表示黑体内，单位体积内频率在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 之间的辐射能量。

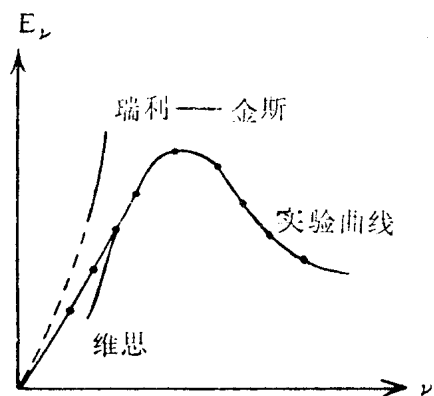


图 1—2

维恩从分析黑体辐射实验数据出发，在作了一些特殊的假定后，借助于热力学的方法，得到了经验公式

$$E_\nu d\nu = c_1 \nu^3 e^{-\frac{c_2 \nu}{T}} d\nu \quad (1)$$

c_1 和 c_2 是两个常数, T 为平衡时的绝对温度。图1—2给出了(1)式的曲线。从图1—2中清楚地看到, 除了低频部分以外, 与实验曲线是一致的。

瑞利把用经典电磁理论及统计物理学得到的公式

$$E_\nu d\nu = \frac{8\pi}{c^3} K T \nu^2 d\nu \quad (2)$$

称为瑞利—金斯公式。其中 C 为真空中的光速; K 为玻尔兹曼常数。图1—2给出了(2)式的曲线。从图1—2中清楚地看到, 低频部分与实验曲线还比较吻合。但由(2)式容易看到, 当 $\nu \rightarrow \infty$ 时, $E_\nu \rightarrow \infty$, 这显然与实验结果相矛盾, 这就是所谓紫外线发散的困难或紫外线的灾难。

在瑞利——金斯公式和维恩公式的基础上, 普朗克进一步分析实验曲线, 得到了一个很好的经验公式, 即有名的普朗克公式

$$E_\nu d\nu = \frac{c_1 \nu^3 d\nu}{e^{\frac{c_2 \nu}{T}} - 1} \quad (3)$$

$$\text{当 } \nu \rightarrow \infty \text{ 时, } e^{\frac{c_2 \nu}{T}} \gg 1, \text{ 这时 } e^{\frac{c_2 \nu}{T}} - 1 \approx e^{\frac{c_2 \nu}{T}}, \quad (3)$$

式可写成

$$E_\nu d\nu = c_1 \nu^3 e^{-\frac{c_2 \nu}{T}} d\nu$$

这正是维恩公式。

把 $e^{\frac{c_2 \nu}{T}}$ 展成级数

$$e^{\frac{c_2 v}{T}} = 1 + \frac{c_2 v}{T} + \dots \quad (4)$$

当 $v \rightarrow 0$ 时, (4) 式可写成

$$e^{\frac{c_2 v}{T}} \approx 1 + \frac{c_2 v}{T}$$

因此 $v \rightarrow 0$ 时, (3) 式可写成

$$E_v dv \approx c_1 v^3 \frac{T}{c_2 v} dv = \frac{c_1}{c_2} v^2 T dv$$

式中的常数 $\frac{c_1}{c_2}$ 相当于 (2) 式中的常数 $\frac{8\pi}{3} K$ 。也就是当 $v \rightarrow 0$ 时,

(3) 式变成瑞利—金斯公式。

利用经典理论讨论黑体辐射都与实验结果不一致。也就是说, 经典理论讨论黑体辐射遇到了困难。普朗克公式虽然解释了黑体辐射, 但它只是一个经验公式。

2. 光电效应

光电效应是金属表面在光照射下发射电子的现象。这个现象是赫兹在1888年发现的。但当时对其原理并不清楚。直到1896年汤姆逊发现了电子以后, 才认识到光电效应是由紫外线照射金属表面, 大量电子从金属表面逸出的现象。我们称这种电子为光电子。实验表明: 对于一定的金属材料做成的电极, 只有当光的频率大于一定值时, 才有可能发射光电子。这个频率我们称为临界频率。如果光的频率低于这个值时, 则不论光的强度多大, 照射时间多长, 都没有光电子产生。光电子的能量只与光的频率有关, 而与光的强度无关。光的频率越高, 光电子的能量就越大。光的强度只影响光电子的数目, 强度增大, 光电子的数目就增多。

经典理论认为光是一种波动。从光的波动观点可这样来

解释光电效应，即当光波照射到金属表面上时，会引起金属中电子的强迫振动，随着光波振幅的增大，电子振动的振幅也会逐渐增大，电子振动的振幅增加到一定程度后，就会使一些有足够能量的电子脱离金属表面成为光电子。因为波的强度与振幅的平方成正比，所以光的强度愈大，光电子的能量也愈大。但是很明显，这种解释与上面提到的实验结果矛盾。

3. 氢原子光谱

现在我们可以利用氢气放电管获得氢原子光谱。在可见光范围内能观察到取名为 H_α 、 H_β 、 H_γ 和 H_δ 的几条谱线。最早发现氢原子光谱规律性的是巴尔末。1885年他在某些星体的光谱中观察到14条氢原子光谱线。巴尔末发现这些谱线的波数 $\tilde{\nu}$ （波长 λ 的倒数 $\frac{1}{\lambda}$ ）可以表示成以下形式

$$\tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n = 3, 4, 5, \dots, \quad (5)$$

$R_H = 1.0967758 \times 10^7 \text{米}^{-1}$ 是氢原子的里德伯常数。氢原子光谱的其他谱线系，也随后被发现。一个在紫外区，由赖曼发现，称为赖曼系。还有三个在红外区，分别由帕邢、布喇开和普丰特发现，称为帕邢系，布喇开和普丰特系。这些谱线系也象巴尔末系一样，可用简单的公式表示，其公式如下

$$\left. \begin{array}{ll} \text{赖曼系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 2, 3, \dots \\ \text{巴尔末系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 3, 4, \dots \\ \text{帕邢系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 4, 5, \dots \\ \text{布喇开系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 5, 6, \dots \\ \text{普丰特系} & \tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 6, 7, \dots \end{array} \right\} \quad (6)$$

从以上公式可以看出，氢原子光谱的波数都可以用一个普遍的公式表示，即

$$\tilde{\nu} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (7)$$

上式中 $m = 1, 2, 3, \dots$ ，对于每一个 m ， $n = m + 1, n = m + 2, n = m + 3, \dots$ ，构成一个谱线系。

从 (7) 式看出，每一条谱线的波数都等于两项的差数，即

$$\tilde{\nu} = \frac{R_H}{m^2} - \frac{R_H}{n^2}$$

如果令

$$T(m) = \frac{R_H}{m^2}, \quad T(n) = \frac{R_H}{n^2} \quad (8)$$

则有

$$\tilde{\nu} = T(m) - T(n)$$

$T(m)$ 称为光谱项。氢原子的光谱项 $T = \frac{R_H}{n^2}$ ， $n = 1, 2,$

$3, \dots$ 。上面讨论的只是氢原子光谱的情况，由此可以概括出三条基本规律：

(1) 光谱是线状的，谱线有一定位置。也就是说，谱线彼此分立，且有确定的波长。

(2) 每一条谱线的波数都可以表示为两光谱项之差，即 $\tilde{\nu} = T(m) - T(n)$ ， m, n 是某些正整数。这就是光谱学很有名的普遍成立的并合原则。

(3) 谱线间有一定的关系。例如，一些谱线可构成一个谱线系，它们的波数可以用一个公式表示出来。不同谱线系

的谱线也有关系。例如赖曼系和巴尔末系都有共同的光谱项

$$\frac{R_H}{2^2}。$$

这里总结出来的三条规律，也是所有原子光谱的普遍规律。但不同的原子，它们的线状光谱不同，即光谱项不同。原子为什么会发出线状光谱，波数又为什么那样有规律，以及光谱项的意义等，当时的经典理论都不能解释。实际上，按照经典电磁理论。电子辐射出的电磁波的频率，应等于它在原子内部运动的频率（基频）或它的频率的整数倍（倍频），但这与上面提到的实验规律（并合原则）矛盾。

4. 原子的稳定性

在二十世纪初，从实验事实已经知道电子是一切原子的组成部分。但原子通常是电中性的，足见原子中还有带正电的部分。又从电子的荷质比（ e/m ）的测量中知道，电子的质量比整个原子的质量小的多。当时已经知道，一个电子的质量差不多是氢原子质量的二千分之一。这些实验事实和当时的经典理论是考虑原子结构的基础。

汤姆逊于1904年曾提出如下的原子结构模型：正电荷均匀分布在原子中（原子的半径的数量级为 10^{-10} 米），而电子则以某些规律分布在正电荷中。可是，1911年卢瑟福的 α 粒子散射实验发现有约 $\frac{1}{8000}$ 的 α 粒子作大角散射。但在

汤姆逊模型中，正负电荷大体上是均匀分布在原子中，原子对 α 粒子作用较弱，因此不应该出现大角散射。这个实验彻底否定了汤姆逊模型。卢瑟福根据 α 粒子散射实验提出：原子中的正电荷集中在非常小的区域（数量级为 10^{-14} 米），这个小区域称为原子核，原子中的电子在核外运动，这就是